

ÉTUDE MATHÉMATIQUE**LA GÉOMÉTRIE DE LA MOSAÏQUE DE GRAND**

Par Bernard PARZYSZ,
Université d'Orléans & Laboratoire André-Revuz
(univ. Paris-Diderot)

Introduction

La petite ville lorraine de Grand est située dans le canton de Neufchâteau, entre, d'une part les vallées de la Marne et de l'Ornain (à l'Ouest), et d'autre part la vallée de la Meuse (à l'est). L'archéologie y a révélé une cité antique, située sur le territoire des Leuques, à l'écart des grands axes de circulation Lyon-Trèves et Langres-Reims. Il s'agissait en fait d'une ville construite autour d'un sanctuaire consacré au dieu guérisseur Apollon Grannus. Elle était ceinte d'un rempart de 1760 m de long, haut de 6 à 7 m, épais de 2,80 m et muni de 18 tours circulaires, avec une porte monumentale à l'est (Dechezleprêtre 2010). La ville comportait également un amphithéâtre de 17000 places, extérieur à l'enceinte et daté de la fin du 1^{er} siècle (Olivier 2010).



Figure 1 . Vue générale

N.d.l.r. Sauf indication contraire toutes les photos et dessins sont de B. Parzysz

Mais, surtout, Grand est connu pour la mosaïque pavant le sol de la grande salle d'un vaste bâtiment, fouillé en 1883 par Félix Voulot, conservateur du musée départemental des Vosges. Cette mosaïque, la

plus grande de Lorraine (224 m²), est conservée *in situ*¹(fig. 1). Elle est datée de la période antonine (2^e siècle) selon J.-P. Darmon (Darmon 2006). Deux jours passés en octobre 2012 sur la mosaïque m'ont permis² de prendre toute une série de mesures, dont résulte la présente étude³.

Le pavement est composé de deux parties principales : une abside semi-circulaire et un grand carré, entre lesquels se situent deux bandeaux rectangulaires.

1. Mise en place des différentes parties de la mosaïque

Par suite des dégradations subies depuis sa mise au jour, la mosaïque a dû être déposée et restaurée à la fin des années 1950, avant d'être remontée sur place (Blanc 2006). Il n'y a donc a priori aucune raison de supposer que les dimensions actuelles du pavement diffèrent des dimensions d'origine, sauf de façon négligeable ; c'est ce que nous supposons dans ce qui suit.

La partie « carrée » du pavement ne l'est pas tout à fait : elle mesure 12,60 m × 12,20 m, soit un écart relatif de 3 % entre les deux dimensions. L'ensemble des dimensions relevées est présenté sur la figure 2⁴. Sachant que le pied romain (*pes*) correspond en principe à 296 mm, 42 pieds font 12,43 m, ce qui est à la fois trop pour la dimension est-ouest du panneau rectangulaire (12,20 m), et trop peu pour la dimension nord-sud de ce même panneau (12,60 m). En outre, la différence entre les deux dimensions (0,40 m) est trop grande par rapport à un pied, et trop grande aussi pour qu'on évoque un manque de précision ou une erreur de mesurage lors de la réalisation, ou un résultat du remontage moderne. D'autant plus qu'on peut raisonnablement penser que le concepteur du tapis (le *pictor*) a eu pour dessein de partir d'un panneau théoriquement carré. Comment alors expliquer cette différence ? Nous pouvons constater que presque toutes les longueurs semblent correspondre à un pied de 300 mm, quelques autres suggérant un pied de 290 mm ; c'est le cas des dimensions est-ouest du grand panneau et de celui qui y est inclus. La figure 3 représente l'interprétation des mesures en fonction de ces deux unités. Tout se passe donc comme si l'on avait utilisé successivement deux cordeaux différents : l'un gradué en pieds « forts » et l'autre en pieds « faibles » et conduit à proposer une procédure possible de mise en place. Précisons cette hypothèse.

1 Le site est ouvert toute l'année au public : toute la journée du 1^{er} avril au 30 septembre et l'après-midi du 1^{er} octobre au 31 mars. Il est fermé le lundi, sauf en juillet-août.

2 Assisté de mon épouse, que je remercie ici.

3 Je tiens à remercier chaleureusement M. Thierry Dechezleprêtre et toute l'équipe du site archéologique de Grand pour leur aide et leur gentillesse.

