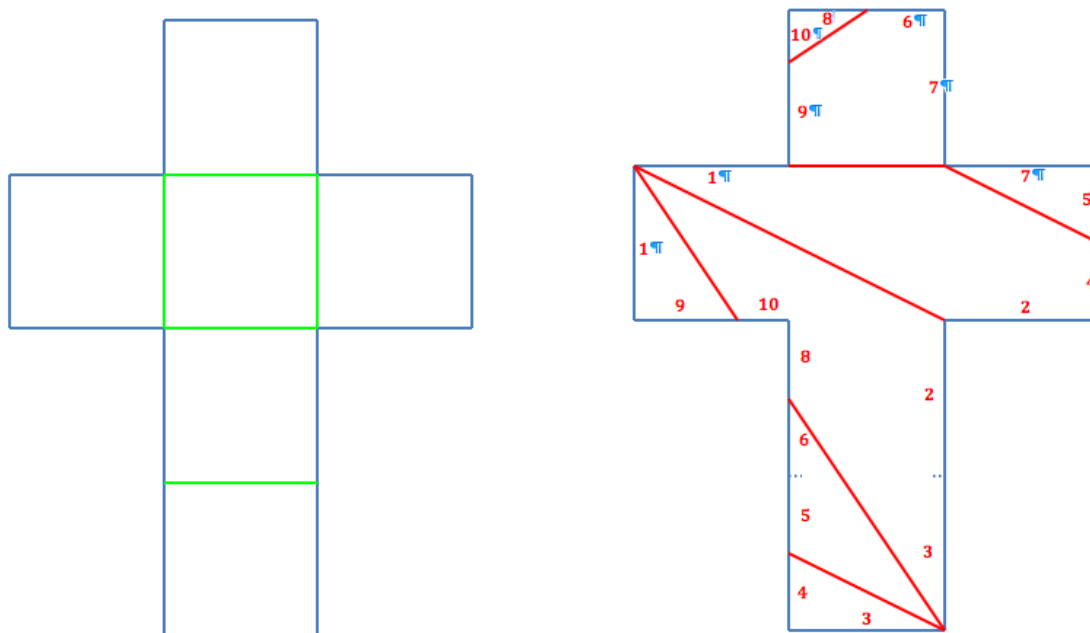


ÉTUDE MATHÉMATIQUE

DES SOLIDES À ENVELOPPER

par François DROUIN

Lors d'échanges récents, David Bertolo (ÉSPÉ site de Metz Montigny) m'a fait découvrir une chose qui m'a bien plu et j'ai eu envie de la partager avec nos lecteurs.



La ligne polygonale bleue indique le bord extérieur du papier découpé. En pliant le long des segments verts, je réussis à envelopper un cube. En pliant le long des segments rouges, je réussis à envelopper un tétraèdre (les nombres rouges indiquent les correspondances des segments du pourtour).

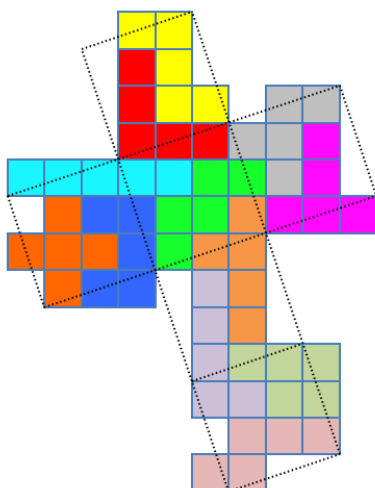
Sur le site de Joseph O'Rourke <http://cs.smith.edu/~orourke/>, David Bertolo a repéré une intéressante vidéo « Metamorphosis of a Cube » réalisée en 1999 par Erik Demaine, Martin Demaine, Anna Lubiw et Joseph O'Rourke et Irena Pashchenko.

J'ai retrouvé cette vidéo aux deux adresses suivantes :

<http://erikdemaine.org/metamorphosis/> et <http://video.mit.edu/watch/metamorphosis-of-the-cube-12077/>

On y voit que d'autres solides peuvent également être enveloppés, en particulier un pentaèdre et un heptaèdre.

