

DANS NOS CLASSES

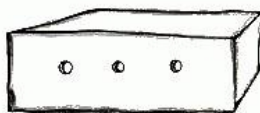
S'il vous plaît, dessine-moi un (beau) cube !

« S'il vous plaît... dessine-moi un mouton !

- Hein !

- Dessine-moi un mouton... »

(...) Alors, faute de patience, comme j'avais hâte de commencer le démontage de mon moteur, je griffonnai ce dessin-ci :



Et je lançai :

« Ça c'est la caisse. Le mouton que tu veux est dedans. »

Mais je fus bien surpris de voir s'illuminer le visage de mon jeune juge :

« C'est tout à fait comme ça que je le voulais ! »

Antoine de Saint-Exupéry,

LE PETIT PRINCE (1943)

Le présent article fait suite à la rubrique l'article « les Cubes de l'Est », publié dans la rubrique « Math & Media » de ce même numéro.

Première partie, par François

Le créateur du jeu nomme « cube » ce que personnellement je perçois comme un dessin d'empilement de neuf cubes.

J'ai eu envie de tester comment d'autres personnes perçoivent ce qui pour eux est le dessin d'un « beau cube » en gardant les contraintes de fuyantes à 45° et des faces avant non déformées.

→ Voir en [annexe 1](#) l'activité qui a été proposée à des élèves du secondaire et à des adultes (Etudiants PE1 et Professeurs des Ecoles en formation à l'IUFM).

A la date du 26 Avril 2010, j'ai collecté 359 réponses. En voici un premier traitement statistique. Le travail sur papier quadrillé nous fait habituellement prendre « $n/2$ » diagonales de carreau de quadrillage pour « n » cotés de carreaux de quadrillage, ce qui correspond à un coefficient de réduction de $\sqrt{2/2}$, arrondi par la suite à **0,7**. Le travail sur papier non quadrillé fait en particulier en dessin technique utilise **0,5**

comme coefficient de réduction. J'ai voulu savoir si ces habitudes intervenaient lors des dessins faits de façon instinctive. La recherche a été faite à propos des fréquences des coefficients de réduction entourant ces deux valeurs, valeurs incluses.

Voici un premier tableau correspondant à l'ensemble des 359 résultats saisis :

Moyenne	0,781
Premier quartile	0,6
Médiane	0,74
Troisième quartile	0,985
Fréquence coefficient entre 0,45 et 0,55	0,12
Fréquence coefficient entre 0,65 et 0,75	0,25

L'habitude du travail sur quadrillage a peut être influencé 25% des sondés...

Au regard des résultats saisis, il semblait que les perceptions des adultes différaient de celles des élèves du secondaire. J'étais interpellé par la fréquence de résultats égaux à 1 et même supérieurs à 1 : 15 résultats sur 21 dans une classe de cinquième, leur enseignant de mathématiques en sixième leur ayant dit qu'il fallait reporter la longueur du carré déjà dessiné... et 10 résultats sur 19 supérieurs ou égaux à 1 dans une classe de sixième. Par ailleurs, la valeur maximale 2,1 est proposée en sixième et la valeur minimale 0,31 est proposée en cinquième.

Voici ci-dessous deux autres tableaux correspondant le premier aux 247 résultats d'élèves saisis (élèves de la sixième à la seconde) et le second aux 112 résultats d'adultes saisis. Pour chacun des deux sous échantillons, j'ai rajouté la fréquence des coefficients supérieurs ou égaux à 1.

