Solution du problème n°98

On considère un jeu de 52 cartes. On enlève les quatre rois, on mélange. On tire ensuite, successivement, les huit premières cartes du paquet, en énumérant « un, deux, trois,… ». On gagne si l'une des cartes tirées a la valeur annoncée (ex : si la 3e carte est un 3). Le jeu est-il équilibré (autant de chances de gagner que de perdre) ?

Solution proposée par Jacques Choné de Chamalières) :

L'ensemble des éventualités est l'ensemble des 8-arrangements de l'ensemble des 48 cartes. On les suppose équiprobables. Leur nombre est $(48)_8 = 48 \times 47 \times ... \times 41 = \dfrac{48!}{40!}$ (l'ancienne notation étant A_{48}^{8}).

Pour $k \in [\![1,8]\!]$, notons A_k l'événement: « la k-ième carte tirée a la valeur annoncée ».

La probabilité de perdre est alors $q = 1 - P\left(\bigcup_{k=1}^{8} A_k\right)$ (1).

On a, pour tout $k \in [\![1,8]\!]$: $P(A_k) = \dfrac{4 \times (47)_7}{(48)_8} = \dfrac{4}{48}$ car, pour former un 8-arrangement appartenant à A, il y a 4 choix possibles pour la k-ième carte avec chacun desquels $(47)_7$ choix possibles pour les autres cartes.

De même, pour tout $p \in [\![1,8]\!]$ et pour toute p-partie $\{k_1, k_2, ...k_p\}$ de $[\![1,8]\!]$ on a : $P(A_{k_1} \cap A_{k_2} \cap ...A_{k_p}) = \dfrac{48^p \times (48-p)_{(8-p)}}{(48)_8} = \dfrac{4^p}{(48)_8}$

On déduit alors de (1) et de la formule du crible (dite aussi formule de Poincaré) que :

$$q = \sum_{k=0}^{8} (-1)^k \binom{8}{k} \frac{4^p}{(48)_p} = 1 - \binom{8}{1}\frac{4}{48} + \binom{8}{2}\frac{4^2}{48 \times 47} - ... + \binom{8}{8}\frac{4^8}{(48)_8}$$

On obtient (avec une machine)

$$q = \frac{9\,924\,228\,367}{19\,810\,822\,185} \approx 0{,}500\,949\,848\,2 .$$

Conclusion : Le jeu n'est pas équilibré car la probabilité de perdre est (très légèrement) supérieure à la probabilité de gagner.

N.d.l.r. : pour plus de renseignements sur la formule du crible de Poincaré, voir [http://fr.wikipedia.org/wiki/Principe_d'inclusion-exclusion.](http://fr.wikipedia.org/wiki/Principe_d'inclusion-exclusion)

retour sommaire

Problème du trimestre n°99

proposé par Patrick Meyer.

Un joueur de football se dirige, balle au pied, vers le but adverse. Quelle est la trajectoire qui lui assure à tout instant le plus grand angle de tir possible ?

Envoyez le plus rapidement possible vos solutions et/ou **toute proposition de nouveau problème** à : Loïc Terrier, 21 rue Amédée Lasolgne, 57130 Ars sur Moselle (ou loic.terrier**AT**free.fr).

Richard Chéry

Nous avons appris le décès brutal de Richard Chéry survenu le 1er juillet au Honduras, où il vivait avec ses quatre enfants.
Richard a effectué toute sa scolarité à Marly et à Metz. Devenu professeur de mathématiques, il a enseigné au collège de Liverdun, puis à Mayotte, et enfin au lycée de Tegucigalpa. Il était passionné de voyages, et militant très actif de notre association : il avait entre autres animé un « goûter » dans son collège, et - bien qu'expatrié - avait fait participer ses classes à notre rallye régional.
Toutes nos condoléances à sa famille.

retour sommaire