4 Les dessins de cet article ont été réalisés à l'aide du logiciel Cabri Géomètre II.

1.1. Le panneau extérieur

Dimensions extérieures : 42 p × 42 p.

Dimensions intérieures : 30 p × 18 p.

1° Une fois déterminé le centre de la salle, le cordeau « faible » est utilisé pour délimiter l'un des côtés, nord ou sud, du grand panneau ; ce côté, d'une longueur de 42 pieds est subdivisé en 7 sections de 6 pieds. Le cordeau faible (cassé ? perdu?) est ensuite abandonné.

2° Avec le cordeau « fort » on mesure perpendiculairement 42 pieds (côtés est et ouest) et on détermine le dernier côté.

3° On délimite, sur les côtés du (pseudo) carré initial, une bande de 6 pieds dans le sens nord-sud et – par rabattement depuis le premier côté – une bande de 12 pieds dans le sens est-ouest (fig. 4). Ceci détermine par conséquent un espace central de 30 p × 18 p.

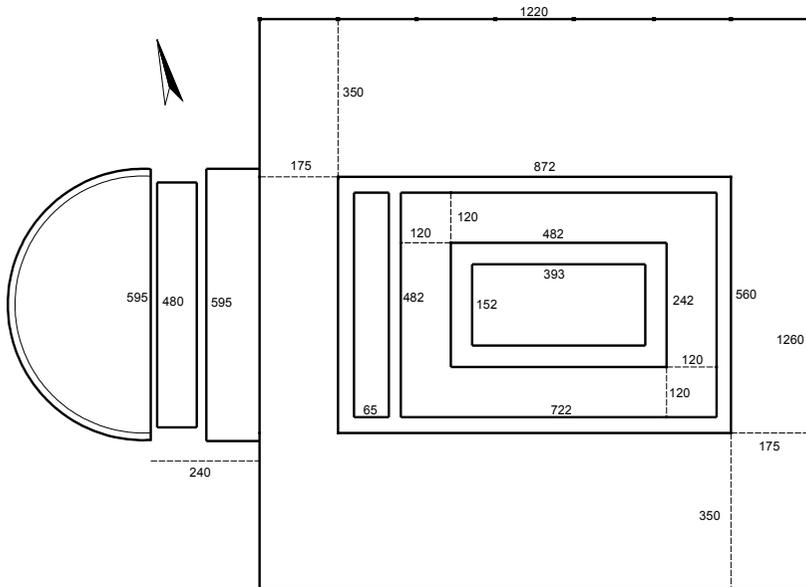


Figure 2. Dimensions en cm.

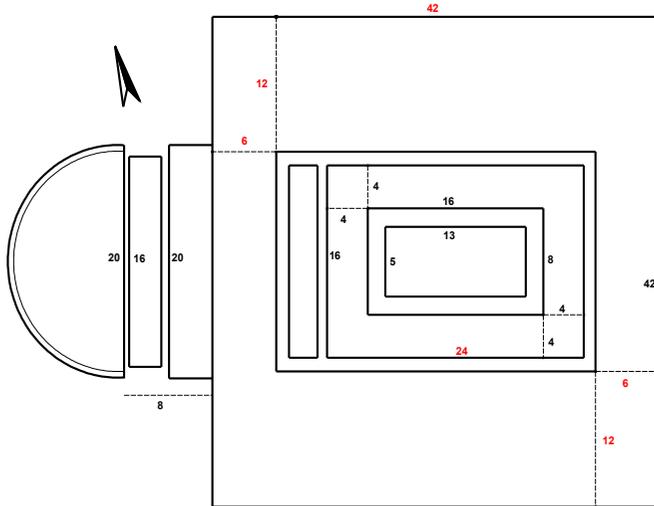


Figure 3. Dimensions en pieds (pied faible en rouge, pied fort en noir)

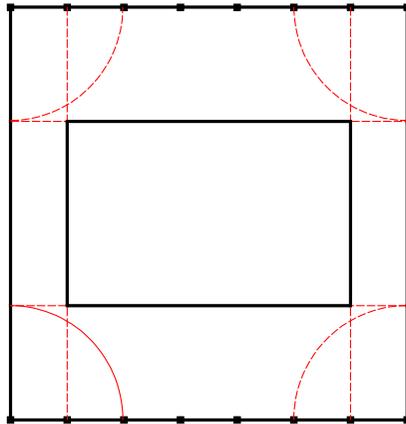


Figure 4. Mise en place du panneau carré

1.2. Le panneau intermédiaire

Ce panneau est séparé du panneau extérieur par une bordure double d'un peu plus d'un pied de large⁵ : méandres en redans vers l'extérieur, tresse à deux brins vers l'intérieur (fig. 5). D'où un espace intérieur d'un peu moins de 28 p × 16 p.

