DANS NOS CLASSES

Mesure de la hauteur d'un arbre ou d'un bâtiment

Classe de CE2 / CM1 / CM2

Par Rachel FRANCOIS,
professeur des écoles à Moyen (54)

Dans le cadre de notre projet d'école centré sur le bois, nous avons étudié des instruments de musique en bois, créé des « musiques vertes » à partir d'éléments de la nature, fabriqué des jeux et des objets de décoration, observé des arbres de notre région, déterminé l'âge de différents arbres en comptant le nombre de leurs cernes et nous avons appris à mesurer la hauteur d'un arbre. Ce dernier point, qui met en évidence des relations et des propriétés géométriques, est l'objet de ce récit.

Pour que les élèves de ma classe de CE2/CM1/CM2 apprennent à mesurer la hauteur d'un arbre, ils ont appris à utiliser des instruments techniques d'observation et de mesure sans que le théorème de Thalès ne soit explicitement nommé.

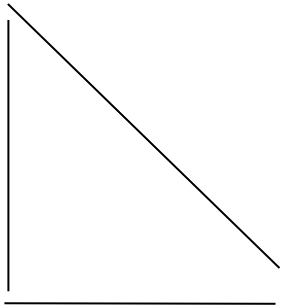
Dans un premier temps, douze élèves cherchaient comment mesurer la hauteur d'un arbre pendant que les treize autres pratiquaient une activité sportive à proximité.
Nous savons qu'il est impossible de grimper sur l'arbre en question et qu'il est situé sur un terrain plat. Les élèves disposaient d'une règle plate d'un mètre et d'un instrument qui a rapidement été dévoilé puisqu'aucune solution n'était proposée.

Il s'agissait maintenant pour ce premier groupe de trouver comment utiliser cet instrument (voir photo).

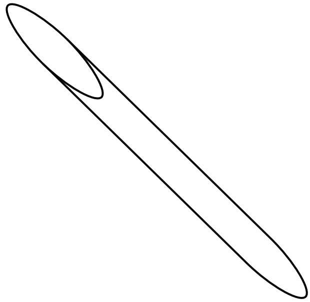
retour sommaire

Beaucoup de manipulations ont été nécessaires, avant d'observer l'objet en détail avec ces mots :

Un grand bâton



Un bâton en diagonale est fixé sur deux bâtons qui sont perpendiculaires et de même longueur.



Un tube qui sert de viseur est fixé sur le bâton en diagonale.

Les élèves ont rapidement trouvé qu'il fallait tenir l'instrument en respectant les parallélismes. Il s'agissait ensuite de se positionner à la bonne distance de l'arbre de manière à voir à la fois le pied de l'arbre et la cime de l'arbre au bout du viseur en avançant et en reculant. L'élève qui tenait l'instrument se laissait guider par deux autres qui vérifiaient qu'il était encore parallèle au sol et à l'arbre « parce que les arbres poussent tout droit vers le ciel ».
Je les ai fait ensuite mesurer au sol avec une règle d'un mètre. L'élève qui tenait l'instrument constituait le point de départ ; les autres étaient alignés jusqu'à l'arbre pour remplacer la corde qui était restée à l'école.

Mais pourquoi cette distance correspond-elle à la hauteur de l'arbre ?

Lola (en CM1), qui avait déserté le sport en douce pour nous rejoindre, a mimé et expliqué sa solution : « C'est comme quand on agrandit un triangle. Les deux côtés perpendiculaires ont la même longueur alors on

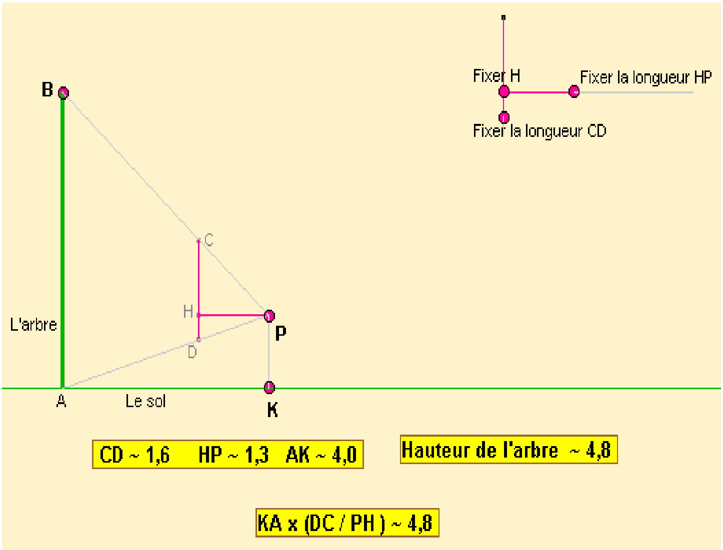
retour sommaire

a pareil depuis Théo jusqu'au pied de l'arbre que vers là haut jusqu'au sommet ». Et voilà !
Cette explication a tout à fait convenu à ses camarades et, ma foi, à moi aussi. L'autre groupe a fait la même expérience avec cette explication pour finir sur le terrain.

De retour en classe, nous avons observé une **croix du bucheron** et manipulé une animation sur Internet (http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/pages/truc_mat/pratique/f_arbriv.htm) très brièvement dans le cas de l'utilisation de deux bâtons de longueurs différentes puis plus en détail avec l'utilisation de bâtons de même longueur. En voici deux extraits.