Elèves de la classe de sixième à la classe de seconde :

Moyenne	0,812
Premier quartile	0,64
Médiane	0,78
Troisième quartile	1
Fréquence coefficient entre 0,45 et 0,55	0,09
Fréquence coefficient entre 0,65 et 0,75	0,22
Fréquence coefficient supérieur ou égal à 1	0,32

Etudiants PLC1 à l'IUFM et Professeurs des Ecoles en formation :

Moyenne	0,711
Premier quartile	0,57
Médiane	0,695
Troisième quartile	0,8
Fréquence coefficient entre 0,45 et 0,55	0,19
Fréquence coefficient entre 0,65 et 0,75	0,32
Fréquence coefficient supérieur ou égal à 1	0,1

Un travail à propos de l'existence d'un coefficient de réduction intervenant à propos de nos perceptions des longueurs qui ne sont pas dans un plan frontal semble utile pendant les années de l'enseignement secondaire. A l'école élémentaire, un travail à partir de photos est parfois utilisé. D'autres fois, des manuels demandent d'identifier et de différencier des dessins de pavés et de cubes : l'élève est alors bien démuni....

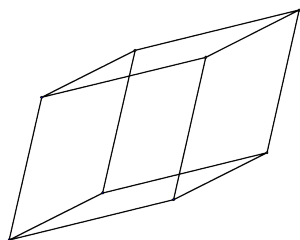
Et chez les adultes, 10% d'entre eux acceptent des coefficients supérieurs ou égaux à 2.

L'étude statistique pourrait se poursuivre en continuant à travailler avec de jeunes élèves, en particulier de cycle 3 et de travailler avec des catégories utilisateurs fréquents de ce type de représentation : les professeurs de mathématiques et les utilisateurs de dessin industriel...

Conserver les faces en plan frontal non déformées facilite le travail avec les élèves. Mais pourquoi privilégier des angles de fuite de 45° ? Même en travaillant sur papier quadrillé, d'autres angles sont utilisables.

Seconde partie, par Jacques

La perspective utilisée ci-avant est une perspective dite « cavalière », qui est un cas particulier de la perspective axonométrique (ou parallèle, ou encore cylindrique). Sans entrer dans les détails, elle correspond à



une projection parallèle de l'objet sur un plan (une autre perspective couramment utilisée, dite « à points de fuites » correspondrait à une projection conique). Pour rester dans le cas du cube, on peut facilement réaliser l'expérience suivante : fabriquer un « squelette » de cube, et projeter son ombre au soleil (les rayons lumineux sont alors parallèles) sur un plan ; le cube pouvant prendre n'importe quelle position, de même

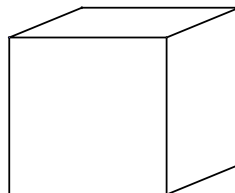
que le plan...

On obtient une ombre semblable au dessin ci-dessus ... que le commun des mortels n'identifierait pas comme étant un cube !

La perspective cavalière est un cas particulier : une face du cube est parallèle au plan de projection – supposons le vertical ; elle se projette donc en vraie grandeur, sous forme d'un carré. Et l'on privilégie la direction verticale que l'on dessinera parallèlement aux bords de la feuille.

On obtiendra donc une image semblable à celle ci-contre.

Pour que l'on ait alors un « beau cube », on peut jouer à la fois sur l'angle que fait le côté fuyant avec l'horizontale (il n'y a aucune raison que cet angle mesure 45°), et sur la longueur de ce côté - comme l'a fait François.

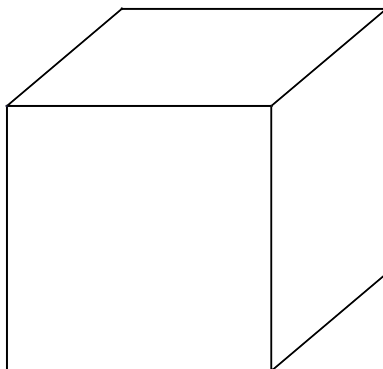


Nous avons proposé à 73 personnes (adultes, enseignants en formation ou confirmés) de choisir, sur une planche de 30 dessins, celui qu'ils considéraient comme étant le dessin qui à leurs yeux représentait le mieux un cube en perspective.

