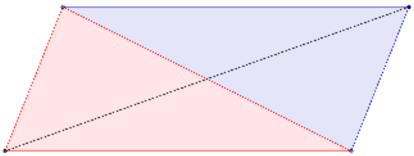
troisième, soit ils ne se recoupent pas du tout (c’est d’ailleurs le cas sur la figure ci-dessus).
Calculer, en fonction de n, la probabilité de chacune de ces quatre éventualités. Définir leurs limites lorsque $n \to \infty$.

Envoyez votre solution (nous espérons en recevoir une grande quantité), **ainsi que toute proposition de nouveau problème**, à Loïc Terrier (de préférence par courriel, sinon 21 rue Amédée Lasolgne, 57130 ARS-SUR-MOSELLE).

SOLUTION DÉFI COLLEGE/LYCEE n°114

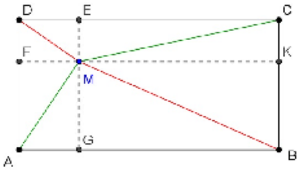


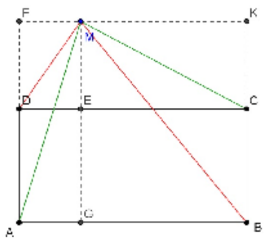
La somme des carrés des côtés d'un rectangle est égale à la somme des carrés de ses diagonales. Mais cette propriété s'applique-t-elle aussi au parallélogramme ?

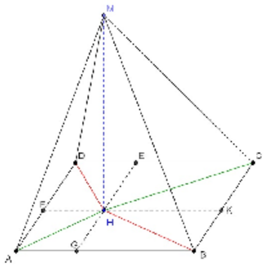
La réponse est **OUI**. Mais ce n'est pas du tout simple à démontrer ! L'exercice avait été proposé dans le bulletin APMEP n°483, et sa solution est en ligne sur la site de l'APMEP :
http://www.apmep.asso.fr/Somme-des-carres-des-cotes-d-un

Beaucoup plus facile à démontrer était la seconde proposition de ce défi :

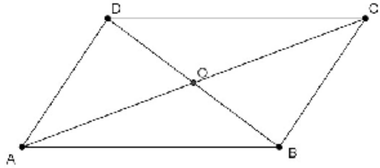
M étant un point quelconque du rectangle ABCD, a-t-on toujours $MA^2 + MC^2 = MB^2 + MD^2$?
La réponse est OUI, c'est une application directe du théorème de Pythagore, en utilisant les projections orthogonales de M sur les côtés.
C'est encore vrai si le point M est extérieur au rectangle, et même en dehors du plan du rectangle (voir figures).



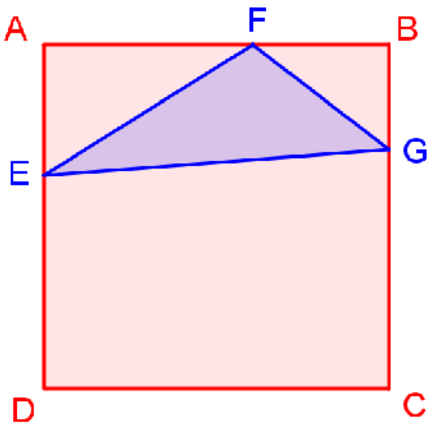




Par contre, cette fois, la propriété n'est plus vraie pour le parallélogramme. Il suffit d'exhiber un contre-exemple : ce 'est pas vrai si M est en O, puisque la « demi-grande » diagonale n'est pas égale à la « demi-petite » diagonale.



DÉFI COLLEGE n°115



On considère un carré ABCD. Sur trois de ses côtés, on place les points E, F et G, **distincts des sommets A, B, C et D**.

