VIE DE LA REGIONALE
RALLYE DE L'A.P.M.E.P. 2013

Premiers de Lorraine en maths !

Pour les élèves de 3e et leurs professeurs du collège du Pervis, l'inscription au « Rallye mathématique » de Lorraine constituait une épreuve audacieuse car il s'agissait d'affronter 180 autres classes de collèges et de lycées mieux rodés à cette discipline.
Qui ne risque rien n'a rien ! Le petit établissement vosgien se lançait dans la compétition organisée par l'association régionale des professeurs de mathématiques de l'enseignement public. Les 24 élèves, encouragés par leur prof de maths Cédric Diziain arriveraient-ils à déjouer les pièges tendus par « le commissaire Albert Girard » ?
Dix exercices portaient sur des enquêtes très variées du commissaire, tantôt prévoyant, tantôt face à un travail de romain, puis chez son garagiste, dans son bureau face à un piège tout en noir...
Les corrections ont demandé du temps. Jeudi après-midi, le responsable du rallye, M. Drouin, et un de ses collaborateurs ont annoncé les résultats. Les collégiens darnéens ont appris qu'ils étaient classés premiers de toutes les classes lorraines !

Le Principal M. Perron ne cacha pas sa satisfaction, soulignant que l'établissement pouvait être fier de ce résultat : « *Vous avez travaillé dans une étroite coopération et vos recherches en équipe ont été exemplaires. Nous sommes fiers tout comme vous car vous avez été capables de réaliser un exploit, d'autant que c'était pour vous une première expérience de ce type* ».

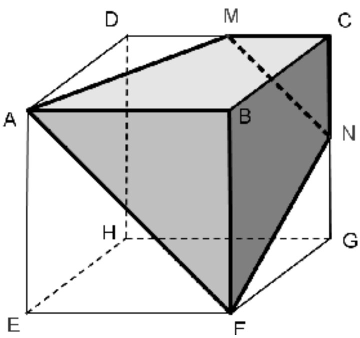
M. Drouin, délégué de l'association organisatrice, s'est monté ravi de venir dans ce collège rural. « *Dans une situation comme la vôtre, vous avez su vous montrer à la même hauteur que des jeunes citadins plus expérimentés* ». Les lauréats ont reçu leurs récompenses : un diplôme, une calculatrice professionnelle « grand format » et un puzzle rappelant les questions pièges.

Article paru dans Vosges Matin

retour sommaire

VIE DE LA REGIONALE
RALLYE DE L'A.P.M.E.P. 2013

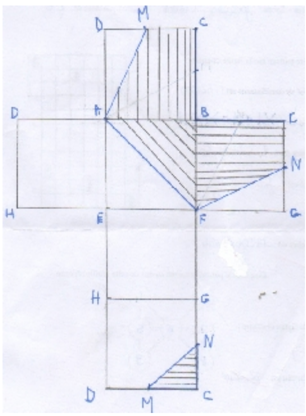
Un cube scié



La huitième question du Rallye 2013 était la suivante :

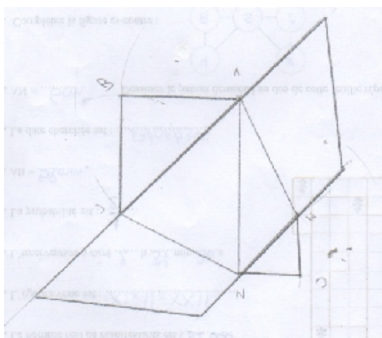
ABCDEFGH est un cube de 4 cm d’arête. En le sciant, j’obtiens le solide ABFMCN, où M est le milieu de [CD] et N est le milieu de [CG]. Calculez la longueur AN, puis dessinez un patron du solide ABFMCN.

