SOLUTION DU PROBLEME n°113

Rappel de l'énoncé : Un petit problème d'arithmétique, tiré du livre de W. S. Anglin « *Mathematics : a concise history and philosophy* » (Springer, 1994). Quel est le plus petit entier qui devient 4 fois plus grand quand on place son chiffre des unités en tête ? Quelle est la plus petite base dans laquelle il existe un nombre à deux chiffres solution ?

Merci à Jacques Choné pour sa solution, que voici :

1. Soit n un nombre qui devient 4 fois plus grand quand on place son chiffre des unités en tête. Soit q et r le quotient et le reste de la division de n par 10 et m le nombre de chiffres de q. La condition s'écrit:

$q+10^m r=4(r+10q)$ c'est-à-dire : $(10^m-4)r=3*13*q \quad (1)$.

Puisque $r\leq 9$, on doit avoir $10^m\equiv 4 \pmod{13}$.

La plus petite valeur de m convenant est 5.

La relation (1) s'écrit alors, après simplification par 39 : $2564\,r=q$.

La plus petite valeur de r pour que q ait 5 chiffres est $r=4$.

On obtient $q=10256$.

On a bien: 410256=4*102564. Le nombre demandé est donc: **102 564** .

2. On cherche les triplets (a,x,y) de nombres entiers tels que:

$$\left(2\leq a \;,\; x,y\in\{1,a-1\} \;,\; \underset{(2)}{xa+y=4(ya+x)}\right)$$ avec a le plus petit possible.

La relation (2) s'écrit aussi : $a(x-4y)=4x-y$.

On écarte de façon immédiate les cas $a=2,3,4$.

Si $a=5$, alors (2) donne $x=19y$ ce qui est impossible puisque x doit être entre 1 et 4. On montre de même que les cas $a=6,7,8$ sont impossibles.

Si $a=9$, alors (2) donne $5x=35y$, $x=7$, $y=1$.

On vérifie qu'on a bien: $^{(9)}\overline{71}=4.\,^{(9)}\overline{17}$ $\left(^{(9)}\overline{71}=64=4.16=4.\,^{(9)}\overline{17}\right)$.

La plus petite base dans laquelle il existe un nombre à deux chiffres solution est donc **9**.

Complément : Pour le problème relatif au plus petit entier qui est doublé quand on place son chiffre des unités en tête, voir :
http://tierneylab.blogs.nytimes.com/2009/04/06/freeman-dysons-4th-grade-math-puzzle/

La réponse étant **105 263 157 894 736 842**.

retour sommaire

Problème du trimestre n°114

proposé par Jean-Marie Didry

Un triangle étant donné, est-il toujours possible de le positionner sous une source lumineuse ponctuelle donnée de sorte que son ombre au sol (plan) soit un triangle équilatéral ?
Pire encore : est-il possible de trouver une surface sur laquelle l'ombre de ce triangle est un carré ??

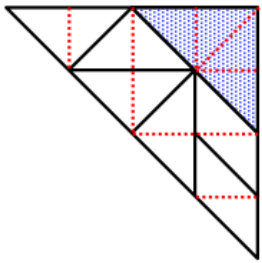
Envoyez votre solution (nous espérons en recevoir une grande quantité), **ainsi que toute proposition de nouveau problème**, à Loïc Terrier (de préférence par courriel, sinon 21 rue Amédée Lasolgne, 57130 ARS-SUR-MOSELLE).

SOLUTION DÉFI COLLEGE/LYCEE n°113

Extrait d'une publicité trouvée dans un catalogue de produits surgelés.

C'est un carré qui est découpé (le fabriquant évoque un Tangram et on peut utiliser le "quadrillage" visible sur les pièces pour s'en persuader) ; on suppose que le partage est équitable pour qu'il n'y ait pas de conflit entre les convives (les parts doivent avoir même « taille »).
Est-il possible de retrouver le découpage proposé par le fabriquant (sachant qu'au départ le « gâteau » est carré) ?

Nous pensions que le gâteau était carré : la légende annonçait « 16 canapés façon Tangram ». Après achat, nous avons dû constater qu'il était rectangulaire (environ 12 cm de long et 10 cm de large)… Mais comme nous avions lancé le défi en proposant de partir d'un carré de 16 cm de côté, nous vous proposons une démarche possible correspondant à ce cas. Elle pourra être adaptée dans le cas d'un gâteau rectangulaire.



retour sommaire