Comment placer les points E, F, et G pour que le triangle EFG soit :

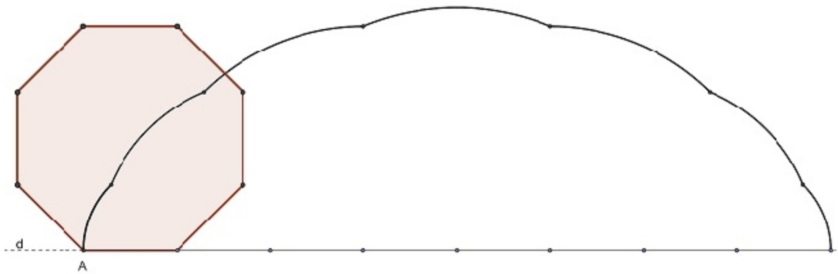
- un triangle rectangle ?
- un triangle isocèle ?
- un triangle rectangle isocèle ?
- un triangle équilatéral ?

Plus difficile :
La même question, avec une contrainte supplémentaire : E, F et G ne doivent pas non plus être au milieu d'un des côtés du carré.
Quand vous avez trouvé une (ou plusieurs) solution(s), merci de **fournir un « programme de construction »** : soit pour une construction sur papier avec instruments habituels de dessin (en laissant apparents les tracés), soit pour une construction avec un logiciel de géométrie dynamique (en précisant l'ordre des tracés).

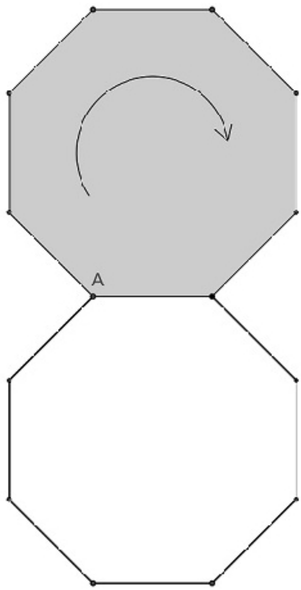
retour sommaire

DÉFI LYCEE n°115

Un octogone « roule » sur une droite (d).
On a représenté ci-dessous la trajectoire du sommet A de l'octogone pendant cette « manœuvre », correspondant à un tout complet de l'octogone. Pouvez-vous calculer la longueur de cette trajectoire (on prendra comme unité la longueur du coté de l'octogone) ?



Un peu plus complexe, maintenant : l'octogone gris tourne autour d'un autre octogone qui reste fixe. Représenter sa trajectoire (correspondant à un tour complet). Quelle est sa longueur ? Quelle est l'aire de la surface située à l'intérieur de cette trajectoire ?



Chaque trimestre, le Petit Vert vous propose un DEFI destiné à vos élèves de collège et/ou de lycée ?

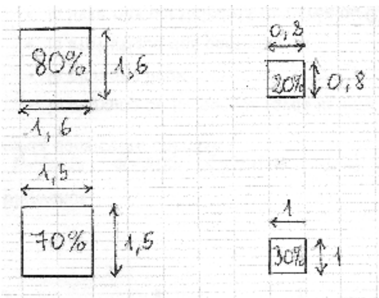
Envoyez toute solution originale de vos élèves, ainsi que toute proposition de défi, à michel.ruiba@ecopains .net

retour sommaire

SOLUTIONS D'ÉLÈVES A NOS DÉFIS

Dans le Petit Vert n° 108 (décembre 2011), nous avions présenté ce défi : Les représentations ci-dessous, issues de la revue Challenge du 17/11/2011, sont elles mathématiquement correctes ?

Voici la réponse de Céline, Émilie, Tristan et Guillaume, un groupe d'élèves de cinquième (professeur : Claire Staub).



80 = 4 x 20

1,6 x 1,6 2,56

0,8 x 0,8 0,64

2,56 = 4 x 0,64

$70=\frac{7}{3}\times 30$

$1{,}5\times 1{,}5=2{,}25=\frac{9}{4}=\frac{27}{12}$

1 x 1 = 1

$\frac{7}{3}\times 1=\frac{7}{3}=\frac{28}{12}$

Il est juste à $\frac{1}{12}$ près.

