

LE PETIT VERT



ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA RÉGIONALE LORRAINE DE L'A.P.M.E.P.

N° 97

MARS 2009



« Le tricheur à l'as de pique » de Georges de la Tour
(Le hasard au collège page 22)

<http://apmeplorraine.free.fr>

SOMMAIRE

EDITORIAL

4

DANS NOS CLASSES

100 sur 100 (François Drouin)	5
Découverte des pièces du cube SOMA (Céline Coursimault)	8
Le hasard au collège (Jacques Verdier)	23

ETUDE MATHEMATIQUE

Avis de recherche Van Aubel (François Drouin)	13
---	----

DIVERS

Mise en ligne de la revue Repères IREM	15
--	----

MATH ET MEDIA

16

VU SUR LA TOILE

31

RUBRIQUE PROBLEMES

Solution problème 96	32
Problème 97	33

" LE PETIT VERT " est le bulletin de la régionale Lorraine A.P.M.E.P..

Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin (le 'Gros' Vert), PLOT et le BGV. Il paraît quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre).

Son but est d'une part d'informer les adhérents Lorrains sur l'action de la Régionale et sur la "vie mathématique" locale, et d'autre part de permettre les échanges entre les adhérents.

On y trouve un éditorial (généralement rédigé par un membre du Comité) et diverses annonces, les rubriques "problèmes", "dans la classe" et "maths et médias", et parfois une "étude mathématique". Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article, et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à

jacverdier@orange.fr et Christophe.Walentin@wanadoo.fr

Le Petit Vert version papier

Vous êtes encore environ 80 adhérents de la régionale à recevoir la version papier du Petit Vert, les autres recevant une version électronique.

Certains, pour des raisons diverses (pas de haut débit, désir de continuer la 'collection' commencée il y a très longtemps, etc.) ont explicitement demandé à recevoir notre bulletin régional par la poste. Mais environ 65 d'entre vous n'ont encore opté ni pour la version papier, ni pour la version électronique : jusqu'à présent, nous leur envoyions sous enveloppe le Petit Vert imprimé, mais cela a un coût (près de 500 € par an), et les finances de la Régionale ne sont pas florissantes.

Merci donc de nous faire savoir par courriel (jacverdier@orange.fr), par téléphone (09.79.54.07.98) ou par tout autre moyen à votre convenance si vous optez pour la version papier ou pour la version électronique.

Rappelons que la version PDF est en couleurs (avec images et figures beaucoup plus lisibles), qu'elle comporte plus de pages (certains articles ne figurent pas dans la version papier faute de place), des liens actifs, et que vous pouvez l'imprimer en totalité ou en partie à votre convenance.

Le Comité

Je n'adhérerai pas à l'APMEP

C'est décidé, je n'adhérerai pas à l'APMEP. Qu'est ce que cela peut bien m'apporter dans mon métier ? Maintenant avec Internet, j'écris sur mon moteur de recherche le thème de mon prochain cours et hop, c'est parti !!

C'est vrai, quoi, pourquoi adhérer à cette association ? Je reconnais que la journée régionale est très intéressante mais bon, de là à faire partie de la grande famille, il y a un pas que je ne franchirai pas. Il paraît que l'on reçoit le bulletin national (le gros vert, comme disent les initiés) avec plein de rubriques dedans, le bulletin de la régionale (le petit vert, original les gars et heureusement pour vous que la couleur de départ n'était pas le jaune car vous auriez eu l'air fin avec votre feuille de chou) avec plein de rubriques dedans. On peut aller sur le site de la régionale, dont on m'a dit qu'il était tout nouveau, tout beau et que l'on pouvait y trouver plein d'articles parus dans le petit vert mais également que l'on pouvait y laisser ses propres expériences faites en classe. Pour le moment, je ne vois toujours pas l'intérêt d'y aller.

Il paraît même que l'APMEP édite des brochures à prix réduits pour ses adhérents et qu'en particulier les brochures Jeux ont un grand succès. Alors maintenant, si on commence à faire des jeux pendant les cours, où va-t-on franchement ? Payer pour jouer avec les élèves mais c'est le monde à l'envers.

Et puis avec tout ça il y a aussi les journées nationales, car non contents de faire une journée par an dans l'académie, ils ont besoin de rencontrer les membres des autres régions. Il paraît que c'est le grand raout à chaque fois. Je me suis laissé dire qu'un certain barbu, leur grand schtroumpf, prépare la venue des adhérents lorrains pour qu'ils soient ensemble. Non mais pis quoi encore, je ne me suis jamais fait mener par le bout du nez par un barbu.

Leur dernier argument c'est qu'une partie de la cotisation est déductible des impôts. Franchement comme argument, c'est plutôt minable ; on touche maintenant aux bas instincts pécuniaires ; l'APMEP est tombée bien bas.

Avec tout ça, je suis décidé, je ne cotiserai pas, c'est sûr. Même si les échanges sont fructueux, à ce qu'il paraît, que le comité est composé de joyeux drilles, non, c'est non !

Quoi ? Il paraît que si l'on cotise, on n'aura pas de lecteur DVD ? Ni l'encyclopédie dernier cri en cadeau ? Je suis soufflé... Je crois que là l'argument est trop fort. J'adhère donc, mais franchement c'est juste pour ça.

Philippe Simonin

100 sur 100

Par François DROUIN, IUFM de Lorraine

Trouvez la valeur des cases manquantes pour que le total des points de chaque ligne et de chaque colonne soit égal à 100.

	40	20		20
	10		10	35
25		25	30	
30	30		15	10
5		25		30

Dans l'Est Magazine (supplément dominical de l'Est Républicain) numéro 473 du dimanche 1^{er} Juin 2008, j'ai repéré un petit jeu numérique nommé « 100 sur 100 » bien intéressant à mettre en œuvre en classe.

Deux remarques à propos du jeu proposé :

- J'aurais de mon côté préféré parler de nombres plutôt que de points...
- Ce n'est pas un carré magique, la somme des nombres d'une diagonale n'étant pas égale à 100.

Pendant le printemps 2008, j'ai présenté ce petit jeu en stage de formation continue pour des Professeurs des Écoles enseignant en Cycle II.

En référence aux programmes qui étaient en vigueur cette année là dans ce cycle, nous avons repéré :

- La capacité à utiliser les tables d'addition pour calculer une somme, une différence, un complément.
- La capacité à résoudre mentalement des problèmes à données numériques simples.
- La capacité à utiliser à bon escient une calculatrice (pour vérifier un calcul mené à la main ou mentalement).
- La capacité à repérer des cases dans un quadrillage.
- La capacité à connaître et utiliser les mots et expressions « à droite de », « à gauche de », « au-dessus de », « en dessous de »...
- La capacité à reconnaître de façon immédiate des lignes ou des colonnes ne comportant qu'une case non remplie.

Les enseignants présents lors de cette formation se sont trouvés bien intéressés par ce petit jeu et étaient preneurs d'autres grilles... Mille fois hélas, il n'y en a pas toutes les semaines dans le supplément de l'Est Républicain...

Restaient plusieurs possibilités :

- En faire créer d'autres : cela aurait pu être envisagé, mais je ne l'ai pas fait. Des lecteurs du Petit Vert trouveront peut-être un peu de temps pour en réaliser d'autres et nous les confier...
- Partir de la grille proposée dans le journal et la transformer.

Cette deuxième possibilité a été explorée dans deux directions différentes.

1. Conserver la grille de départ et lui faire subir quelques transformations géométriques.

Ci-dessous, voici quatre exemples faisant intervenir une rotation d'un quart de tour, une symétrie centrale, une symétrie orthogonale et une translation (je ne peux que regretter que nos élèves de collège ne rencontrent plus toutes ces transformations...)

20	35		10	30
	10	30	15	
20		25		25
40	10		30	
		25	30	5

30		25		5
10	15		30	30
	30	25		25
35	10		10	
20		20	40	

30	10		35	20
	15	30	10	
25		25		20
	30		10	40
5	30	25		

20		20		40
	10	35		10
25	30		25	
	15	10	30	30
25		30	5	

(Cette rencontre avec les transformations géométriques pourrait être également vécue au collège...)

2. Conserver la disposition des nombres de départ, mais transformer ces nombres.

En voici cinq utilisables en cycle II :

- Pour un total de 75 (en soustrayant 5 de chaque nombre) ;
- Pour un total de 200 (en doublant chaque nombre) ;
- Pour un total de 1 000 (en multipliant chaque nombre par 10) ;
- Pour un total de 125 (en ajoutant 5 à chaque nombre) ;
- Pour un total de 80 (en retranchant 4 à chaque nombre).

