

Solution du problème n°110

Rappel de l'énoncé : Une sultane avait l'habitude de partager ses servantes en deux groupes - l'un qui la suivait par rangs de cinq, l'autre par rangs de sept - chaque groupe en formation rectangulaire.

De plus, ces deux groupes devaient être chaque jour constitués d'un nombre différent de servantes, et ce pendant neuf jours consécutifs.

Quel est le plus petit nombre de servantes que la sultane pouvait avoir ?

Merci à Jacques Choné et à Jean-Marie Didry pour leur participation active !

On cherche le plus petit nombre entier naturel n tel que l'équation sur $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$

$$5x + 7y = n \quad (1) \text{ ait (au moins) 9 solutions.}$$

On « Bachet-Bezoute » : $5 \times (-4) + 3 \times 7 = 1$, donc l'équation (1) est équivalente à $7(y - 3n) = -5(x + 4n)$, et d'après le théorème de Gauss, on a :

$$x = 7k - 4n, \quad y = 3n - 5k \quad \text{où } k \text{ est un nombre entier vérifiant :}$$

$$7k - 4n \geq 1, \quad 3n - 5k \geq 1,$$

$$\text{c'est-à-dire } \frac{4n+1}{7} \leq k \leq \frac{3n-1}{5}.$$

Pour qu'il y ait au moins 9 valeurs de k convenables il faut que

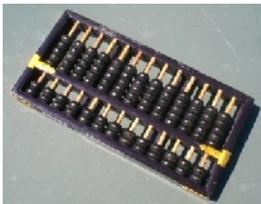
$$\frac{3n-1}{5} - \frac{4n+1}{7} \geq 8, \text{ c'est-à-dire que } n \geq 292.$$

On vérifie que l'équation sur $\mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ $5x + 7y = 292$ (1) a bien 9 solutions :

$$(1, 41), (8, 36), (15, 31), (22, 26), (29, 21), (36, 16), (43, 11), (50, 6), (57, 1)$$



Appel à bouliers



Lors des Journées nationales, Arnaud Gazagnes animera à Metz un atelier sur l'usage du boulier chinois. Si vous possédez un tel boulier, pourriez-vous le prêter pour que le maximum des participants à cet atelier puisse manipuler ce jour-là (lundi 29/10 à 16h30).

Attention : si possible un boulier chinois (5+2 boules par tige) et pas un boulier japonais (4+1 boules) ni

un boulier « russe » (sans barre de séparation).

Modalités pratiques :

- Contacter dès maintenant François pour l'informer que vous allez prêter un boulier chinois (francois.drouin2@wanadoo.fr).

- Apporter ce boulier à l'accueil des Journées avant lundi 29 à midi. Ce boulier devra être muni d'une étiquette avec vos coordonnées (adresse courriel, numéro de portable...).

- Le récupérer à l'accueil une fois les ateliers terminés.

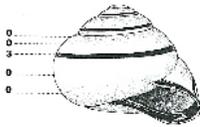
Problème du trimestre n°111

proposé par Loïc Terrier



Pour celles et ceux qui ne le connaîtraient pas, « La Hulotte » est un journal qui paraît environ tous les six mois et qui raconte la vie des animaux sauvages, des arbres et des fleurs d'Europe (voir www.lahulotte.fr). Le dernier numéro (n° 97) est consacré à ces petits escargots jaunes à rayures que tout le monde connaît bien... ou croit connaître ! Avez-vous déjà observé de près leurs rayures ? Si oui, vous aurez remarqué qu'il en existe de nombreuses combinaisons.

Ci-contre, un type assez répandu. On considère la seule spire du bas : il y a 5 emplacements possibles pour les rayures, et ici chaque emplacement est occupé. Dans « La Hulotte », cette coquille est codée 12345.



A gauche, les rayures 1, 2, 4 et 5 sont absentes : on le code 00300.

Vous avez compris le principe : si une rayure est absente, on note 0 à la place de son numéro. Une coquille sans rayure sera notée 00000.

Dernière subtilité : deux rayures (ou plus) peuvent fusionner pour n'en former plus qu'une ! A droite, les rayures 4 et 5 ont fusionné : on la note 003(45).



Alors bien sûr, la question qui se pose est : combien de coquilles différentes (au sens du codage) existe-t-il ?

Généralisation : si les escargots disposaient de n emplacements pour les rayures, combien cela offrirait-il de possibilités ?

Un grand merci à la Hulotte pour les images : © Pierre Déom

Envoyez votre solution (nous espérons en recevoir une grande quantité), **ainsi que toute proposition de nouveau problème**, à [Loïc Terrier](mailto:Loic.Terrier) (de préférence par courriel, sinon 21 rue Amédée Lasolgne, 57130 ARS-SUR-MOSELLE).