⁵ 0,34 m en moyenne.



Figure 5. La tresse séparant le panneau intermédiaire du panneau extérieur

Or le décor prévu pour le panneau rectangulaire nécessitait, comme on le verra plus loin, un rapport longueur / largeur égal à $3 / 2$; pour le mettre en place, le *pictor* s'est alors calé sur la largeur de l'emplacement disponible, ce qui lui assurait le maximum d'espace : il a partagé la largeur en deux et a reporté trois fois ce module dans la longueur (fig. 6).

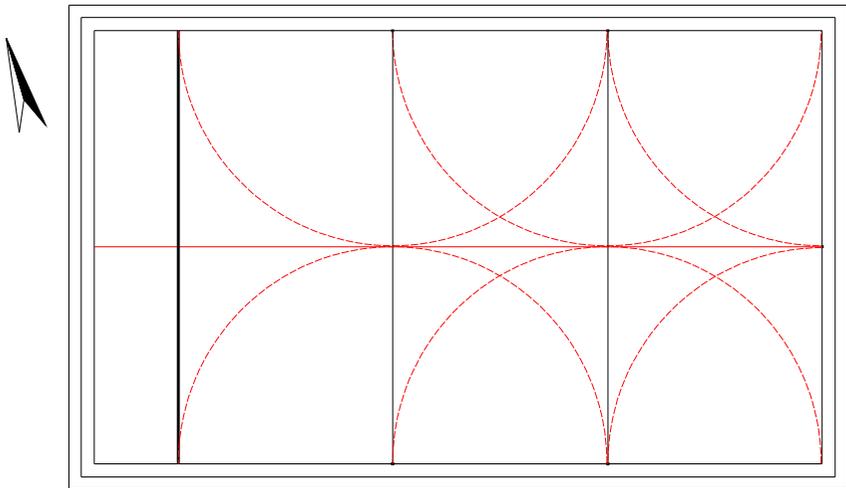


Figure 6. Mise en place du panneau intermédiaire

Ceci étant fait, il avait maintenant environ 24 pieds de long pour le panneau principal. Mais, comme il y a près de 28 pieds dans la longueur de l'espace central, il s'est trouvé dans la nécessité de créer un bandeau complémentaire, qu'il a choisi de placer du côté ouest, séparé du panneau principal par une dérivation de la tresse du pourtour, et il l'a subdivisé en sept petits panneaux rectangulaires⁶.

⁶ Dimension N-S comprise entre 0,49 m et 0,62 m, dimension E-W comprise entre 0,62 m et 0,70 m.

1.3. Le panneau central

Le choix du motif du panneau intermédiaire permettait, en joignant les centres des six carrés unitaires (fig. 7), de réserver au centre un espace libre en forme de « double carré » ($16 p \times 8 p$), destiné à y placer le panneau figuré central.

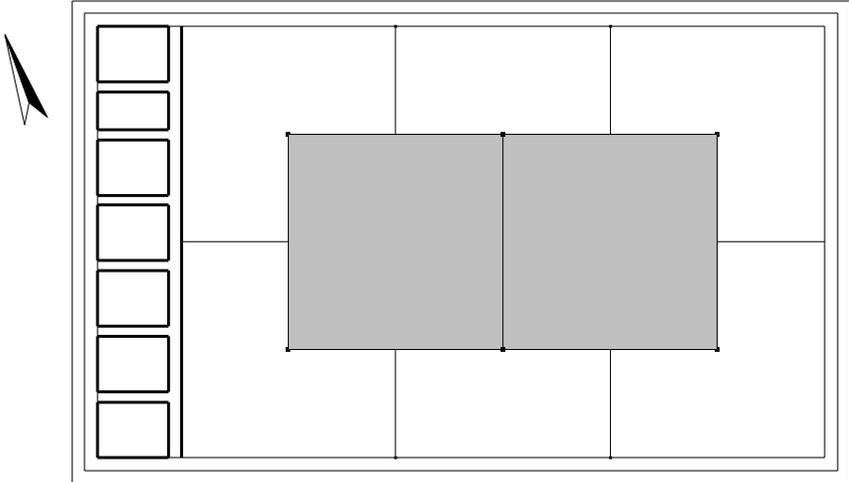


Figure 7. Disposition du « double carré » central

Quant à celui-ci, il est entouré d'une bordure multiple, d'un pied et demi de large (fig. 8) comportant notamment une tresse à deux brins (à la jonction avec le panneau intermédiaire) et une ligne brisée (vers l'intérieur).