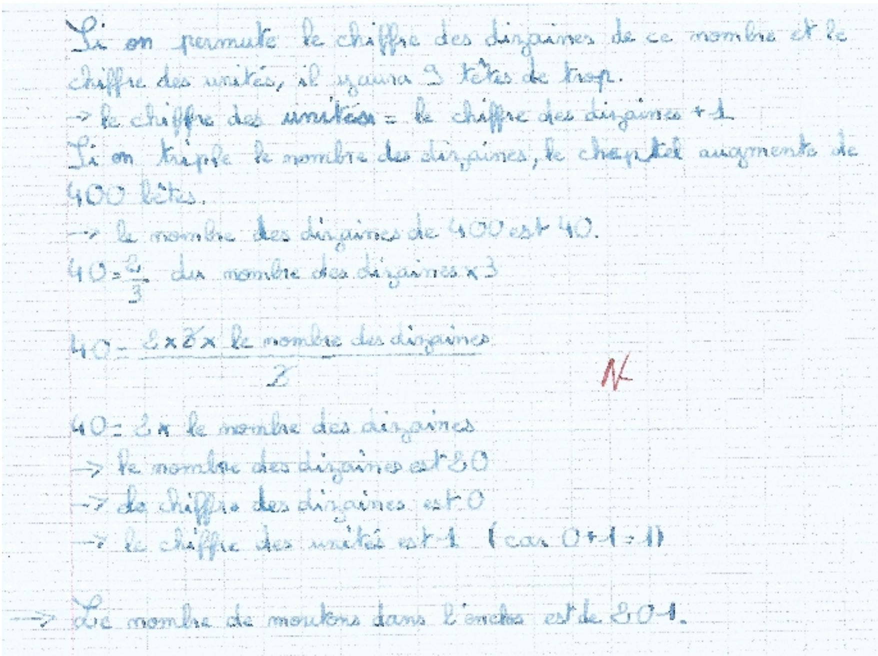
Au comité de rédaction du Petit Vert, nous avons bien aimé la réponse « C'est juste à 1/12 près » !

Ces mêmes élèves ont également résolu le défi n°110 (juin 2012), dont voici l'énoncé :

Le jeune Alionel veut devenir berger. Il va trouver monsieur Atanase et lui demande aimablement de le prendre en stage. Ce dernier lui montre un enclos où paissent paisiblement des moutons et lui dit : « *Dans cet enclos, il y a moins de 1 000 bêtes. Si tu permutes le chiffre des dizaines*

de ce nombre et le chiffre des unités, il y aura 9 têtes de trop ; mais si tu triples le nombre des dizaines, le cheptel augmente de 400 bêtes. Trouve le nombre de moutons qu'il y a dans l'enclos et je t'accepte comme second ».
Aide l'apprenti berger à se faire embaucher par le pâtre.

Voici la solution proposée par ce groupe de 4 élèves :


Si on permute le chiffre des dizaines de ce nombre et le chiffre des unités, il y aura 9 têtes de trop.
→ le chiffre des unités = le chiffre des dizaines + 1
Si on triple le nombre des dizaines, le cheptel augmente de 400 bêtes.
→ le nombre des dizaines de 400 est 40.
40 = $\frac{2}{3}$ du nombre des dizaines × 3
40 = $\frac{2 \times \cancel{3} \times \text{le nombre des dizaines}}{\cancel{3}}$
40 = 2 × le nombre des dizaines
→ le nombre des dizaines est 20
→ le chiffre des dizaines est 0
→ le chiffre des unités est 1 (car 0+1=1)
→ Le nombre de moutons dans l'enclos est de 201.

Vous aussi, n'hésitez pas à proposer à vos élèves les défis (mêmes anciens) du Petit Vert, et envoyez-nous leurs solutions. Merci.

retour sommaire