Et d'autres pour le cycle III :

- Pour un total de 10 (en divisant chaque nombre par 10) ;
- Pour un total de 7,5 (en soustrayant 5 de chaque nombre puis en divisant par 10, ou en divisant les nombres par 10 et en retranchant 0,5).

Le premier et le dernier exemple cité sont représentés ci-dessous.

	35	15		15
	5		5	30
20		20	25	
25	25		10	5
0		20		25

	3,5	1,5		1,5
	0,5		0,5	3
2		2	2,5	
2,5	2,5		1	0,5
0		2		2,5

Je laisse le lecteur enseignant en collège créer des jeux abordant les écritures fractionnaires et/ou négatives continuer le détournement de ce petit jeu bien sympathique...En voici deux exemples (sommes -5 et 25/2) :

	19	-1		-1
	-11		-11	14
4		4	9	
9	9		-6	-11
-16		4		9

	5	$\frac{5}{2}$		$\frac{5}{2}$
	$\frac{5}{4}$		$\frac{5}{4}$	$\frac{35}{8}$
$\frac{25}{8}$		$\frac{25}{8}$	$\frac{15}{4}$	
$\frac{15}{4}$	$\frac{15}{4}$		$\frac{15}{8}$	$\frac{5}{4}$
$\frac{5}{8}$		$\frac{25}{8}$		$\frac{15}{4}$

DANS NOS CLASSES

DÉCOUVERTE DES PIÈCES DU CUBE SOMA

Céline Coursimault, Lycée Vauban, Luxembourg, jbcc@pt.lu

L'activité présentée dans cet article m'a été inspirée par une activité de François DROUIN, présente dans la brochure « Objets Mathématiques » publiée par la Régionale lorraine de l'APMEP. Dans cette activité sont représentées les différentes vues des assemblages de 3 cubes, appelés tricubes, et de 4 cubes, appelés tétracubes, accolés par faces entières. Il s'agit alors de colorier d'une même couleur les vues d'une même pièce puis d'entourer les pièces qui ne sont pas des parallélépipèdes rectangles. Les élèves retrouvent ainsi les sept pièces du Cube SOMA.

Nos jeunes élèves de sixième rencontrent des difficultés à passer de la représentation en perspective cavalière d'un solide au solide lui-même, et inversement. La manipulation les aide à mieux appréhender ce passage.

Disposant de petits cubes en bois, j'ai imaginé faire retrouver les dessins des différentes vues des tricubes et des tétracubes par les élèves, travail constituant ainsi un préliminaire à l'activité de François Drouin.

Lorsque j'ai testé cette activité avec mes élèves de 6^{ème}, je les ai répartis en groupes hétérogènes afin :

- que les élèves ayant une meilleure vision dans l'espace puissent venir en aide aux élèves rencontrant des difficultés de représentation ;
- qu'il y ait une émulation au sein du groupe, chacun se trouvant ainsi en situation de recherche ;
- que les élèves puissent comparer leurs résultats afin d'être sûrs qu'ils ont bien obtenu toutes les vues possibles.

Deux heures ont été nécessaires pour la réalisation de cette activité et la mise en commun. Cela a permis aux élèves une première approche de

la notion de représentation en perspective cavalière, aucun travail préalable n'ayant été réalisé auparavant depuis le début de l'année. Le fait d'avoir les cubes en main a permis aux élèves en difficulté de mieux se représenter les différents assemblages. Il a fallu que les groupes réfléchissent à une démarche logique afin de vérifier qu'ils avaient bien trouvé toutes les possibilités (faire tourner le quatrième cube autour, au-dessus puis en dessous des tricubes par exemple). Les élèves ayant eu du mal à dessiner les représentations en perspective cavalière ont pu être aidés au sein de leur groupe.

Lors de la deuxième partie de l'activité, beaucoup d'élèves ont confondu les vues de certaines pièces. Là encore, la manipulation leur a permis de s'en sortir. Je les ai engagés à réaliser les assemblages leur posant problème afin de pouvoir les comparer.

La mise en commun a été effectuée à l'aide de transparents :

- un premier bilan a été réalisé à la fin de la première partie, deux élèves ayant été envoyés au tableau afin de dessiner le troisième cube.
- un deuxième bilan a été réalisé en fin d'activité. J'avais préparé un transparent reprenant les dessins de toutes les vues. J'ai alors envoyé des élèves au tableau colorier d'une même couleur les vues d'une même pièce.

Ce premier travail ayant permis de découvrir les pièces du cube SOMA et de se familiariser avec la représentation en perspective cavalière, il ne me reste plus qu'à faire travailler les élèves à l'aide des cubes SOMA. Beaucoup d'activités sont à notre disposition comme, par exemple, trouver comment assembler le cube en dessinant les différentes étapes de construction, ou encore faire trouver des assemblages « personnels » et les représenter en perspective cavalière...

La description complète de l'activité, ainsi que des exemples de travaux d'élèves, est en ligne sur notre site, rubrique « Activités en classe ». <http://apmeplorraine.free.fr/index.php?module=ressources>

FICHES ELEVES

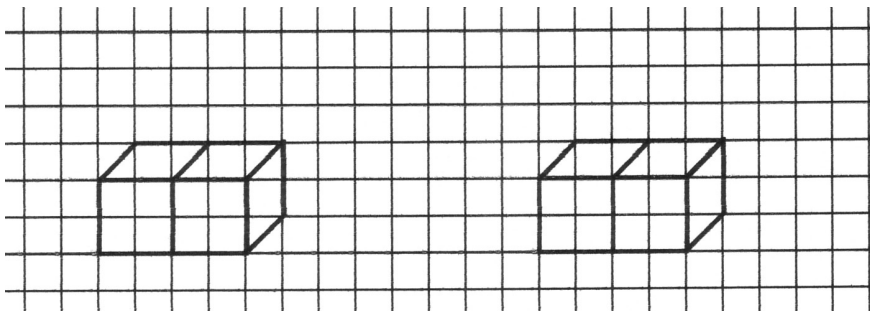
Le cube Soma : les tétracubes trouvés à partir d'un tricube

Dans cette activité, nous allons chercher tous les assemblages de 3 cubes, appelés tricubes et de 4 cubes, appelés tétracubes, que l'on peut réaliser en les accolant par des faces entières.

Pour réaliser cette activité, tu as besoin d'un crayon de papier, d'une gomme, d'une règle, de crayons de couleur et des 4 cubes en bois distribués par ton professeur.

1^{ère} partie : Recherche des tricubes.

En assemblant un cube à l'unique assemblage formé de deux cubes, on peut obtenir deux tricubes différents. Retrouve-les à l'aide des cubes mis à ta disposition puis dessine les deux solutions que tu as trouvées en complétant les dessins ci-dessous.



Lorsque tu as terminé, appelle ton professeur afin qu'il valide ton travail avant de passer à la deuxième partie de l'activité.