Figure 8. Bordure séparant le panneau intermédiaire du panneau central

Le panneau central mesure donc environ $13 p \times 5 p$ (fig. 9).

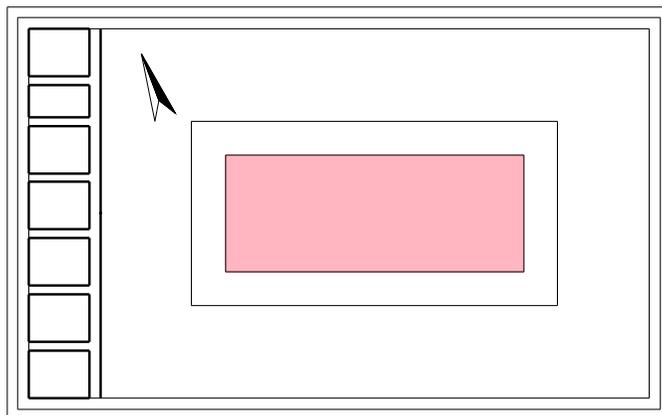


Figure 9. Position du panneau central (en rose)

1.4. L'abside

Rayon extérieur : 10 p, rayon intérieur : 9 p.

L'abside se trouve à 8 pieds à l'ouest du panneau carré (fig. 3). Entre les deux sont placés deux bandeaux : l'un, vers l'est, à décor géométrique (deux losanges encadrés par des carrés) ; l'autre, vers l'ouest, à décor végétalisé (rinseau).

L'abside, semi-circulaire, comporte une bordure extérieure de triangles, large d'un peu moins d'un pied. En réalité elle comporte un peu plus qu'un demi-cercle car, par rapport au milieu du diamètre, le centre du cercle se trouve décalé de 0,02 m vers le nord et de 0,05 m vers l'ouest. Ceci permet, au passage, de juger du degré de précision atteint par les artisans antiques.

2. Mise en place des décors

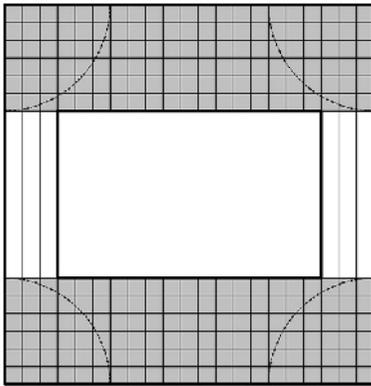
2.1. Le panneau extérieur

Le décor du panneau extérieur (fig. 10) repose sur un réseau carré dont la maille est de 2 pieds, d'où en principe 21×21 carrés.

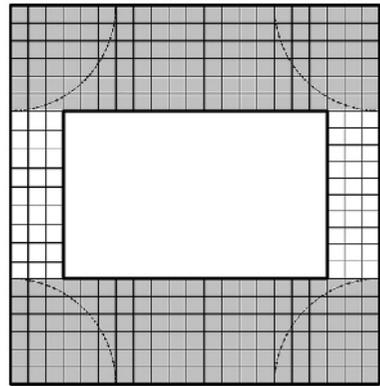


Figure 10. Décor du panneau extérieur

Ce carroyage de deux pieds de côté est parfaitement accordé au découpage constituant le panneau intermédiaire : celui-ci, ayant pour dimensions théoriques $30\text{ p} \times 18\text{ p}$, avec des bandes latérales de 3 carrés à l'est et à l'ouest et de 6 carrés au nord et au sud, correspond en effet à un rectangle de 15×9 carrés.