Analyse de quelques productions de classes :



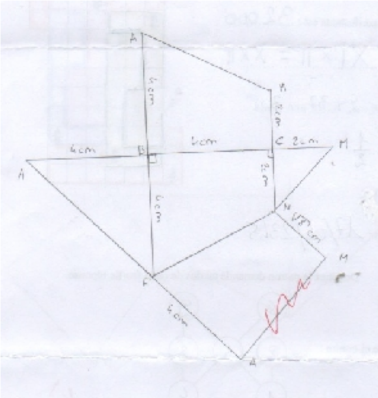
Les productions analysées seront indistinctement des productions de classes de troisième ou de seconde. La principale différence vient du fait que les classes de collège ont plus fourni de non réponses ou de réponses incomplètes que celles de lycée.

Plusieurs classes ont fourni ce type de patron, confondant le patron demandé avec la trace de la scie dans le cube.

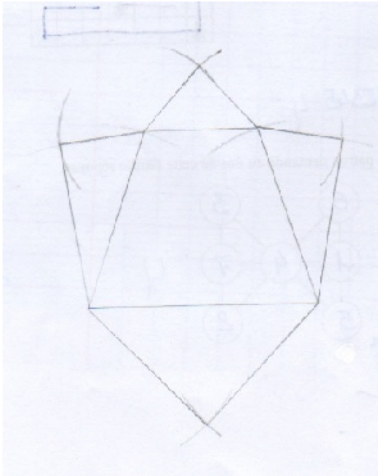


Ici, la longueur AN a été utilisée pour tracer le trapèze isocèle.
L’aspect symétrique du patron a été repéré. Les correspondances des longueurs sont respectées. Le solide a été perçu un peu comme un prisme. Sont alors apparus des alignements faisant oublier le fait que deux des faces étaient des trapèzes isocèles.

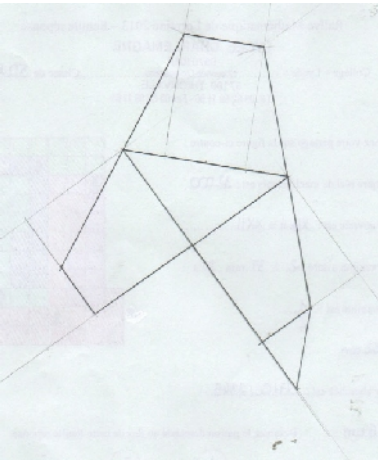
retour sommaire



Seul le trapèze isocèle n'a pas été reconnu, causant des non respects de correspondances de longueurs. La classe n'a pas saisi l'intérêt du calcul de AN.

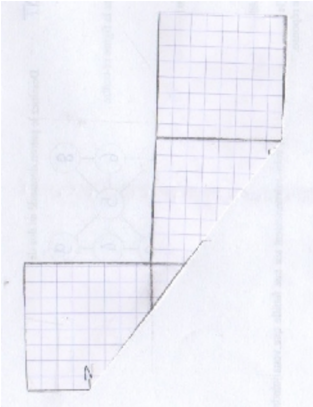


Les arcs de cercle ne montrent pas d'utilisation de AN pour le tracé du trapèze isocèle, la petite base semble avoir été tracée au jugé. Les trapèzes rectangles n'ont pas été reconnus, mais les correspondances des longueurs sont respectées.



Sur-figures et sous-figures ont été mises à contribution. La finalisation du trapèze isocèle semble malgré tout avoir été faite au jugé.

retour sommaire

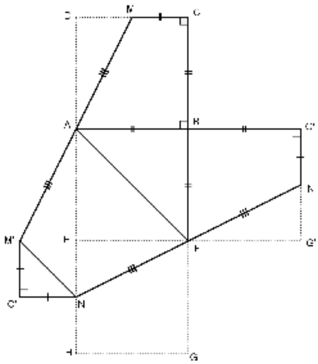


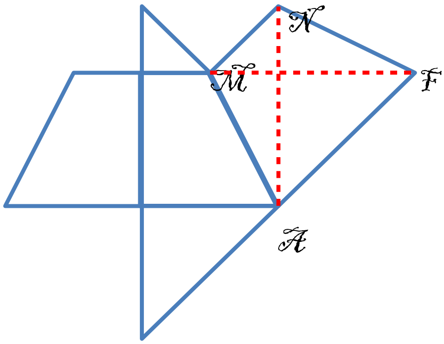
Certaines classes ont fourni des patrons surprenants, tel celui ci contre. L'élève qui l'a produit n'a sans doute pas demandé l'aval de ses camarades avant qu'il soit collé sur la feuille réponse.