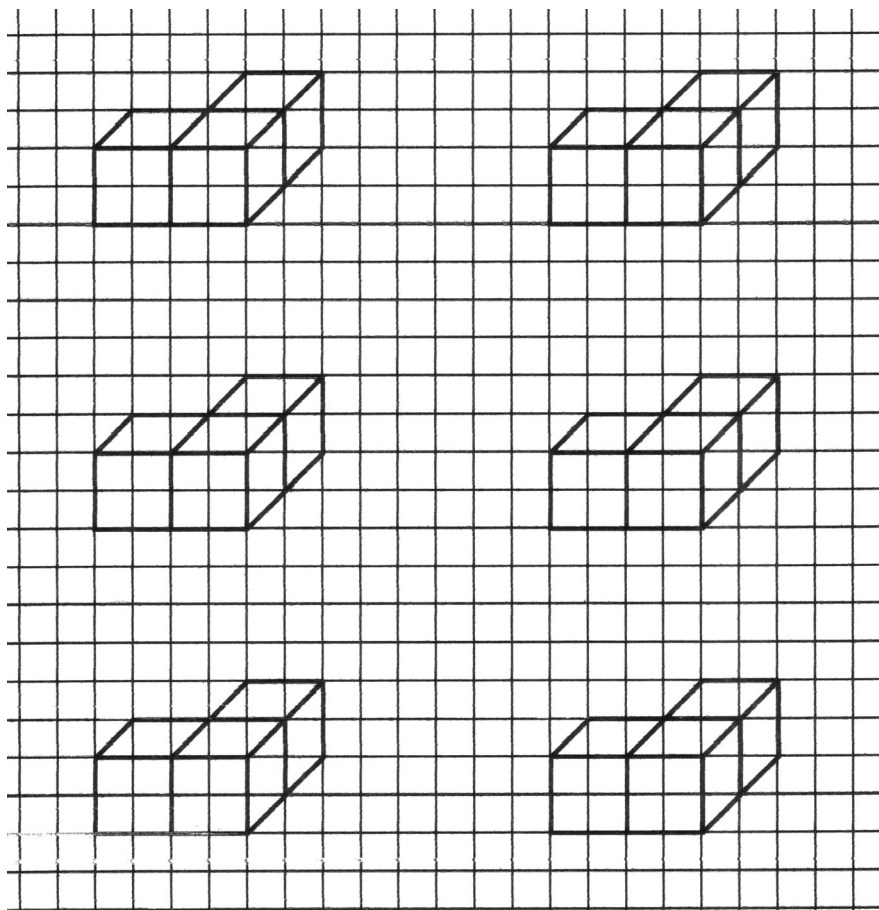
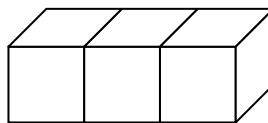
2^{ème} partie : Recherche des tétracubes.

Il reste à trouver les assemblages de 4 cubes.

Pour cela, pour chacun des deux tricubes obtenus dans la 1^{ère} partie, nous allons accoler un quatrième cube.

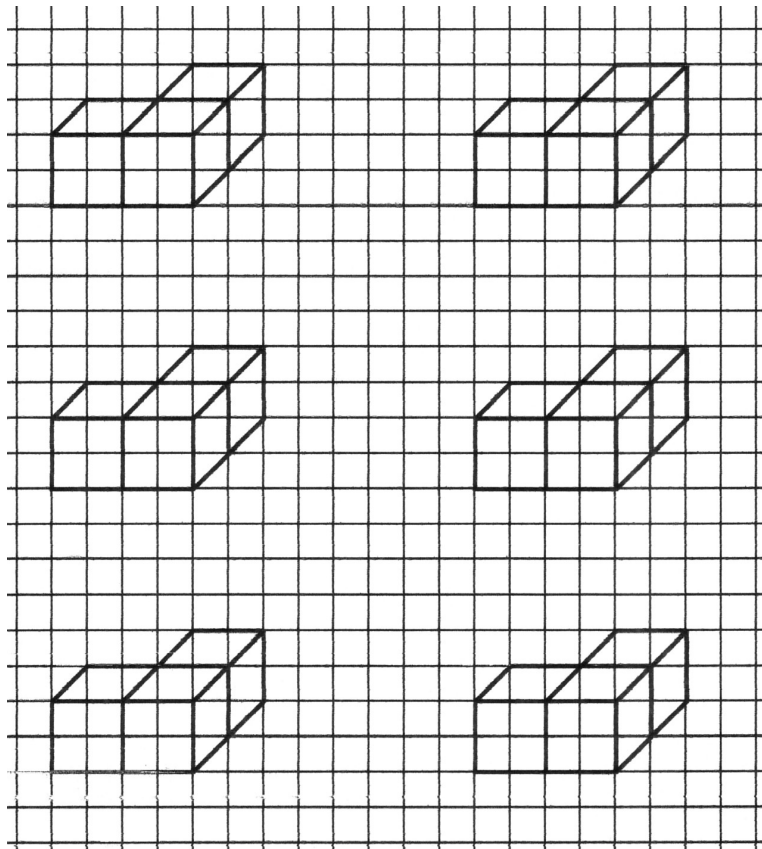
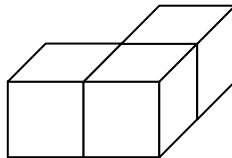
A l'aide des cubes mis à ta disposition, retrouve tous les assemblages possibles puis dessine au fur et à mesure les solutions que tu as trouvées en complétant les dessins ci-dessous. S'il n'y a pas assez de dessins, tu peux en ajouter.

Solutions obtenues à partir du tricube :



(la fiche élève comportait 12 tricubes)

Solutions obtenues à partir du tricube :



(la fiche élève comportait 12 tricubes)

3^{ème} partie : Les pièces du cube SOMA Colorie d'une même couleur les dessins représentant les mêmes pièces. Entoure ensuite les dessins des pièces qui ne sont pas des parallélépipèdes.

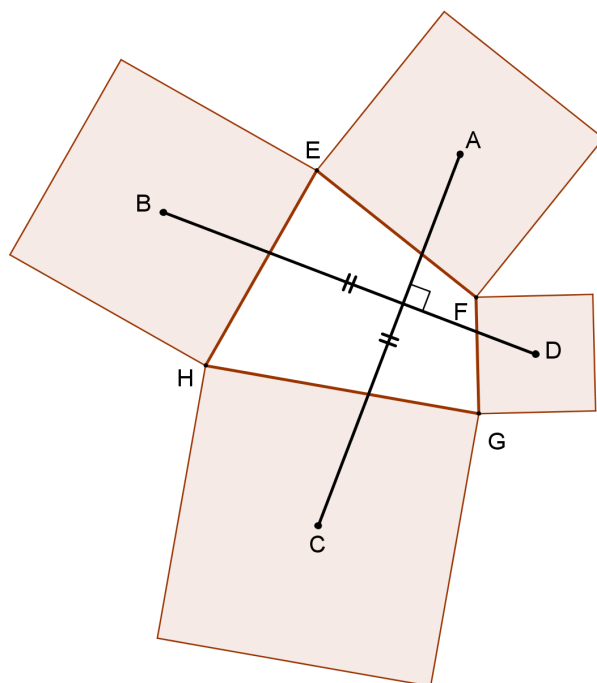
Si tu ne t'es pas trompé, tu retrouves les 7 pièces formant le « Cube SOMA ».

AVIS DE RECHERCHE

Par François DROUIN¹

Dans les pages 117-118 de la brochure « OBJETS MATHÉMATIQUES² », vous avez rencontré le théorème de Van Aubel :

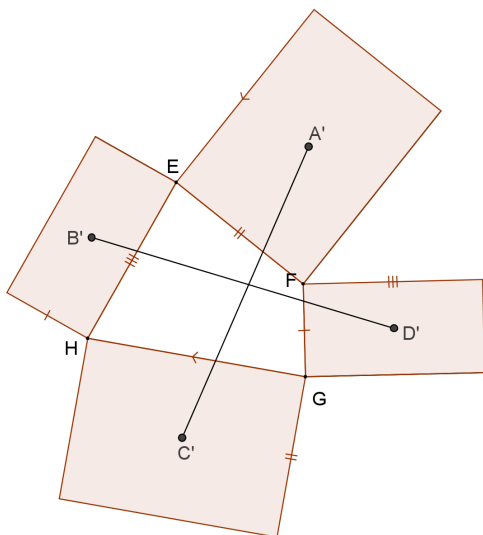
EFGH étant un quadrilatère quelconque sur les côtés duquel on a construit extérieurement quatre carrés, le quadrilatère formé par les centres A, B, C, D de ces carrés a ses diagonales perpendiculaires et de même longueur (voir figure) :



En salle des professeurs, un collègue connaissant mon intérêt pour ce genre de configuration, me proposa d'entourer mon quadrilatère par des rectangles ayant pour premier côté un côté du quadrilatère, et pour second côté le côté opposé de ce quadrilatère (figure 2).

¹ A l'époque au collège Les Avrils de Saint-Mihiel, à ce jour à l'IUFM de Metz (Paixhans).

² Publication de la Régionale Lorraine APMEP.



Que penser du quadrilatère formé à l'aide des centres A' , B' , C' , D' des quatre rectangles ainsi formés ?

En sixième, mes élèves ont pour la plupart dû se contenter de phrases comme « *Ce n'est pas un carré car...* », « *Ce n'est pas un rectangle, car...* ». Cependant l'une d'elles, un peu plus curieuse, m'a fait remarquer que les diagonales du nouveau quadrilatère obtenu se coupaient au même point que les diagonales du quadrilatère de départ.

Après vérification, cela

semble vrai sur les figures de mes élèves. Mais il y a des imprécisions dans leurs constructions...