A



B

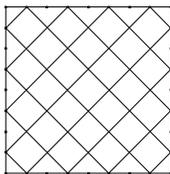
Figure 11. Mise en place du quadrillage extérieur

Le quadrillage des bandes nord et sud s'est fait sans difficulté : chacun des deux rectangles latéraux a été subdivisé en 21×6 carrés (fig. 11 A). Par contre, si les deux parties restantes ont bien été subdivisées en 3 dans le sens nord-sud, le *pictor* a rencontré un problème pour placer les derniers carrés : la distance qu'il avait à subdiviser est la différence entre 42 pieds forts et 24 pieds faibles, soit environ 18 pieds forts *moins* 0,24

m. Comment a-t-il résolu le problème ? Eh bien, des deux façons possibles : du côté est (côté de l'entrée) en rétrécissant un peu des bandes, et du côté ouest en les élargissant. Plus précisément, la longueur restante a été partagée en 9 du côté ouest et en 10 du côté est (fig. 11 B). D'où une dimension nord-sud des carrés rétrécie de 2 cm du côté est et élargie de 4 cm du côté ouest (ce qui, disons-le, passe totalement inaperçu).

J.-P. Darmon y voit d'ailleurs une « *subtilité* », créant « *un effet d'optique corrigeant le caractère exagérément oblong du panneau central* » (Darmon 2006, p. 93). Pour ma part, je verrais plutôt dans ce choix différencié le fait de profiter du décalage fortuit pour compenser l'effet de perspective produit au moment où l'on pénètre dans la pièce (si tant est qu'on s'en rende compte).

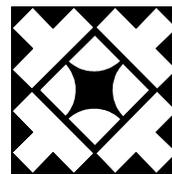
L'ouvrage de référence décrit ainsi cette composition : « *quadrillage de lignes de carrés sur la pointe tangents [sic], en opposition de couleurs, déterminant des cases carrées à degrés (ici chargées d'un grand carré sur la pointe, déterminant des T* »⁷ (Balmelle & al. 1985, p. 202). En outre, on trouve au centre des cases deux motifs en alternance (cette alternance n'étant d'ailleurs pas régulière dans la partie nord) : un carré « droit » dans lequel est inscrit un carré « sur la pointe » et un « carré concave ». Chaque motif est obtenu à partir d'une trame carrée diagonale, construite sur une subdivision des côtés du carré initial en 8 (fig. 12).



Trame



Motif A



Motif B

Figure 12. Décor des carrés du panneau extérieur

Par juxtaposition, les triangles noirs bordant les carrés induisent un quadrillage de petits carrés « sur la pointe » (fig. 13).

⁷ Les « T » sont les ensembles de 4 carrés blancs situés entre le carré central et la bordure.

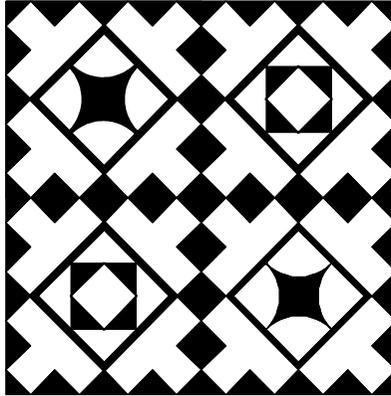


Figure 13. Schéma théorique du décor du panneau extérieur

2.2. Le panneau intermédiaire

Le bandeau latéral comporte, nous l'avons vu, sept médaillons à décor géométrique végétalisé, eux aussi séparés par une tresse à deux brins (fig. 14).



Figure 14. Le bandeau latéral

Le décor du panneau intermédiaire principal (fig. 15) est décrit dans l'ouvrage de référence comme un « *quadrillage oblique de bandes à carré d'intersection débordant, en tresse* » (Balmelle & al. 1985, p. 222) Dans chaque angle on trouve la représentation d'un animal utilisé dans les combats de gladiateurs contre des fauves (*venationes*) : sanglier, ours, panthère et tigre. Selon J.-P. Darmon, ces animaux pourraient peut-être symboliser les quatre saisons⁸.

⁸ Communication orale.



Figure 15. Le panneau intermédiaire

Une des difficultés à surmonter, lorsqu'on étudie le décor d'une mosaïque géométrique, est d'en déterminer les lignes directrices. Ainsi, dans le cas présent, s'agit-il de considérer la limite externe des polygones, leur limite interne ou l'axe des tresses ? La réponse s'obtient en considérant les points communs à deux polygones (fig. 16). On voit que ces points appartiennent aux *bords externes*. Sous cette hypothèse, on constate en outre que les sommets des carrés sur la pointe sont les milieux des côtés des carrés droits (et inversement) et que, de même, les sommets des carrés droits sont les milieux des côtés longs des rectangles.

