

**DANS NOS CLASSES**

## Des maths autrement : du jeu aux maths...

Par Sylvie Baud-Stef, professeur des écoles

École Jean Moulin, Champigneulle (54)

Les mathématiques sont considérées, à l'instar du français, comme discipline incontournable de l'école primaire. Certes, mais quelles mathématiques ?

Car, si dans les programmes de 2008 (cf. BO : hors série n°3 – 2008) on peut lire : « ...*La pratique des mathématiques développe le goût de la recherche et du raisonnement, l'imagination et les capacités d'abstraction, la rigueur et la précision. Du CE2 au CM2, dans les quatre domaines du programme, l'élève enrichit ses connaissances, acquiert de nouveaux outils, et continue d'apprendre à résoudre des problèmes. Il renforce ses compétences en calcul mental. Il acquiert de nouveaux automatismes. L'acquisition des mécanismes en mathématiques est toujours associée à une intelligence de leur signification. La maîtrise des principaux éléments mathématiques aide à agir dans la vie quotidienne et prépare la poursuite d'études au collège.* »

On trouve également une vision relativement limitée de la résolution de problème : « (...) *La résolution de problèmes liés à la vie courante permet d'approfondir la connaissance des nombres étudiés, de renforcer la maîtrise du sens et de la pratique des opérations, de développer la rigueur et le goût du raisonnement.* (...) »

(...) *La résolution de problèmes concrets contribue à consolider les connaissances et capacités relatives aux grandeurs et à leur mesure, et, à leur donner sens.*(...) »

*Mais apprendre à raisonner, réfléchir, argumenter ne doit-il, ne peut-il se faire que dans un contexte utilitaire ? concret ? La dimension « recherche », imaginative, ludique des mathématiques n'est-elle pas alors exclue ? Nos élèves ne pourraient-ils pas eux aussi avoir l'occasion de développer leur imagination, leurs capacités d'abstraction dans des situations de recherche ?*

Désirant ne pas cantonner les élèves dans une vision restreinte des mathématiques, des ateliers de recherche avec un Enseignant-chercheur en mathématiques ont été organisés dans la classe.

Le premier date de 2006 entre A. Stef, enseignant-chercheur de l'Université de Lorraine (Institut Elie Cartan) et une classe de CM1. Différentes rencontres ont ensuite été renouvelées les années suivantes avec des élèves de CM1 et de CM2 auxquels différents types d'activités de recherche et réflexion ont été proposées.

### **Un passage obligé : pour vous qu'est ce qu'un mathématicien ?**

Chaque rencontre commence, dans un premier temps, par un moment de découverte. Les élèves sont amenés à s'interroger sur :

- qu'est ce qu'un mathématicien ?
- qu'est ce que la recherche ?
- que fait un chercheur en mathématiques ?
- pourquoi fait-on de la recherche en mathématiques ?
- à qui et à quoi servent les mathématiques ?

Au fil de la discussion A. Stef apporte des éléments de réponse, donne différents exemples. Ce moment d'introduction, est indispensable. En effet les élèves prennent conscience que l'activité qu'on va leur proposer est quelque chose de sérieux reposant sur de la réflexion. De plus "l'aura" du chercheur accentue, bien sûr, la mise en condition des élèves.

### **Exemple d'activités de recherche : du jeu aux maths...**

Deux situations de recherche intéressantes présentées par A. Stef : le jeu de Marienbad et les ponts de Königsberg.

D'une manière générale ces séances de recherche se déroulent de telle façon que les élèves vont passer peu à peu du jeu à une réflexion stratégique et mathématique, selon les étapes suivantes :

- introduction du jeu
- mise en place du jeu
- phase de découverte
- recherche de(s) situation(s) gagnante(s)
- analyse de ces situations
- synthèse-conclusion : recherche d'algorithme, raisonnement

**Le jeu de Marienbad** est souvent plus connu sous sa forme "le jeu des allumettes" dans l'émission "Fort Boyard". La règle du jeu est simple. Deux candidats s'opposent, face à eux 20 jetons. Chacun prend à son tour 1, 2 ou 3 jetons. Celui qui prend le dernier a perdu.



Dans un premier temps les élèves jouent ! Puis on leur demande d'établir des constats sur des similitudes dans les situations perdantes ou gagnantes. On aboutit alors à un premier constat : l'étape décisive semble être quand il reste 5 jetons. On décompose alors ce qui se passe lorsqu'on prend 1 jeton, ou 2 ou 3. Le problème est reposé pour les situations où il reste 6, 7, 8, ou 9 jetons.

Peu à peu les élèves aboutissent

au constat que :

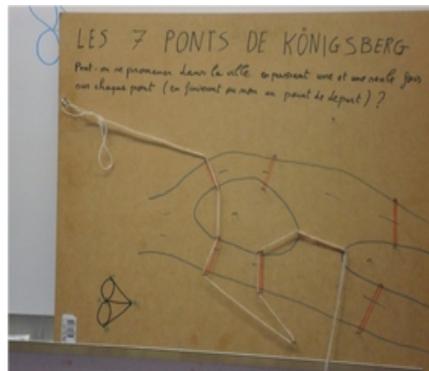
- on gagne, pour celui qui va jouer, quoi que joue l'autre : lorsqu'on a 2, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 18, 19 ou 20 jetons
- on perd, pour celui qui va jouer, et si l'autre joue bien, quand il y a 1, 5, 9, 13 ou 17 jetons.