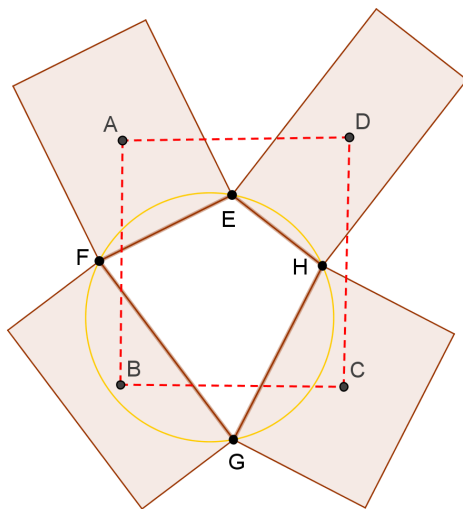
Connaissiez-vous ce résultat ?

De retour en salle des professeurs, j'expose la trouvaille de mon élève à mon collègue. Il m'avoue avoir oublié de me dire que les quatre points EFGH de départ devaient être cocycliques.

Dans ce cas, les quatre points A, B, C, D semblent les sommets d'un carré.

Et ils le sont (exercice proposé en classe préparatoire au fils de mon collègue).

Mais la remarque de mon élève reste valable : a-t-elle « découvert » quelque chose que les lecteurs du Petit Vert ignorent ?



On pourrait poser la question autrement : On construit les diagonales du quadrilatère ABCD (celui de la figure 1) puis les diagonales du quadrilatère A'B'C'D' (celui de la figure 2). A quelle condition (portant sur le quadrilatère de départ EFGH) ont-elles le même point d'intersection ? A vous, lecteurs, de nous donner la réponse (que nous ignorons).

Et si vous aviez des précisions sur la biographie de ce Van Aubel, qui semble avoir été professeur à l'Athénée royal d'Anvers au début du XIX^e siècle, elles sont également les bienvenues.

N.d.l.r. Le théorème de Van Aubel sur le net :

http://serge.mehl.free.fr/anx/appl_complex_geo2.html

<http://mathworld.wolfram.com/vanAubelsTheorem.html> (en anglais)

Démonstration géométrique : <http://agutie.homestead.com/files/vanaubel.html>

Dém. par les complexes : <http://foxmath.blogspot.com/2007/08/van-aubels-theorem-with-complex-numbers.html>

info

De la part d'Yves DUCÉL, rédacteur en chef de la revue Repères IREM :

Le comité de rédaction de la revue *Repères IREM* développe une politique de rétronumérisation avec mise en ligne progressive de la totalité des articles des numéros anciens de la revue.

Nous vous informons qu'à ce jour **les articles des numéros 38 à 61 (inclus) de Repères IREM sont accessibles en ligne en version intégrale à partir du portail du réseau des IREM** (<http://www.univ-irem.fr/spip.php?rubrique24>).

Pour des raisons techniques, les articles des numéros 1 à 37 ne peuvent pas encore être mis en ligne. Les articles des numéros supérieurs à 61 seront mis en ligne progressivement.

Bonne consultation à tous !

*Un bon maître a ce souci constant :
enseigner à se passer de lui.*

André GIDE (1869-1951)

MATH & MEDIA



Merci à tous nos lecteurs qui alimentent cette rubrique. Qu'ils continuent à le faire, en nous envoyant si possible les originaux, et aussi les commentaires ou activités possibles en classe que cela leur suggère.

Envois par la poste à Christophe VALENTIN, 17 Clos des Vignes, 57640 VRY, ou par courrier électronique à jacverdi@orange.fr et Christophe.Walentin@wanadoo.fr

Les archives de cette rubrique sont disponibles sur notre site à l'adresse :

http://apmeplorraine.free.fr/index.php?module=math_et_media

HARD DISCOUNT

Dans le numéro de février de « Que choisir », une enquête sur les prix des magasins hard discount. Un schéma la résume, qui m'a sauté aux yeux :



Comment une augmentation de 25 % suivie d'une augmentation de 38 % peut-elle donner une augmentation de 63 % ?

Mathématiquement, cela donnerait 72,5 %.

Encore que, dans l'article, rien ne permet de dire si ce sont les deux pourcentages du haut qui ont été calculés en premier pour déterminer celui du bas, ou si ce sont les écarts HD/MDD (25 %) et HD/Grandes marques (63 %) qui ont été déterminés par l'enquête, pour permettre de trouver le troisième (qui, en l'occurrence, ne serait plus de 38 % mais seulement de 30 %).

La seule indication est « Nous avons comparé les trois gammes de positionnement sur un panier de 14 produits ». Détail amusant au passage, ces 14 produits remplissent bien les caddies !

Une autre chose m'inquiète, c'est la double flèche qui traverse le cercle + 63 %. Cela laisserait supposer que si les produits de grandes marques sont 63 % plus cher que ceux du hard discount, ceux-ci seraient 63 % moins chers que ceux-là. Or c'est faux : ils seraient seulement 39 % moins cher.

Un autre paragraphe de l'article laisse supposer que « Que Choisir » a fait cette erreur. En effet, sous le titre « **88 % moins cher en moyenne** », on explique que pour un panier de 18 produits, l'écart entre le hard discount et les produits de grandes marques serait de 88 %. Je veux bien croire que les produits des grandes marques soient 88 % plus chers que ceux du hard discount, mais que ces derniers soient 88 % moins chers que les premiers m'étonne fortement. Cela voudrait dire que vous payez seulement 12 € chez les discounters ce que vous payez 100 € chez les autres distributeurs. A ce tarif là, on ne comprend pas pourquoi les hypermarchés arrivent encore à vendre.

Ces erreurs sont bien connues. On trouve dans la brochure APMEP n°147, « DÉ-CHIFFRER PAR LES MATHS », pages 36 à 46, des idées d'activités sur ce sujet (pourcentage d'évolution et coefficient multiplicatif, augmentations et diminutions successives), ainsi qu'un TP sur tableur, avec fichier Excel téléchargeable sur :

http://www.irem.uhp-nancy.fr/1erL/TP_Augmentation_Diminution.xls



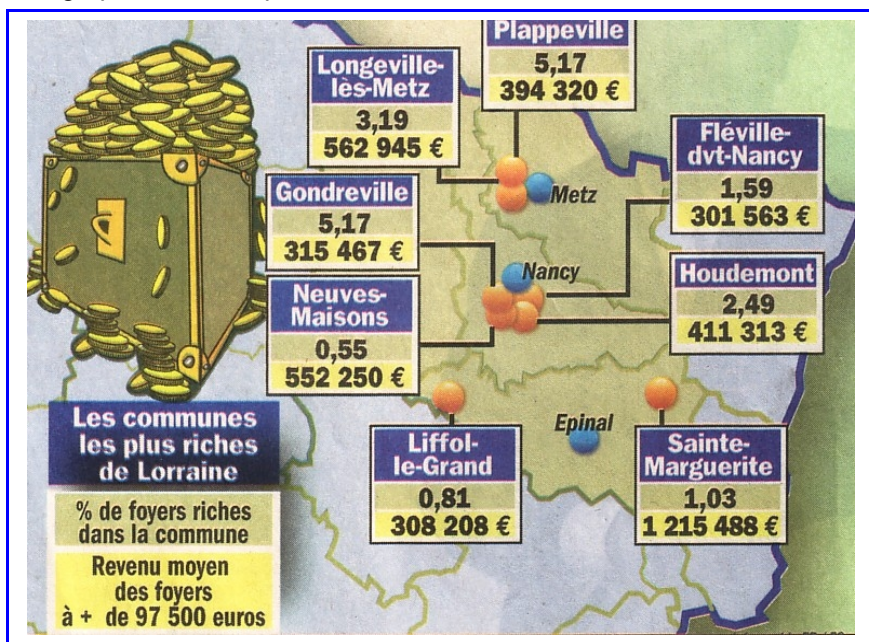
[retour sommaire](#)

RICHES MARGARITAINS

Les niches des riches

Surprise à la lecture de «L'argent des Français» qui vient de paraître : derrière Saint-Barth, Sainte-Marguerite (88) est n°2 au hit-parade.