La demande de la longueur AN avait pour but de faciliter le tracé de la face AMNF. Il est à noter que beaucoup de classes n'ont pas utilisé cette longueur AN.
Les trapèzes ne figurant plus dans les programmes tant de l'enseignement primaire que secondaire, les élèves ont pu avoir du mal à les reconnaître comme faces du solide puis à les représenter.

Quelques idées de prolongements en classe :

Comment tracer un trapèze isocèle connaissant la longueur de ses quatre côtés ?
Les mesures des côtés du trapèze isocèle sont des nombres irrationnels, les mesures des diagonales sont des nombres entiers. Existe-t-il des trapèzes isocèles possédant cette propriété, autres que ceux obtenus par agrandissement ou réduction de celui de l'énoncé ?





Les développements proposés à l'équipe de correction montrent des diagonales du trapèze isocèle MNFA de même longueur (ce qui n'est pas surprenant car une de ses médianes est axe de symétrie) et perpendiculaires (ce qui est plus inattendu) et également des alignements non anticipés (par exemple M, A, M' et N, F, N' dans le second développement proposé). Comment justifier ces propriétés perçues visuellement ?

retour sommaire

VIE DE LA REGIONALE
RALLYE DE L'A.P.M.E.P. 2013

Analyse des réponses à la question subsidiaire

Rappel de l'énoncé : Loto de cœur
Arthur, le petit-fils du commissaire Albert Girard, a inventé un loto en utilisant uniquement les 13 cœurs d'un jeu de 52 cartes.
Pour jouer, il faut faire un ou plusieurs paris, chaque pari étant une liste de 6 cartes choisies parmi les 13 cœurs.
Une fois les paris effectués, Arthur tire 6 cartes au hasard.
Un pari est gagnant s'il comporte au moins 3 cartes communes avec le tirage.
Arthur met à l'épreuve son grand-père ; il lui demande quel est le nombre minimum de paris à faire pour être certain d'avoir au moins un pari gagnant.
Vous aussi, vous avez du cœur, alors aidez notre cher vieux commissaire à prouver à son ingénieux petit-fils que l'heure de la retraite n'a pas encore sonné !

Statistique des résultats
Lycée : Non réponse : 27 (32,5%) ; réponse exacte : 19 (22,9%) ; réponse fausse : 37 (44,6%)
Collège : Non réponse : 46 (42,6%) ; réponse exacte : 14 (13%) ; réponse fausse : 48 (44,4%).
On peut remarquer que les taux de réponses fausses sont quasiment identiques, par contre la répartition est différente entre non réponse et réponse exacte.
Au collège, la question déconcerte puisque près d'une classe sur deux ne répond pas à la question. Au lycée ce type d'énoncé est reconnu, souvent comme étant un problème qui nécessite d'utiliser les probabilités (16,9% au lycée et 9,2% au collège) ou/et des formules de dénombrement, d'où la différence sur les non réponses.

Étude des bonnes réponses

Certaines explications sont très claires tout en occultant, tout au moins dans la rédaction, l'exhaustivité des cas comme par exemple celle-ci :

Il y a besoin de 2 paris.
Exemple : les deux paris sont 1-2-3-4-5-6 et 7-8-9-10-V-D, et la première carte tirée est R.
Il reste 5 cartes, donc il y aura forcément au moins 3 cartes gagnantes pour un pari :
- soit 3 cartes dans le premier pari et 2 dans le second ;
- soit 2 cartes dans le premier pari et 3 dans le second ;
- soit 4 cartes dans le premier pari et 1 dans le second ;

retour sommaire

- soit 1 carte dans le premier pari et 4 dans le second ;
- soit 5 cartes dans le premier pari ;
- soit 5 cartes dans le second pari.

Dans tous les cas, c'est gagné !