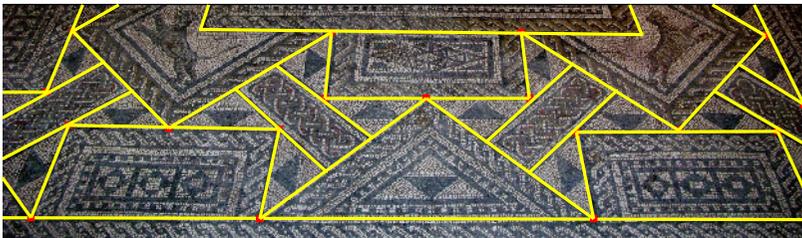


Figure 16. Détermination des lignes directrices

En se fondant sur ces lignes directrices, l'étude de la composition du pavage induit par ce décor montre qu'il se décompose effectivement en 3×2 carrés comportant le même décor (fig. 17), dont aucun n'est par ailleurs complet.

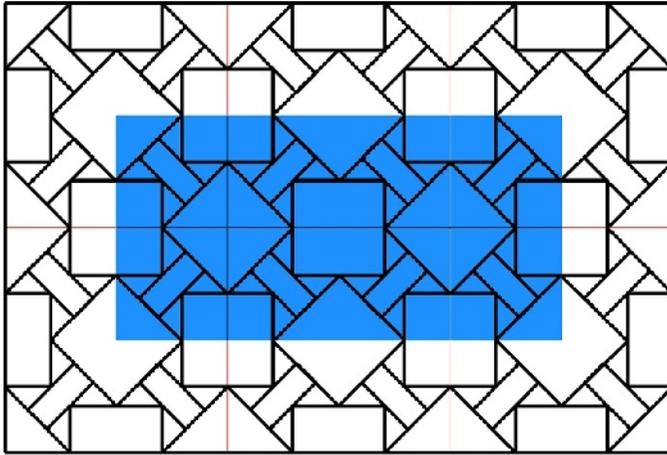


Figure 17. Composition géométrique du décor

Les mesures effectuées sur place ont montré que les carrés droits et les carrés sur la pointe sont de même dimension⁹, mais on peut également s'en rendre compte sur le cliché de la figure 18, grâce à un peu de géométrie perspective.



Figure 18. Tous les carrés ont la même taille

⁹ Ils mesurent tous, à très peu près, 1,00 m de côté. Mais n'allons pas en conclure que les Lorrains de l'Antiquité avaient inventé le système métrique !

Considérons le carré droit ABCD et le carré sur la pointe NPQR. Soit [MN] une médiane du carré ABCD ; nommons Π le plan vertical contenant [MN]. Sur le cliché, la droite (MN) est frontale, donc les segments qu'elle contient sont représentés « en vraie grandeur ».

Construisons dans le plan Π le carré NMHK, qui est donc de même taille que le carré ABCD. Rabattons ensuite la diagonale [NH] de ce carré autour de (AD) sur (MN). On constate que, dans le rabattement, le point H vient coïncider avec Q. Par conséquent les diagonales des carrés ABCD et NPQR ont même taille, et il en va de même pour ceux-ci.

La composition du décor peut *a priori* paraître complexe. Mais sa décomposition en 6 carrés unitaires identiques, comme l'indique la figure 17, permet de se ramener à des constructions plus simples.

La mise en place du décor de chaque carré repose en effet sur une construction très courante – et, si l'on peut dire, « classique » – dans la mosaïque antique : celle de l'octogone régulier inscrit dans un carré (fig. 19 A) : on trace les diagonales du carré, puis les cercles centrés en ses sommets et passant par son centre. Leurs points d'intersection avec le carré sont les sommets de l'octogone régulier inscrit (démonstration laissée au lecteur).

Partant de cette construction, on trace les diagonales de l'octogone parallèles aux diagonales du carré (elles joignent les sommets de trois en trois). Ceci détermine le carré « sur pointe » central (fig. 19 B). Puis, en menant par exemple les parallèles aux côtés du carré initial par les sommets du carré central, on construit les « demi-carrés » latéraux (fig. 19 C). Enfin, par les parallèles aux diagonales du carré initial passant par les sommets intérieurs des demi-carrés, on obtient les rectangles (fig. 19 D).