Sous ce titre de l'Est Républicain du 30 janvier dernier (merci à François de nous l'avoir envoyé) figurait une présentation du livre « L'argent des Français » de Jacques Marseille (éd. Perrin), qui a dressé une carte des communes les plus riches de France, carte qui a servi de source à l'infographie suivante paru dans l'Est :



Curieuse, la rédaction du Petit Vert a voulu en savoir un peu plus sur cette commune de Sainte-Marguerite où les revenus moyens des « riches » dépassent largement le million d'euros. C'est une « banlieue » de Saint-Dié, de près de 2 500 habitants. Son site : <http://www.ville-saintemarguerite.fr/>

Mais ce qui nous intéresse surtout, c'est ce que l'entend par commune « riche »...Il ne s'agit pas du tout de la commune en elle-même, mais de la richesse de ses habitants, ou plutôt de l'importance de leurs revenus déclarés. Toutes les informations nécessaires aux calculs sont sur le site du ministère :

<http://www2.impots.gouv.fr/documentation/statistiques/ircom2006/ir2007.htm>

Vous y trouverez, pour toutes les communes de France dont la population est suffisante : le nombre de foyers fiscaux (1), le nombre de foyers ayant déclaré plus de 97 500 € de revenu, le total de ces revenus, le montant des impôts payés par ces foyers, etc. On trouve également sur ce site des informations sur les foyers soumis à l'ISF, mais seulement pour les communes où ils sont plus de 50.

Intéressons-nous à Sainte-Marguerite (Vosges) : 1 258 foyers fiscaux dont 13 ont déclaré plus de 97 500 € de revenus (c'est la 1,03 % de l'infographie). Ces foyers ont déclaré au total (2) 15 801 338 € de revenus, ce qui fait une moyenne de 1 215 488 € chacun. C'est ce nombre qui a servi à Jacques Marseille pour établir son classement.

Mais on peut aller un peu plus loin : ces 13 foyers fiscaux ont payé au total 1 235 584 € d'impôts nets, soit une moyenne de 95 044 € chacun, ce qui ne leur fait quand même qu'un taux d'imposition net de 7,8 % ... On croit rêver !

(1) Définition : <http://impot.info-loi.org/impots/s-82-la-notion-de-foyer-fiscal.php>

(2) Désolé, le site ne donne pas les revenus individuellement.

LIVRET A

Entendu le 15 janvier au soir à la télé :

Il y a (au 1^{er} janvier 2009) 46 millions de livrets A en France, dont 6 % sont au plafond (15 300 €). Ces derniers représentent 43 % du total des sommes déposées.

Question : quel est le montant **moyen** des dépôts sur les 94 % de livrets qui ne sont pas au plafond ?

Ce petit exercice a toute sa place au lycée dans des classes de ES ou STG par exemple.

Pourrait-on le poser au collège au collège, en quatrième par exemple ? Il est cependant assez difficile en l'état : peut-être faudrait-il y ajouter une question intermédiaire, comme par exemple : *Quelle est la somme d'argent placée sur les livrets A qui sont au plafond ?* Il ne faudrait cependant pas le « décortiquer » étape par étape : il faut habituer nos élèves à résoudre des énoncés un peu « ouverts ».



PI (trois quatorze cent seize)

TRIBUNAL

Le théorème d'Héchinger

*L'avocat a obtenu pour son client 10 mois contre 4 ans requis.
Fondant sa plaidoirie sur des considérations purement mathématiques.*

Ne cherchez pas Héchinger parmi les mathématiciens plus ou moins connus : il s'agit d'un avocat de Verdun.

Ce titre, extrait de l'Est Républicain (Meuse) du 29 janvier 2009, chapeaute la relation d'une séance du tribunal où se jugeait une affaire de trafic de drogue. On peut y lire un extrait de la plaidoirie de cet avocat : « On trouve de l'héroïne jusqu'à 3,14116 fois moins chère du côté de Borny. Je demande donc au tribunal de diviser par π les 6 360 € réclamés ». On aura au moins appris, sous la plume de Walerian Koscinski qui rendait compte de ce procès, que π valait **3,14116**...

D'où provient cette valeur de π (alors que nous savons que $\pi \approx 3,1416$?). Très certainement du fait que naguère, on l'énonçait « trois quatorze cent seize », comme nous disions « Marignan quinze cent quinze » dans notre enfance... quand on disait encore « quinze cents » pour « mille cinq cents ». Le journaliste aura certainement transformé ce « quatorze cent seize » en 14 116.

Nous retrouvons ici les difficultés des élèves de cycle 2 qui entendant « vingt trois » écrivent 203 (20 3), ou encore 310020 (3 100 20) pour 320. Pour résoudre ces difficultés, des enseignants de RASED sont sollicités.

Par ailleurs, reste la difficulté en cycle 3 de la lecture des nombres décimaux : la lecture de la partie entière est pleine de sens. Mais 3, 1416 se lit « trois virgule mille quatre cent seize » et l'ensemble de chiffres « 1416 » devrait se lire 1416 dix millièmes. Or la langue a évolué, les

« nombres à virgule » sont lus comme des **juxtapositions** de deux entiers séparés par quelque chose. Ce qui est « derrière la virgule » a souvent perdu toute signification. Dans quelques cas, la partie décimale a cependant encore une signification très concrète : comme par exemple un

prix de 3,25 € (trois euros vingt-cinq), où ces 25 sont des centimes qui ont une existence sonnante et trébuchante ; de même que dans une taille de 1,43 m (un mètre quarante-trois), ces 43 sont des centimètres qui existent « bel et bien ». Mais avez-vous déjà vu un prix de 3,5 € ou une taille de 1,4 m ? Et quand le carburant est affiché à 1,049 €, qu'est-ce que ce 9 ? Des millimes (*) ? Qui n'a jamais entendu quelqu'un dire « un euro zéro quatre virgule neuf » ?

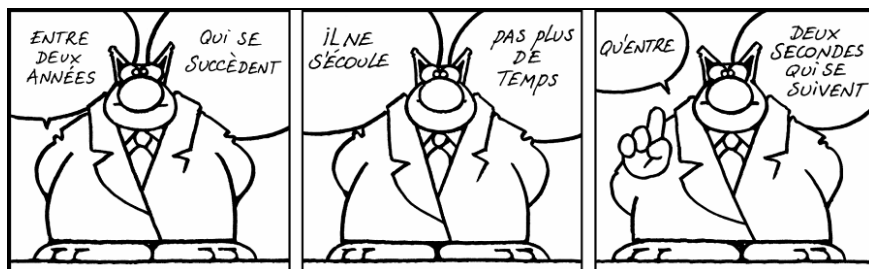
(*) Les millimes sont « monnaie courante » en Tunisie, comme subdivisions du dinar. En France, ils avaient été instaurés par la Convention nationale (loi du 18 germinal an III), de même que les décimes, mais sont totalement tombés en désuétude.

Revenons sur cette « juxtaposition » de deux entiers séparés par quelque chose. C'est cette perte de sens qui fait dire que $3,7 + 4,5 = 7,12$ ou $3,7 \times 4,5 = 12,35$ ou $3/7 + 4/5 = 7/12$ ou $3/7 \times 4/5 = 12/35$ (oh, miracle ! pour les fractions « ça marche » une fois sur deux !).

Et merci à M^e Héchinger et à W. Koscinski de nous avoir fourni du grain à moudre pour notre rubrique Math & Media.

Jacques et François

La nuit la plus longue !



Le 1^{er} janvier 2009 à 1 heure du matin, il nous a fallu retarder nos montres d'une petite seconde : très exceptionnellement, la minute entre minuit 59

minutes et 1 heure du matin a duré 1 seconde de plus que la normale, soit 61 secondes. Cette correction a été apportée au Temps Universel Coordonné (UTC) du fait du ralentissement de la rotation de la terre sur elle-même. La précédente « seconde intercalaire » datait du 1^{er} janvier 2006, et celle d'avant du 1^{er} janvier 1999.

Voir http://www.bipm.org/utls/fr/pdf/SIApp2_s_fr.pdf

Un petit rappel, en annexe : nos instituteurs nous avaient appris que la seconde était la 86 400^e partie d'un jour solaire moyen. Il est bon de savoir que la seconde se définit depuis 1968 comme 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre 2 niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133...

Voir http://www.bipm.org/utls/common/pdf/si_brochure_8_fr.pdf

Comme il est possible que tout un chacun ne retienne pas ces données fondamentales, nous vous proposons d'en retenir une plus simple, provenant d'une réflexion du Chat de Philippe Geluck, citée par Daniel Justens lors de sa conférence à notre journée régionale de mars 2007 : **« Entre 2 années qui se succèdent, il ne s'écoule pas plus de temps qu'entre 2 secondes qui se suivent ».**

Merci à Michel Henry de nous avoir rappelé cette info.