Avec deux bâtons de longueurs différentes

Dans la figure ci-dessous, l'arbre est figuré par *AB*, les deux bâtons par *CD* et *HP*.
Il faut se placer de telle sorte que les points *P, B* et *C* soient alignés tout comme *P*, *D* et *A*.
Avec la souris, vous pouvez déplacer les **gros points roses.**
Choisissez les longueurs des bâtons, la hauteur de l'arbre (*B*), le spectateur au sol : horizontalement le point ***K,*** l'œil du spectateur : verticalement le point *P*.
Observez alors les modifications des résultats affichés sous la figure.



retour sommaire

Les deux triangles *PBA* et *PCD* qui ont des côtés parallèles, ont la même forme et ont des côtés de longueurs proportionnelles :

$$k=\frac{PB}{PC}=\frac{PA}{PD}=\frac{BA}{DC}$$

Le rapport de leurs hauteurs est donc aussi égal à celui des longueurs des côtés, on a donc : $k=\frac{KA}{PH}$ donc $\frac{AB}{DC}=\frac{KA}{PH}$.

Et finalement, nous obtenons le résultat :

Il faut se placer (spectateur en K) de telle sorte que les points P, B et C soient alignés tout comme P, D et A.

Hauteur de l'arbre : $KA\times\frac{DC}{PH}$

Avec rappelons-le : KA distance du spectateur à l'arbre, PH et CD les longueurs des deux bâtons.

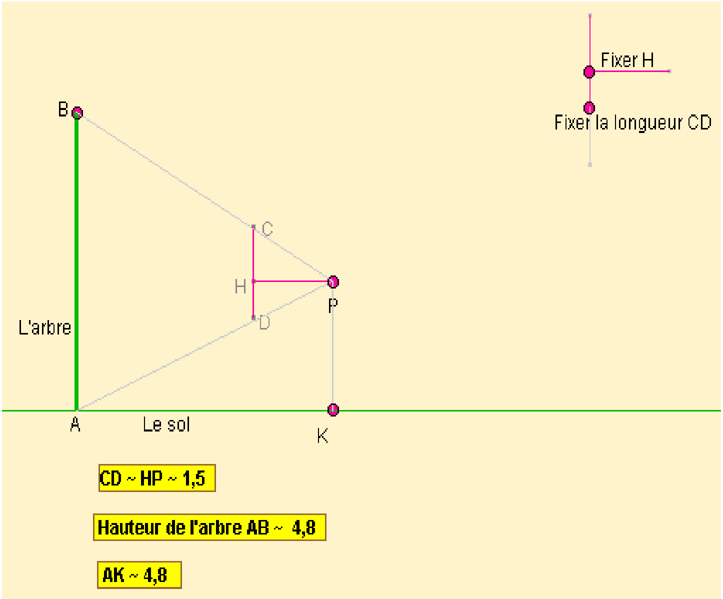
Avec deux bâtons de même longueur

Dans la figure de la page suivante, l'arbre est figuré par *AB*, les deux bâtons par *CD* et *HP.*
Il faut se placer de telle sorte que les points *P, B* et *C* soient alignés tout comme *P*, *D* et *A*.
Avec la souris, vous pouvez déplacer les **gros points roses.**
Choisissez les longueurs des bâtons, la hauteur de l'arbre (*B*), le spectateur au sol : horizontalement le point *K,* l'œil du spectateur : verticalement le point *P*.
Observez alors les modifications des résultats affichés sous la figure.
(DC = PH et DC/PH=1)

Voir suite de l'article page suivante **.../...**

N.d.l.r. 1 On pourra également consulter l'article de Théo Roncari « *Évaluation de distances à l'aide d'outils géométriques (atelier scientifique en classe de troisième)* », paru dans Le Petit Vert n° 111 de septembre 2012.

N.d.l.r. 2 L'appareil utilisé ici est issu de celui imaginé par Gerbert d'Aurillac (938-1003), érudit dont on connait des écrits mathématiques et qui est devenu pape en 999 sous le nom de Sylvestre II. Voir :
http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/pages/truc_mat/pratique/textes/gerbertF.htm
http://fr.wikipedia.org/wiki/Sylvestre_II
http://www.univ-irem.fr/reperes/articles/23_article_157.pdf



On retient :
Il faut se placer de telle sorte que les points, B et C soient alignés tout comme P, D et A.

La hauteur de l'arbre est égale à la distance du spectateur en **K** à l'arbre.

Le travail sur le terrain a permis de bien cerner le mécanisme en jeu dans l'animation. Ce qui m'a le plus surprise est la réflexion de Lola qui a comparé les égalités de longueur à un agrandissement de figure. Les élèves ont ainsi réussi à visualiser de manière efficace le principe mis en œuvre pour mesurer la hauteur d'un arbre. Ils l'ont réinvesti à bon escient le jour de la fête de la nature à Moyen (à mon atelier, on jouait avec des jeux fabriqués en bois, on calculait l'âge des arbres et on estimait la hauteur du château « Qui qu'en grogne ») et lors de notre rallye d'orientation qui regroupait les classes de cycle 3 du secteur de la Mortagne autour de questions de géographie, d'architecture, d'histoire, de défis, de géométrie et - bien sûr - il fallait mesurer la hauteur d'un bâtiment.

retour sommaire