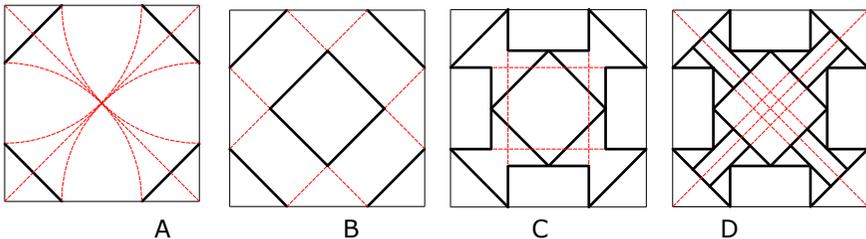


Figure 19. Construction du motif unitaire carré

Il suffit alors de répliquer ce décor par des symétries par rapport aux côtés du carré initial pour obtenir un pavage du plan¹⁰ (fig. 17).

Mais ici, comme nous l'avons remarqué, aucun carré n'est complet : le décor est en fait constitué d'une bordure de 16 triangles rectangles isocèles au décor identique, disposés tête-bêche (fig. 20).

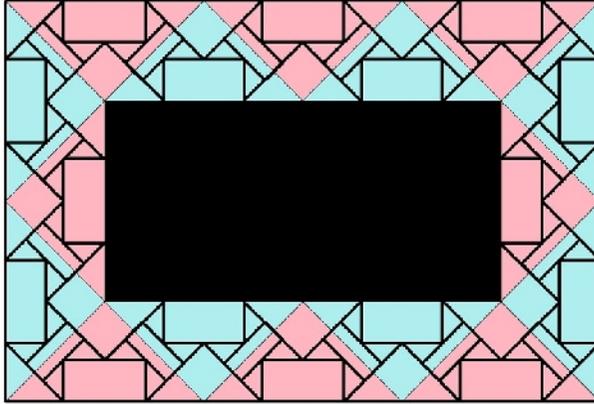
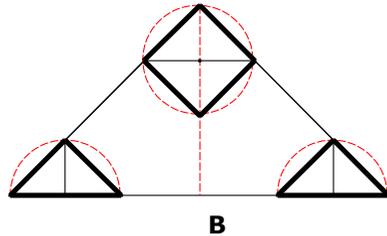
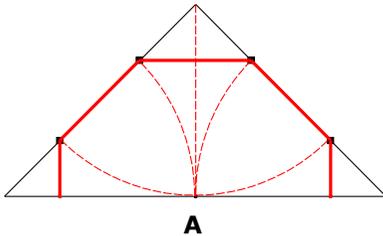


Figure 20. Décomposition du décor en 16 triangles

On peut alors envisager une procédure de construction alternative. Dans un triangle rectangle isocèle (considéré comme un « demi-carré »), on construit les quatre sommets d'un « demi-octogone régulier » inscrit, par la méthode indiquée plus haut (fig. 21 A). On construit ensuite, aux sommets du triangle, le carré et les triangles (fig. 21 B), puis – par des perpendiculaires et/ou des parallèles – le rectangle central (fig. 21 C), et enfin les rectangles latéraux (fig. 21 D).



¹⁰ On peut remarquer au passage que l'expression « *quadrillage oblique* » figurant dans la description citée plus haut, si elle correspond à l'orientation des rectangles, ne convient pas au réseau servant à mettre en place le décor.

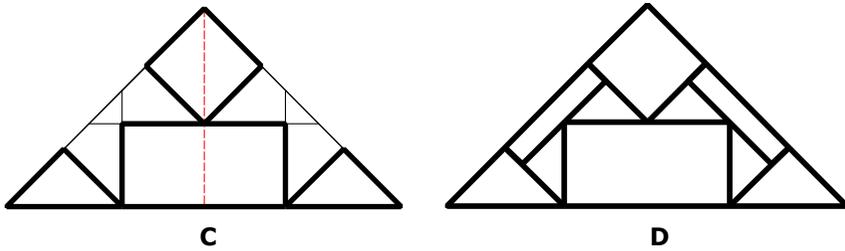


Figure 21. Construction du motif unitaire triangulaire

Quelle que soit la construction qu'il ait utilisée, le mosaïste ne la refaisait sans doute pas dans chacun des carrés du réseau. Plus probablement, il la réalisait une seule fois – in situ ou à proximité – et répliquait le motif par des reports de longueurs au cordeau.

La suite de cet article (panneau central et abside, conclusion et bibliographie) sera publiée dans le prochain numéro du Petit Vert. L'intégralité de l'article est téléchargeable sur notre site, à l'adresse http://apmeplorraine.free.fr/modules/regionale/jr_2013/Conf_BParzysz_Mosaïque.pdf