Nous allons bientôt publier le n° **100** du Petit Vert. Pour cela, nous envisageons de faire un numéro un peu particulier, axé essentiellement sur ce nombre **100**. Nous avons déjà recensé une bonne quantité de propriétés, plus ou moins connues, de ce nombre. Mais ce qui nous manque surtout, ce sont des activités et des exercices proposés en classe qui « tournent



autour de **100** ». Pour cela, nous faisons appel à vous : envoyez-nous tout ce que vous avez déjà fait ou tout ce que vous pourriez faire, même si vous trouvez que ce n'est pas original, même si ça tient en seulement une ou deux lignes. Précisez le niveau de la classe et si possible, si vous les avez réalisés, « comment ça a marché ».

Envoyez vos trouvailles et propositions à jacverdier@orange.fr. Un grand merci par avance.

L'équipe de rédaction.

COMMISSION « LYCÉE »

Réunion de la commission lycée le mercredi 1^{er} juillet à 14 heures au lycée Bichat de Lunéville.

Les thèmes de travail seront :

- Le cru 2009 du baccalauréat
- La rentrée 2009 en seconde

Contact : Geneviève Bouvart gbouvard@wanadoo.fr

DANS NOS CLASSES

Le hasard au collège

par Jacques VERDIER

Il y a une dizaine d'années, j'animais le groupe IREM « Proba-Stat en Europe », qui a débouché sur la parution d'une brochure, « **L'ENSEIGNEMENT DES PROBABILITÉS AU COLLEGE ET AU LYCÉE : EXEMPLES EUROPÉENS ET PROPOSITIONS³** ». Après un tour d'horizon des programmes d'une bonne dizaine de pays européens et une analyse des représentations que les élèves se faisaient du hasard, cette brochure proposait quelques pistes pour un enseignement de l'aléatoire au collège (nous étions des précurseurs !).

Voici ce que nous écrivions alors :

Le traitement de l'aléatoire au collège, objectifs généraux :

Donner une " culture " de l'aléatoire à tout citoyen, et faire en sorte que de très solides " intuitions " puissent se développer :

1. être capable de distinguer ce qui ressortit à l'expérience aléatoire (hasard " calculable ") de ce qui ressortit à la contingence fortuite, et être capable d'avoir un esprit critique devant certaines affirmations des médias ;
2. être capable de déterminer a priori la probabilité de phénomènes aléatoires en utilisant diverses stratégies ;
3. " intégrer " le fait que la probabilité d'un événement est la limite des fréquences observées.

Le programme du collège devra fournir une assise solide pour l'enseignement des probabilités en seconde, et de la statistique inférentielle dans les classes scientifiques du lycée.

Et nous terminions par les propositions suivantes (que je vous laisse comparer avec le programme de troisième) :

Voici ce que, pour nous, pourraient être les acquis des élèves en fin de collège :

Savoir ce qu'est une expérience aléatoire : c'est tout d'abord une expérience (au vrai sens du terme : on doit réaliser) ; cette expérience peut être décrite par un « protocole », elle peut être répétée (au moins en théorie) autant de fois que l'on veut dans les mêmes conditions, on peut en déterminer à l'avance la liste des issues, on ne peut prévoir quelle en sera l'issue au moment où on la réalise. L'idée étant « le hasard n'a pas de mémoire ».

³ Cette brochure est toujours en vente à l'IREM de Lorraine, pour la modique somme de 3 € (voir <http://www.irem.uhp-nancy.fr/>). Voir aussi la rubrique « Matériaux pour une documentation » du Bulletin Apmep n°439.

Savoir qu'il y a « égale probabilité » (dite en termes de « chances ») dans un certain nombre de cas : lancer d'une pièce, lancer d'un dé, tirages de boules au loto, roulette à secteurs égaux, etc. Le raisonnement que doit faire l'élève étant du type « *Il n'y a pas plus de chances que ceci arrive plutôt que cela* », pour des raisons de symétrie, de régularité des objets... (ce qu'on appelait à la Renaissance la Géométrie du Hasard).

Savoir que ce n'est pas parce qu'il y a k possibilités qu'il y a « une chance sur k » que l'événement se produise. Exemples : une roulette dont les secteurs sont inégaux, une urne contenant des boules de couleurs en proportions différentes. Les élèves devront avoir construit des « modèles mathématiques » correspondant à ces expériences : probabilités proportionnelles aux secteurs (aux arcs de circonférence, aux angles au centre) dans le premier cas, probabilités proportionnelles aux nombres de boules de chaque couleur dans le second cas.

Observer des « fluctuations d'échantillonnage » : sur des cas simples (comme pile/face, dés), avoir fait des statistiques sur un grand nombre de coups (une centaine), et comparer avec les résultats des autres (le professeur apportera l'information concernant d'autres classes, d'autres années...); traiter statistiquement ces fluctuations. Se rendre compte qu'on est peut-être loin de la probabilité attendue (on pourra faire la comparaison en termes d'*espérance théorique*, calculée comme une moyenne : par exemple, si on lance 100 fois une pièce, on *espère théoriquement* 50 'PILE').

Un objectif final (dont nous ne savons pas s'il peut être atteint à ce stade) serait : savoir faire la différence **de nature** entre une fréquence observée (a posteriori) qui est du domaine de la statistique, et une probabilité (déterminée a priori).

Depuis un an, beaucoup de documents ont été publiés sur l'enseignement des probabilités en troisième, de nombreuses formations ont été mises en place dans l'académie, où le professeur peut trouver énormément de « grain à moudre » pour préparer ses cours. Je voudrais cependant revenir ici sur trois points : certaines conceptions du hasard chez les élèves, le lien entre la probabilité et les fréquences observées, et les premières notions de probabilités avant d'aborder le programme de troisième.

Quelques conceptions du hasard

Nous avons interrogé 702 élèves (de six collèges) : chaque élève répondait à quatre questions choisies parmi 10. Voici quelques résultats extraits de cette étude.

Question posée à 235 élèves de sixième, cinquième et quatrième : « **En lançant un dé, qu'est-ce qui est le plus facile à obtenir : un 2 ou un 6 ? Pourquoi ?** ».

35 % répondent 'un 2' ; 12 % répondent 'un 6' ; 42 % répondent correctement, et 11 % ne répondent pas à cette question. 72 % des élèves ayant correctement répondu justifient leur réponse.

Remarques : Le dé fait partie de l'expérience personnelle de l'élève dans le cadre de différents jeux. Cette " expérimentation " semble brouiller l'analyse de la situation. Ainsi Éric (6^{ème}) écrit " *A mon avis, on a plus de chance sur le 2, car je tombe toujours sur un 2* ". Bruno (5^{ème}) répond aussi " *C'est le 2, car c'est rare qu'on tombe sur le 6* ". Autre explication pour Alison (4^{ème}) : " *C'est plus facile d'obtenir un 2 car 6 est le plus grand chiffre qu'il y a sur un dé* ".

Autre question : « On joue avec deux dés, en les lançant chacun notre tour. Je prétends que c'est plus difficile pour moi de faire un double six que pour toi de faire un double trois. Ai-je raison ? »

53 % des 204 élèves testés répondent exactement. Exemples de réponses correctes : " *Non ; vous avez tort* " ; " *Il y a autant de chances* " ; etc.

73 % des 204 élèves ont fourni une justification à leur réponse. Parmi ceux-ci, 34 % ont fourni une justification considérée comme correcte.

Exemples de réponses fournies par les élèves :

- Non, car ce n'est pas des chiffres, c'est le HASARD (*en énormes caractères*) qui décide (6^{ème}).
- Il n'y a pas de raison, c'est aussi dur de faire le double de six que le double de trois, parce que c'est deux doubles (5^{ème}).
- Tous les deux sont pareils, il faut juste avoir de la chance (5^{ème}).
- Non, cela est aussi difficile car 3 et 6 sont en face (5^{ème}).
- Non, car c'est la même chose sauf que les nombres sont différents, pour moi c'est de la chance. Ou alors les six sont plus grands que les trois donc c'est plus dur à faire (4^{ème}).
- Non, 3 ou 6 c'est pareil. Mais remarque, je trouve que faire 6 c'est plus dur, je ne sais pas pourquoi mais quand je joue je fais difficilement 6 (4^{ème}).
- Non, car tous les deux ont autant de chances de faire un double de six qu'un double de trois. Mais c'est quand même plus difficile de faire un double de six (6^{ème}).
- Oui, car un double trois sort souvent, et plus facilement que le double six (5^{ème}).