Avec l'aide d'A. Stef les élèves aboutissent donc à la formalisation suivante :

- Le joueur est en situation perdante si le nombre de jetons est tel que son reste dans la division par 4 est égal à 1.
  - Le joueur est en situation gagnante perdante si le nombre de jetons est tel que son reste dans la division par 4 est égal à 2, 3 ou 0.
- ... et à la conclusion que, avec 20 jetons, celui qui commence a une stratégie pour gagner quoi que joue l'autre !

## Les ponts de Königsberg

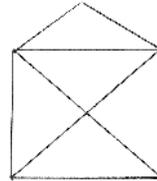
Le problème des sept ponts de Königsberg connu pour être à l'origine de la théorie des graphes a été résolu en 1736 par Léonhard Euler. Il se présente de la façon suivante : *Dans la ville de Königsberg (aujourd'hui Kaliningrad) il y a deux îles reliées entre elles par un pont. Six autres ponts relient les rives de la rivière à l'une ou l'autre des deux îles. La question est de savoir s'il existe ou non une*



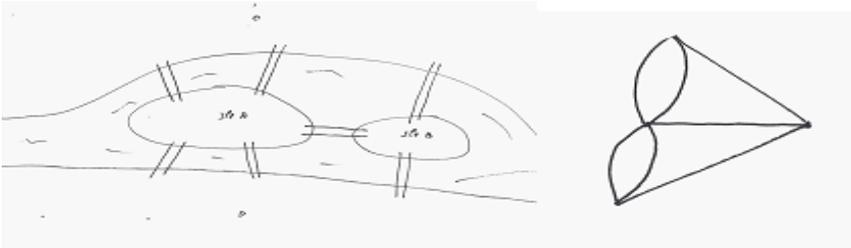
*promenade permettant, à partir d'un point de départ au choix, de passer une et une seule fois par chaque pont, et de revenir à son point de départ.*

Le problème est posé ainsi aux élèves avec comme support une planche avec une ficelle et des clous. Au départ des élèves bien sûr se précipitent... malgré la consigne "vous ne proposez une solution que si vous êtes certain de réussir".

Après un certain nombre d'essais infructueux un indice leur est donné : le problème de l'enveloppe. Peut-on dessiner la figure ci-contre sans lever le crayon ni passer deux fois sur le même trait ? Ce problème est souvent déjà connu des enfants. Ils sont donc ravis de montrer qu'ils y arrivent !



On revient alors à la question des ponts de Königsberg. Une modélisation est faite, et on passe ainsi du croquis au schéma :



Mais on ne trouve toujours pas de solution.

Les élèves sont alors amenés à s'interroger :

- Pourquoi cela ne marche-t-il pas? A-t-on tout essayé ?
- Pourquoi y arrive-t-on avec le problème de l'enveloppe mais pas avec celui des ponts ?

Les élèves vont chercher à comprendre pourquoi on y arrive dans le problème de l'enveloppe. Des essais sont faits, faisant varier les points de départ et d'arrivée. Et peu à peu ils arrivent au constat que les points autres que le départ et l'arrivée ne peuvent avoir qu'un nombre pair d'arêtes. Une explication étant trouvée, elle est transposée au problème des ponts et la conclusion est alors : on ne peut pas se promener dans la ville de Königsberg en traversant une et une seule fois chaque pont.

Cette conclusion déstabilise les élèves. Pour eux, ce n'est pas normal : "d'habitude" les problèmes de maths ont une solution ! Et la dernière phase de l'atelier n'est alors pas la moindre : faire comprendre qu'un problème n'a pas de solution non pas parce qu'on n'en a pas trouvée mais parce qu'on a prouvé que ce n'était pas possible ! Ceci ne s'impose pas à tous les enfants et certains s'acharneront encore un moment comme une sorte de défi à relever !

### **Conclusion**

Les situations de recherche en classe peuvent être multiples et diversifiées. L'intérêt de travailler avec un enseignant-chercheur est de sortir de fait de la dimension scolaire : faire des maths cela peut être un métier... et au delà de ça, faire des maths cela peut être un plaisir !

Si l'intervention d'un mathématicien est un plus, elle n'est certes pas indispensable !

Ainsi l'exposition "Objets mathématiques" de la régionale Lorraine est véritablement un très bon outil pour mettre les élèves en situation de recherche via la manipulation des objets mathématiques. En effet, lors de ce type d'activité, en général, les élèves, après un rapide tour de découverte, se fixent sur un jeu. Face à leurs objets mathématiques ils se retrouvent en fait véritablement en situation de recherche : essais, réflexion, stratégie, confrontation, argumentation. Pris dans leur réflexion, ils oublient qu'ils sont en train de « faire des maths ». Et il arrive alors que parfois, certains élèves souvent en situation d'échec ou de blocage, pris au jeu, réussissent à trouver des solutions... et soient en situation d'expliquer à d'autres enfants leur stratégie gagnante.

*Toutes ces expériences, déjà fort riches en apprentissages, ont dans la classe, de surcroît, abouti à une présentation par les élèves sur différents supports : articles sur le site de l'école ou dans le journal de classe, panneaux pour l'exposition, stands de jeu ou de manipulation d'objets mathématiques lors de la journée portes ouvertes ou à l'occasion d'une rencontre dans le cadre de la liaison CM2/6<sup>ème</sup>.*

Que ce soit du jeu aux maths, des maths par les jeux, du jeu dans les maths, des maths et des jeux... c'est en fait toujours prendre plaisir à réfléchir, réfléchir avec plaisir, sans parler du plaisir de la rencontre, de l'échange, la valorisation de soi...

Alors comme on peut souvent le dire à l'APMEP : "Faire des mathématiques, ce n'est pas que faire des calculs..."