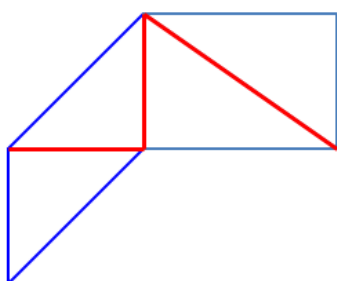
Le fait que les faces du solide puissent être recouvertes par des assemblages de polygones m'a remis en mémoire qu'un cube pouvait être recouvert par les douze Pentaminos accolés.



Ce recouvrement se trouve dans le livre « Mathematical Puzzles and Diversions » de Martin Gardner, PENGUIN BOOKS, 1959 (le problème avait été proposé par H.D. Benjamin dans la revue « Fairy Chess Review »).

Il a été repris dans « Jeux de formes, formes de jeux » de Bernard Bettinelli (IREM et CRDP de Besançon 1991).

Le fait qu'un même polygone en papier puisse recouvrir deux solides différents avait été une de mes surprises lors de mes découpages et collages de carton.



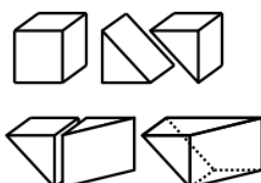
Deux types de pli peuvent être utilisés : des plis « vallée » permettent d'envelopper un premier tétraèdre et des plis « montagne » permettent d'envelopper un second tétraèdre différent du premier.

Pour les bricoleurs, trois exemplaires du premier et trois exemplaires du second permettent la construction d'un cube...

Les lecteurs du Petit Vert peuvent être rassurés : les solides proposés à la fin du cycle 3 ou au collège peuvent être recouverts si on ne fait que des plis « vallée » ou des plis « montagne ».

Exercice 4 : Le commissaire Albert Girard prépare sa retraite en bricolant :

Je sais scier un cube en deux demi-cubes qui sont des prismes à bases triangulaires. En réassemblant les deux pièces, je réalise un solide dont je ne connais pas le nom. Dessinez un patron de ce nouveau solide (je fais confiance à la jeune génération...)



Cependant, pour l'exercice 4 de notre rallye « troisième seconde » 2012, en toute rigueur, les élèves auraient dû préciser le type de pli à utiliser pour que leur solution recouvre le solide.

Mais les correcteurs n'ignoraient pas qu'en classe, on ne fait habituellement que des plis « vallée »...

Patrons et développements

Volontairement, ces mots n'ont pas été utilisés dans ce qui précède. Les programmes actuels pour l'école primaire et le collège utilisent le mot « patron » et semblent privilégier la possibilité d'envelopper le solide (j'ai en mémoire une collègue Professeur des Écoles parlant du « pyjama du solide »). Le mot « développement » évoque plutôt une ouverture du solide, comme cela peut être fait avec du matériel « Clix » et « Polydron » ou des maquettes de solides réalisées en papier.

Lorsque des sites tentent de fournir des définitions, les deux mots semblent synonymes.

Sur « Wikipedia » : http://fr.wikipedia.org/wiki/Patron_%28g%C3%A9om%C3%A9trie%29

*En géométrie, le **patron** (ou **développement**) d'un solide est une figure géométrique plane qui permet d'obtenir le solide après des pliages (au niveau de certaines arêtes du solide, les autres apparaissant par jonction des bords du patron).*

Sur le site de l'académie de Versailles, dans un document mis à disposition des « classes relais »

http://www.ac-versailles.fr/public/upload/docs/application/pdf/2009-10/cours_sur_le_pave_droit.pdf.

*Un **développement** que l'on appelle aussi **patron** du solide, est la surface construite sur papier qui permet, après pliage et collage, de réaliser le solide.*

A votre avis, qu'est un patron de solide ?

Les propositions présentant des assemblages de morceaux de faces peuvent elles appelées « patrons » ? Une réponse positive à cette question met en défaut le fait qu'il existe 11 patrons du cube, une réponse négative met en défaut ce qui est proposé en classe pour le cylindre et le cône... Le terme « recouvrement » utilisé dans cet article permet d'inclure les propositions de la vidéo et celle présentée par Martin Gardner.

A quel moment faire rencontrer le fait que le choix du type de pli utilisé peut induire la réalisation de deux maquettes de solides différents ?

Au moment où les imprimantes « 3D » se vulgarisent, les patrons de solides trouveront ils encore leur place et leur utilité dans les futurs programmes scolaires ?

Les documents d'accompagnement des futurs programmes apporteront peut-être des réponses à ces questions ; mais, en attendant, n'hésitez pas à nous faire part de vos points de vue.