Nous avons également testé 145 élèves de première (avant qu'ils n'abordent le chapitre des probabilités) sur trois questions. En voici deux :

Nous avons fourni aux élèves une statistique des tirages des 49 boules du loto depuis que ce jeu existe⁴ et nous leur demandions : « **Ces informations peuvent-elles être utiles à un joueur pour jouer la prochaine fois, et pourquoi ?** ».

35 % répondaient que ces informations étaient **inutiles**, en évoquant le fait que ces résultats étaient dus uniquement au hasard, avec parfois des remarques fort pertinentes : « *Les tirages précédents n'influencent pas le prochain tirage* », « *Ce qui s'est passé avant n'intervient pas* », etc.

34 % répondaient que ces informations étaient **utiles**, et qu'il fallait choisir les numéros **qui étaient sortis le plus souvent** ; **6 %** répondaient que ces informations étaient utiles, mais qu'il fallait jouer les numéros **qui étaient sortis le moins souvent** (avec des explications du type « *les boules qui sont le plus sorties ne sortiront plus une nouvelle fois* », « *ça a tendance à s'égaliser* »,...) J'ai même eu une fois un élève de BTS qui, après le cours de probabilités, m'a expliqué que « *d'après la loi des grands nombres, ce sont les numéros qui sont le moins sortis qui ont la plus forte probabilité de sortir la prochaine fois* »...

Les autres réponses (un quart des sondés) sont plus ou moins explicites, avec quelquefois des explications floues (« *C'est utile, car grâce à ces chiffres, les gens vont pouvoir calculer* »), amusantes (« *C'est inutile, les gens jouent leurs dates de naissances* ») ou inexistantes.

Second exemple en première : « **Si je lance simultanément deux pièces de 1 F, il y a une chance sur trois de voir 1 pile et 1 face : cette affirmation est-elle vraie ou fausse ?** »

Les **deux tiers** des élèves répondent qu'elle est **vraie**, la très grosse majorité d'entre eux expliquant qu'il y a trois possibilités : soit 2 'Pile', soit 2 'Face', soit un de chaque. Un sur cinq répond que c'est faux, mais seulement 6 sur les 154, dont trois doublants, donnent une explication exacte. Les 15 % de réponses restantes sont diverses, mais deux élèves disent « *Il faudrait faire l'expérience pour pouvoir répondre* ».

Probabilités et fréquences observées

Cette dernière réponse d'élève est celle sur laquelle je rebondis pour proposer l'expérience « aléatoire ». Le « protocole » est simple : chaque élève jette d'assez haut les deux pièces (pour qu'il n'y ait pas de 'tricherie'

⁴ Ces statistiques sont disponibles sur <http://lotoscope.com/statistiques.php3> et portent sur près de 5 000 tirages.

possible) au minimum 25 fois, et fait la statistique des résultats : 2 'Pile', 2 'Face', ou un de chaque. On organise ensuite un recensement global (qui porte sur 500 à 1000 lancers) et on « observe » : on est généralement très loin des proportions attendues $1/3$, $1/3$, $1/3$ et plutôt dans les environs de $1/4$, $1/4$, $1/2$, ce qui permet de mettre sérieusement en doute l'affirmation initiale majoritaire. Cela deviendra la nouvelle conjecture, mais qui devra être justifiée par un raisonnement théorique à bâtir.

On a beaucoup parlé de l'expérience des punaises, qui retombent sur le dos ou sur la pointe. Là, le problème se complique : il faut d'abord supposer l'existence **a priori** d'une des deux issues, l'expérience étant construite pour en donner une estimation. Il faut ensuite bien définir le protocole expérimental, l'expérience devant pouvoir être répétée (au moins en théorie) autant de fois que l'on veut dans les mêmes conditions. Il faut donc déjà travailler avec le même type de punaises pour tous ; il faut également choisir la surface sur laquelle on lance (il y a des phénomènes de rebond qui ne sont pas anodins) ; lancer une seule punaise un grand nombre de fois (et non pas un grand nombre de punaises en une seule fois), etc.

Nos élèves connaissent un certain nombre d'expériences qui semblent aléatoires, mais ne le sont aucunement : prenons par exemple le jeu télévisé « La roue de la fortune ». Les candidats essayent de « viser » une case qui leur est favorable, par exemple la case à 10 000 €. Mais la roue est très lourde et peut difficilement faire plus d'un tour ; aussi les candidats essayent-ils de calculer l'impulsion qu'ils lui donnent afin qu'elle s'arrête au bon endroit. Si l'on pouvait s'entraîner un peu plus, avec l'expérience on arriverait souvent au but (c'est comme la pétanque ou le tir à l'arc : il y a des champions). Où est l'aléatoire dans ce jeu ? (Et pourtant le modèle de la roue est un bon modèle pour les probabilités).

Se pose également un problème théorique que l'on ne peut pas aborder au collège : la loi des grands nombres, que l'on exprime en termes usuels par « la fréquence observée tend vers la probabilité », converge de façon extrêmement lente, et pas du tout monotone : à chaque « coup », on a en effet au moins une chance sur deux que la fréquence observée s'éloigne de la probabilité théorique (ce qui est contraire à la notion « intuitive » de limite). Par ailleurs, les résultats des expérimentations fluctuent de façon importante (c'est facile à observer) : on ne peut donc pas s'appuyer sur les seules observations et sur une loi des grands nombres intuitive pour déterminer des probabilités à ce niveau. Certaines propriétés devront donc être affirmées comme vraies par le professeur (et non vérifiables), de la même façon que le professeur de géographie affirme au collège que la Terre est ronde et qu'elle tourne autour du Soleil.

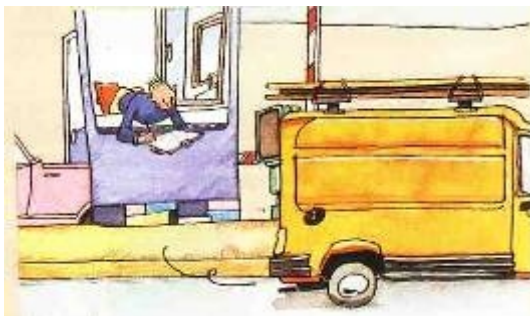
L'initiation aux probabilités dès la sixième ?

Je ne donnerai ici qu'un seul exemple, celui des classes de 1^{ère} et 2^{ème} année d'E.S.O. (enseignement secondaire obligatoire) en Espagne, qui font suite à l'école primaire, mais un an plus tard qu'en France (élèves de 12 ans et 13 ans).

Les programmes diffèrent légèrement d'une province à un autre, certaines adoptant le programme « madrilène », d'autres étant autonomes. Les objectifs ;

- Obtention, par des moyens empiriques, d'informations sur la régularité dans les situations aléatoires ;
- Techniques simples d'attribution de probabilités ;
- Attitude positive dans la quantification du probable.

Le plus simple est de donner, sans commentaire, des exemples directement extraits d'un manuel de première année « de collège », chapitre « Hasard et probabilités ».



Exercices d'introduction :

● A la caisse de péage d'une autoroute, l'employé note la dernière lettre de la plaque d'immatriculation des voitures qui passent⁵. Au bout de trois heures, il a ainsi accumulé beaucoup d'information. Peut-il prédire quelle sera la dernière lettre de la prochaine voiture ?



● Yolanda et Alberto sont en train de jouer avec un dé dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Mais Alberto est un tricheur, et a trafiqué le dé pour qu'il y ait six sur toutes les faces. Quand Yolanda lance son dé, pouvons-nous prédire

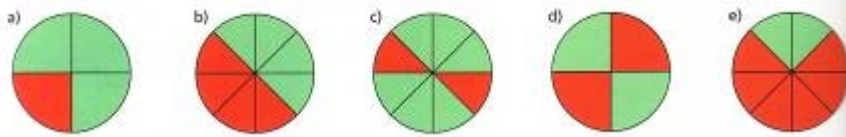
⁵ Nous avons modifié l'énoncé initial : les plaques espagnoles sont désormais du type 4 chiffres + 3 lettres, par ex. 1234 BCD, sans différenciation entre les province.

quel nombre sortira ? Quand Alberto lance son dé, pouvons-nous prédire quel nombre sortira ?

