

2010 (suite)

Dans le petit Vert n°101, nous vous proposons de trouver 2010 avec uniquement des 2, sans utiliser la puissance 2.

Par exemple :

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 - 2) - 2 - 2 - 2 = 2010$$

[15 chiffres 2 ; 39 touches en tout].

Au rallye mathématique $3^e/2^{nde}$ organisé par la régionale, on a posé cette question :

La calculatrice du commissaire Girard est à bout de souffle... il n'y a plus qu'un seul chiffre qui « fonctionne », le 2, et six autres touches : le +, le ×, le / (division), les deux parenthèses et le =. En tapant ce qui suit, il a trouvé 2010 :

$$2 \times (2 + 2/2) \times (2 + 2 + 2/2) \times (2 \times (2 + 2/2) \times ((2 + 2/2) \times (2 + 2/2) + 2) + 2/2) =$$

Il a donc appuyé sur 56 touches en tout.

Aidez le à trouver la séquence de touches la plus courte possible pour obtenir un résultat de 2010.

Sur une calculatrice « normale », on peut obtenir 2010 en utilisant la touche = en cours de calcul, comme ceci par exemple :

$$222 + 22 + 2 + 2 + 2 \times 2 + 2 = \times 2 \times 2 + 2 =$$

(la touche = peut être remplacée par ENTER)

[25 touches en tout].

Si l'on voulait écrire cette même expression en langage « mathématiquement correct », on obtiendrait :

$$((222 + 22 + 2 + 2 + 2) \times 2 + 2) \times 2 \times 2 + 2 =$$

[27 touches en tout, à cause des parenthèses que l'on doit refermer].

Voici les meilleures combinaisons que nous avons pu trouver :

- la combinaison $222222 / 222 + 2 \times 2 = \times 2 =$ donne 2010 et comporte **18** touches ;

- la combinaison $222222 / 222 + 2 + 2 = \times 2 =$ donne 2010 et comporte aussi **18** touches.

♠ ♠ ♠ ♠ ♠ ♠ ♠ ♠ ♠ ♠ ♠ ♠ ♠ ♠ ♠ ♠

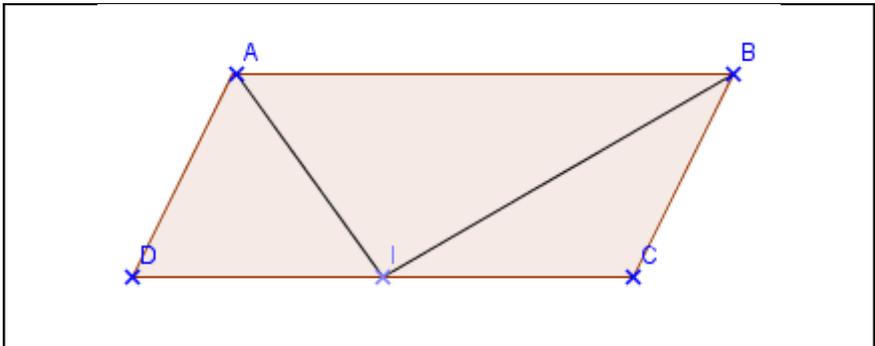
Solution du problème n°101

ABCD est un parallélogramme. Les bissectrices des angles A et B se coupent en I. L'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique permet de faire remarquer que le point I peut être extérieur ou intérieur au parallélogramme. Comment caractériser les parallélogrammes ABCD pour lesquels le point I est un point du segment [DC] ?

Merci à Jacques Choné et Renaud Dehaye pour leurs solutions. On pouvait aborder ce problème de différentes façons, celle de Renaud Dehaye consistant à s'en servir pour proposer deux exercices. La démarche pouvant être largement exploitée par nos lecteurs, les voici :

Exercice 1.

ABCD est un parallélogramme. On suppose que les bissectrices des angles \hat{A} et \hat{B} se coupent au point I appartenant à [DC] :



- 1°) Montrer que le triangle ADI est isocèle en D.
- 2°) Montrer que le triangle BCI est isocèle en C.
- 3°) En déduire que le point I est le milieu du segment [DC].
- 4°) Quelle relation existe-t-il entre les longueurs AB et AD ?

Inversement : **Exercice 2.**

ABCD est un parallélogramme tel que $AB=2AD$. La bissectrice de l'angle \hat{A} coupe le segment [DC] en un point I.

1°) Montrer que le triangle ADI est isocèle en D.

2°) En déduire que I est le milieu du segment [DC].

3°) Démontrer que la droite (BI) est la bissectrice de l'angle \hat{B} .

Problème du trimestre n°102

proposé par Jacques Choné

1. Montrer que l'application, f , de \mathbb{N}^2 dans \mathbb{N} définie par $f(a,b) = \frac{(a+b)(a+b+1)}{2} + a$ est bijective. Exprimer, pour $x \in \mathbb{N}$, $f^{-1}(x)$ (et en particulier préciser $f^{-1}(2010)$).
2. Donner de même une application bijective f_3 de \mathbb{N}^3 dans \mathbb{N} en précisant $f_3^{-1}(x)$ (et en particulier $f_3^{-1}(2010)$).
3. Généraliser encore.

Envoyez le plus rapidement possible vos solutions et/ou **toute proposition de nouveau problème** à : Loïc Terrier, 21 rue Amédée Lasolgne, 57130 Ars sur Moselle (ou loic.terrier@free.fr).