Toutes les bonnes réponses montrent que deux paris sont suffisants, s'ils sont bien choisis (aucune carte commune aux deux paris). Mais très peu de réponses (4 sur les 33 réponses exactes) explicitent le fait qu'un seul pari ne peut pas suffire. Comme on le trouve dans cette phrase d'une classe de collège:

En ne faisant qu'un seul pari, on couvre seulement 6 cartes sur le jeu de 13. Il y a donc la possibilité qu'Arthur tire les 6 cartes non pariées.

Étude de quelques réponses fausses

Elles sont, comme souvent, beaucoup plus difficiles à analyser. Certains raisonnements sont pratiquement impossibles à suivre, bien qu'ils utilisent presque tous les nombres donnés (13, 6 et 3) :

Par exemple : $\dfrac{\frac{13^2}{6}}{3} = 9$

D'autres sont tellement laconiques qu'on se demande parfois à quoi elles correspondent (même si le raisonnement sous-jacent est correct) :

Sachant que toutes les cartes pariées sont différentes, la réponse est 2.

D'autres élèves ne répondent à la question qu'en ne tenant compte du nombre de cartes que l'on peut prendre dans un pari. Ils réalisent, en général, une partition de l'ensemble des cartes en trois ensembles, deux que l'on peut choisir disjoints et le dernier qui peut sortir dans un tirage particulier. On rencontre ce raisonnement aussi bien au collège qu'au lycée (4 fois au lycée (4,8%) et 5 fois au collège (4,6%)) :

Le nombre de paris pour en avoir au moins un gagnant est trois ; car lors du premier pari il y a 6 cartes, lors du second 12, donc il manque une carte. Il faut donc un troisième pari pour être sûr d'avoir les 3 cartes sorties.

Certaines réponses font apparaître des dénombrements.

En utilisant des formules :

Il y a $\dfrac{13\times12\times11\times10\times9\times8}{6\times5\times4\times3\times2\times1}=1716$ combinaisons possibles, et $\dfrac{13\times12\times11}{3\times2\times1}=286$ combinaisons gagnantes.

Mais à partir de là, le raisonnement est erroné :

Il y a 1716 combinaisons possibles. Il y a 286 combinaisons gagnantes. 1716 - 286 = 1430. Il y aura 1430 combinaisons fausses. Il faut donc faire 1431 paris.

Parfois en pensant réaliser « à la main » tous les tirages possibles.

Beaucoup de réponses fausses proviennent du fait que **l'énoncé n'a pas été compris** : il y a confusion entre les paris (des listes de 6 cartes, que l'on écrit avant le tirage) et le tirage réel des 6 cartes fait par Arthur. Il est vrai qu'il est plus courant de faire un seul pari et de chercher le nombre de tirages qu'il faudrait attendre pour être certain de gagner. La représentation du problème est donc erronée et ainsi la réponse donnée correspond en général à une autre question :
Quel est le nombre minimum de tirages que l'on doit effectuer pour être certain de gagner ?
On trouve cette confusion entre pari et tirage dans l'exemple précédent mais également dans les suivants.

Si l'on remet les cartes en jeu, on peut faire autant de paris que l'on veut, ce n'est pas sûr pour autant que l'on ait les trois cartes choisies, vu qu'il y en a en tout 6 sur 13.

Supposons qu'ils ne remettent jamais les cartes dans la pioche. Alors il est impossible de parier 3 fois car le nombre de cartes est insuffisant, donc on ne peut parier que 2 fois si on désire gagner.

Pour finir, signalons le « réflexe » qui consiste à dégainer la formule apprise en classe : miracle de la calculatrice !

Un pari comporte 6 cartes. La formule est donc **Int(6xRan#+1)** pour simuler si les cartes sont gagnantes ou non. Sachant que les chiffres 1 et 2 sont perdants, et que 3, 4, 5 et 6 sont gagnants, il y a donc 4 chances sur 6 de gagner, soit 2 sur 3.
En théorie, son grand-père va gagner deux fois sur trois.

De nombreux autres exemples de raisonnements proposés par les classes sont consultables sur notre site (valider rallye 2013) :
http://apmeplorraine.free.fr/index.php?module=rallye

retour sommaire