SOLUTION DÉFI COLLEGE n°108

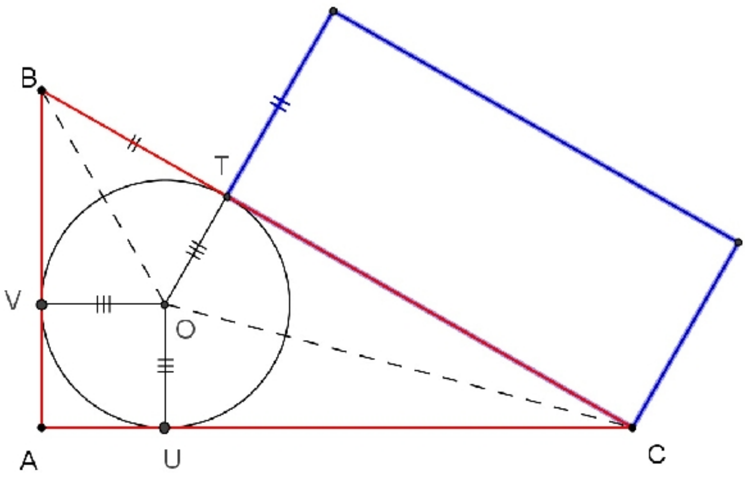
Concernant les deux premiers carrés, le tracé des médianes du carré rouge permet de constater visuellement ou par découpage que l'aire du carré rouge est égale à quatre fois l'aire du carré beige.

Concernant les deux derniers carrés : 30% est égal à 3/7 de 70%, l'aire du carré beige doit donc être égale à 3/7 de l'aire du carré rouge. L'élève de troisième a à sa disposition plusieurs méthodes pour apporter une preuve au fait que cette égalité est vraie, compte tenu des impondérables imprécisions de mesure des dimensions des carrés.

Nous considérerons donc que les représentations graphiques ci-dessus, utilisées par la revue Challenge du 17 au 23 novembre 2011, sont bien mathématiquement correctes.

SOLUTION DÉFI LYCEE n°108

Il s'agissait de comparer les aires du triangle rouge et du rectangle bleu ci-dessous (le cercle inscrit dans le triangle étant tangent en T à l'hypoténuse) :



Le triangle rouge et le rectangle bleu ont la même aire. Ce théorème a été démontré en 1856 par un certain A. BARLET de Dublin.

Preuve :

Posons TB = x, TC = y, et OV = OU = OT = r (rayon du cercle inscrit dans le triangle).

retour sommaire

Le triangle rectangle a pour côtés AB = $x + r$ et AC = $y + r$,
son aire vaut donc $\frac{1}{2}(x+r)(y+r)$.

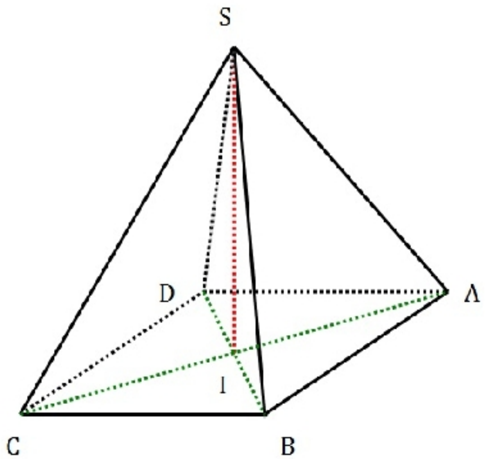
Mais on peut décomposer ce triangle en 3 quadrilatères : le carré AUOV, et les « cerfs-volants » OVBT et OUCT, dont les aires respectives sont r^2, $2\times\frac{1}{2}rx$ et $2\times\frac{1}{2}ry$. L'aire du triangle vaut donc également $r^2+rx+ry$.

D'où : $\frac{1}{2}(x+r)(y+r)=r^2+rx+ry$. En multipliant par 2 et en développant, on obtient $xy=r^2+rx+ry$, le premier membre étant l'aire du rectangle.

La propriété est démontrée : l'aire rouge est égale à l'aire bleue.

DÉFI COLLEGE n°109

Peut-on faire passer une sphère par les cinq sommets d'une pyramide régulière à base carrée ?



Chaque trimestre le Petit Vert vous propose un « DÉFI » destiné à vos élèves de collèges et/ou de lycée. Envoyez toute solution originale de vos élèves, ainsi que toute nouvelle proposition de défi, à Michel RUIBA, 31 rue Auguste Prost, 57000-METZ, michel.ruiba@ecopains.net.

DÉFI LYCEE n°109

Un peu d'algorithmique, c'est dans l'air du temps !
En utilisant les dix nombres 10, 9, 8 … 2, 1 dans cet ordre (ou dans l'ordre inverse), et les opérations addition, soustraction et multiplication, essayer d'obtenir 2012, comme par exemple :
109-8×7+654×3-2-1 (les parenthèses ne sont pas autorisées, mais la « concaténation » des chiffres l'est). Nous attendons de vous un petit programme informatique pour résoudre ce problème. Et tant qu'à faire, qu'il puisse aussi être utilisé pour les prochaines années : 2013, 2014… les meilleurs envois seront publiés (précisez vos prénom et nom, âge, classe et établissement).

Sudoku, suite (et fin ?)

Dans le Petit Vert n°85 (mars 2006), nous demandions combien il existait de grilles de sudoku différentes.
La réponse était la suivante : il y a 6 670 903 752 021 072 936 960 grilles, ou 5 472 730 538 si on ne compte qu'une seule fois les grilles se déduisant les unes des autres par des opérations simples.
Dans le Petit Vert n°96 (décembre 2008), nous nous demandions quel était le nombre minimal « d'indices » (les cases déjà remplies) pour qu'un sudoku ait une solution unique. La conjecture était : **17**. Encore fallait-il prouver que ce nombre était bien le nombre minimal.
C'est maintenant chose faite (grâce à l'informatique) ! La réponse est à cette adresse :
http://passeurdesciences.blog.lemonde.fr/2012/01/08/17-est-le-nombre-de-dieu-au-sudoku/
Merci à Arnaud Gazagnes qui nous a transmis cette bonne nouvelle…
Pour vous occuper un peu, voici une grille de sudoku à 17 indices :

							1	2
4				9				
							5	
	7		2					
6						4		
			1		8			
	1	8						
				3		7		
5		2						