Les 30 dessins correspondaient d'une part à des angles de $22,5^\circ$, 30° , $37,5^\circ$, 45° et $52,5^\circ$; d'autre part à un rapport du côté oblique au côté horizontal variant de 0,4 à 0,9 (avec un pas de 0,1).

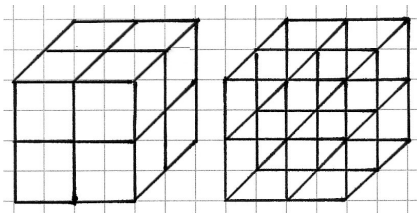
Le cube « moyen » issu de cette statistique correspond à un angle $\alpha = 40,1^\circ$ et à un rapport $r = 0,57$.

Voici l'heureux élu :

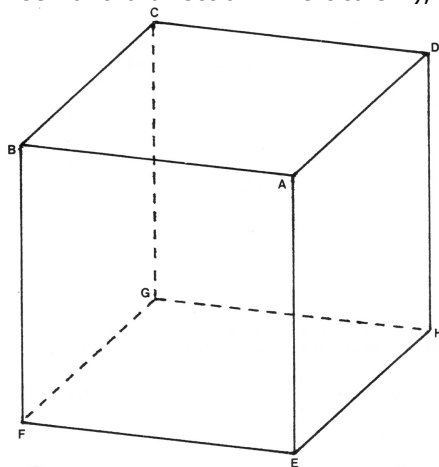


Cependant, avec les élèves, on travaille beaucoup sur du papier quadrillé : ce qui a tendance à privilégier l'utilisation des points du quadrillage comme sommets du cube. Cela peut amener à des dessins où l'on ne se représente plus très bien la perspective. Exemple ci-contre : un empilement de 8 cubes ; à gauche, les faces sont supposées opaques ; à droite elles sont supposées transparentes : les arêtes ne sont plus

cachées, mais on a du mal à voir dans cette figure un empilement de cubes ... on pourrait penser à une mosaïque plane.



Pour un travail mathématique en géométrie dans l'espace, Claude Morlet - alors directeur de l'IREM - proposait il y a quelques décennies d'utiliser du papier non quadrillé, et une perspective où aucune face du cube n'était parallèle au plan du dessin (mais en conservant la direction « verticale »), comme ceci :



Sitographie :

Le vocabulaire des diverses perspectives :

<http://stephan.renou.free.fr/dld/perspective.pdf>

Un peu de maths sur la perspective axonométrique :

http://wapedia.mobi/fr/Perspective_axonom%C3%A9trique#7

Un diaporama pédagogique pour les élèves :

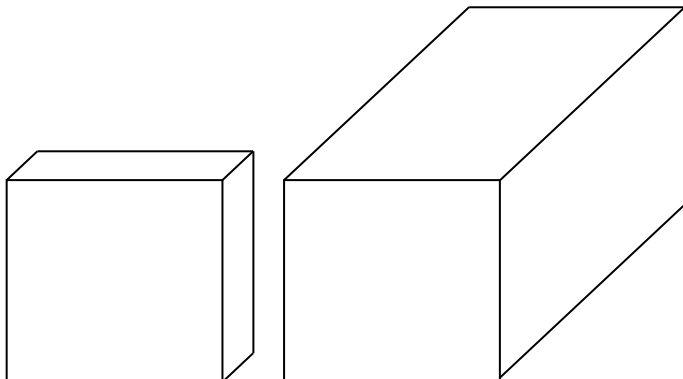
http://www.ecligne.net/technologie/3_com_tech/5_perspectives/1_isometrique_cours.html

Un petit supplément (avec aussi la projection conique) :

http://robert.rolland.acrypta.com/uploads/public_html/rr/cours/geol.pdf

ANNEXE 1**De « beaux cubes »**

J'ai essayé de dessiner deux dessins de cubes. Le premier me semble trop « aplati », le second me semble trop étiré.



En utilisant les pointillés ci-dessous, dessine un « beau » cube.