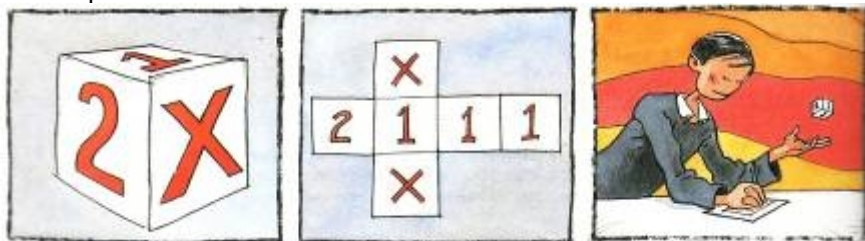
L'expérience de Yolande est une expérience aléatoire, car on ne peut pas prévoir le résultat ; mais celle d'Alberto n'est pas une expérience aléatoire, car nous savons d'avance le résultat.

Pour pratiquer :

● Observe les roulettes suivantes : sur lesquelles la couleur rouge et la couleur verte ont-elles la même probabilité de sortir ?



● Un dé spécial comporte trois faces avec un 1, deux faces avec un X et une face avec un 2. On lance le dé. Tous les résultats sont-ils équiprobables ? Qu'est-ce qui sera le plus facile à obtenir ? Qu'est-ce qui sera le plus difficile à obtenir ?



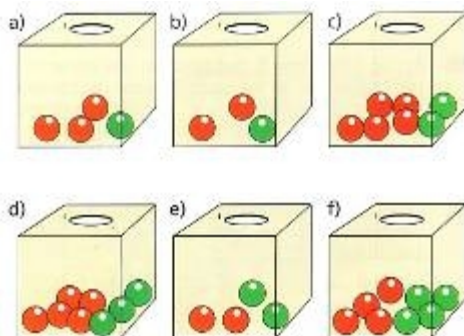
Dans le « cours », une « échelle de probabilité » :



Quelques exercices :

● On lance un dé sur lequel sont inscrits les nombres de 1 à 6. Y a-t-il un des nombres qui sera plus difficile à obtenir que les autres ? Y a-t-il un des nombres qui sera plus facile à obtenir que les autres ?

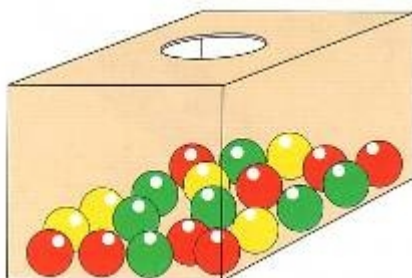
● On tire, sans regarder, une boule de chacune des urnes que nous te présentons. Dans laquelle est-il le plus probable d'obtenir une boule verte ?



Et un des exercices les plus difficiles à ce niveau :

● On extrait une boule au hasard de l'urne ci-dessous. Donner la probabilité :

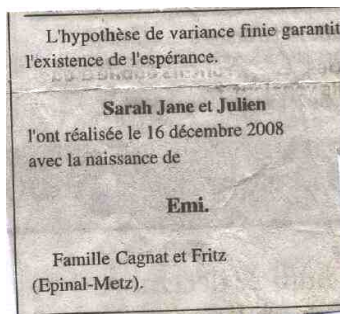
- a) qu'elle soit rouge.
- b) qu'elle soit verte.
- c) qu'elle soit jaune.
- d) qu'elle ne soit pas rouge.
- e) qu'elle ne soit pas verte.
- f) qu'elle ne soit pas jaune.



= = = = = = = = = =

CARNET ROSE

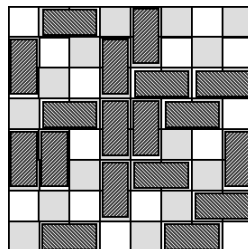
Une de nos adhérentes a trouvé ce faire-part de naissance dans Le Monde du 21/12/08. Attirée par le titre, elle l'a aussitôt scanné et envoyé au Petit Vert ... sans savoir que Sarah-Jane était aussi une adhérente de la régionale ! (il est vrai qu'il n'y avait qu'une matheuse pour rédiger ce joli texte). Félicitations aux heureux parents.



Vu sur la toile

En avance sur les magazines de l'été, les jeux de plage (html).

Avant même que je n'aie digéré mes fêtes de fin d'année, ma boîte était pleine de jeux. Jacques a dit, je fais ! Donc cette rubrique sera consacrée au(x) jeu(x) mathématique(s).



On commence avec le site du collège de Madras en Écosse qui propose une série assez bigarrée de divertissements souvent **simples à réaliser**. Il faudra cependant lire la langue de Shakespeare pour s'amuser avec les dominos de Domineering (ci-dessus) :

(<http://www.madras.fife.sch.uk/maths/games/index.html>). Certains sont fortement conseillés en classe suivant cette recommandation (en anglais une fois encore) :

http://nrich.maths.org/public/viewer.php?obj_id=2928&part=index

Ces derniers se jouent physiquement à deux ou à plusieurs.

Qui a dit que les **jeux de Nim** ne payaient pas de mine ? (<http://nim.site.voila.fr/index.html#haut>) Vous en trouverez d'autres chez Jean-Pierre Davalan :

<http://pagesperso-orange.fr/jean-paul.davalan/index.html>.

Mais quand travaillent ces gens ? Jamais ! Ils jouent tout le temps ; n'est-ce pas leur métier ? Prenez-y du plaisir, on ne s'en lasse pas. Des jeux chronophages à découvrir au clavier ou à la souris exclusivement. Libre à vous d'en éditer des versions matérielles.

Une question plus sérieuse maintenant : est-il plus facile d'**extraire la racine** carrée d'un nombre donné de 80 chiffres, d'extraire la racine treizième d'un nombre donné de 100 chiffres ou d'extraire la racine 1789^e d'un nombre donné de 7000 chiffres ? (Les résultats sont des entiers). La réponse nous est proposée chez Interstices :

http://interstices.info/jcms/c_33536/un-calcul-revolutionnaire.

Mais à quoi cela sert-il ?

Enfin, pour ceux qui imaginent perdre là leur temps en futilités, je ne peux que leur conseiller de compter chaque instant grâce à ces magnifiques **cadrons solaires** (ci-contre), qui utilisent une source d'énergie 100 % renouvelable :

(<http://pagesperso-orange.fr/cadrons.solaires/>)

gilles.waehren@wanadoo.fr



Solution du problème n°96

Merci à Jacques Choné pour sa solution, très détaillée comme toujours (les lecteurs pourront trouver sa solution complète à l'adresse <http://apmeplorraine.free.fr/index.php?module=probleme>)

Une solution était la fonction constante -1 ! Pour le cas général, on pouvait s'inspirer de la fonction tangente et sa réciproque : en effet, on a $(\tan)'$

$(x) = 1 + \tan^2(x)$ et $(\text{atan})'(x) = \frac{1}{1+x^2}$. De même, si g est une fonction

vérifiant $g'(x) = \frac{1}{1+x^3}$, sa réciproque f (si elle existe) vérifiera

$g(f(x)) = x$ d'où, en dérivant, $f'(x) \times g'(f(x)) = 1$, donc

$f'(x) \times \frac{1}{1+f^3(x)} = 1$. Reste à trouver une primitive de $\frac{1}{1+x^3}$ via une

décomposition en éléments simples (que du bonheur !)

Problème du trimestre n°97

proposé par Loïc Terrier, d'après E. Fourrey

Tiré de « récréations arithmétiques », de E. Fourrey : « Trois hommes ont trouvé une bourse contenant un certain nombre d'écus, dont chacun prend sans compter. Puis ils se mettent à jouer aux dés en convenant que le perdant devra donner aux deux autres autant d'écus qu'ils en ont chacun. Ils jouent trois parties et perdant une fois chacun, ils se trouvent avoir autant d'écus l'un que l'autre, c'est-à-dire 8 écus. Combien chacun d'eux avait-il pris d'écus dans la bourse ? »

1. Résoudre le problème.
2. Le jeu s'arrête si l'un des joueurs n'a pas de quoi payer les deux autres. On suppose que chacun des joueurs perd à tour de rôle : montrer que si le nombre initial d'écus n'est pas un multiple de 7, alors le jeu s'arrêtera au bout d'un nombre fini de parties.

Envoyez le plus rapidement possible vos solutions et/ou **toute proposition de nouveau problème** à : Loïc Terrier, 21 rue Amédée Lasolgne, 57130 Ars sur Moselle (ou loic.terrierATfree.fr).