

# MATH & MEDIA



Merci à tous nos lecteurs qui alimentent cette rubrique. Qu'ils continuent à le faire, en nous envoyant si possible les originaux, et aussi les commentaires ou activités possibles en classe que cela leur suggère. Envois par la poste à Christophe VALENTIN, 17 Clos des Vignes, 57640 VRVY, ou par courrier électronique à [jacverdier@orange.fr](mailto:jacverdier@orange.fr) et [Christophe.Valentin@wanadoo.fr](mailto:Christophe.Valentin@wanadoo.fr)  
 Les archives de cette rubrique sont disponibles sur notre site à l'adresse : [http://apmeploiraine.free.fr/index.php?module=math\\_et\\_media](http://apmeploiraine.free.fr/index.php?module=math_et_media)

## LOTO BULGARE

En Bulgarie, le 6 septembre et le 10 septembre 2009, lors de deux tirages du loto (le 3<sup>e</sup> tirage du 06/09 et le 3<sup>e</sup> tirage du 10/09, tirages cependant non consécutifs contrairement à ce qui a souvent été écrit), la même combinaison (4, 15, 23, 24, 35, 42) est sortie.

C'est un fait suffisamment rare pour que toutes les suspicions de tricherie aient circulé, malgré les dénégations véhémentes de l'organisme qui contrôle les tirages. On remarquera cependant qu'il n'y a eu aucun gagnant lors du 3<sup>e</sup> tirage du 06/09, alors qu'il y en a eu 18 lors du tirage suivant. Mais ceci ne prouve aucunement qu'il y ait eu tricherie : on pourrait en effet imaginer que, sur une population de quelques millions de joueurs, il y ait pu en avoir 18 qui se soient dit « Ces numéros peuvent 'tomber', ils sont déjà sortis il y a peu, alors je les rejoue ». En effet on a déjà pu constater, en France, que bon nombre de personnes jouent les numéros qui sont sortis le plus souvent dans les précédents tirages (ces numéros « ont de la chance »).

Par ailleurs, à supposer qu'« on » soit capable de tricher au loto bulgare, et de choisir quels numéros vont sortir, « on » n'aurait vraiment pas intérêt à faire sortir deux fois de suite les mêmes numéros, au risque de se faire repérer !

L'info précédente a beaucoup circulé sur le net, et dans bon nombre de blogs. D'autant plus que Mihail Konstantinov, un mathématicien bulgare (<http://uacg.bg/pw/mmk/>) avait indiqué que selon lui, **la probabilité d'une telle coïncidence était de 1 pour 4,2 millions**. D'où peut provenir cette valeur ?



Il y a plusieurs façons de se poser la question de la probabilité d'une telle coïncidence.

**1.** La plus simple : on se place au 10 septembre (sachant que 4-15-23-24-35-42 est sorti le 06/09), et on cherche la probabilité  $p$  que ce tirage se produise ce 10/09. Cette probabilité est égale à  $1/C(k,n)$ ,  $k$  étant le nombre de boules tirées (ici,  $k = 6$ ) et  $n$  le nombre de boules dans l'urne ( $n = 42$  pour ce tirage), ce qui donne  $p = 1/5\ 245\ 786$ . Ce qui nous permet de dire que la probabilité 1 sur 4,2 millions (environ) annoncée par Konstantinov ne correspond pas à cette façon de voir. D'où vient alors ce « 1 chance sur 4,2 millions » ? Le mystère reste entier. Peut-être s'agit-il d'une simple coquille ?

Précisions pour les curieux. D'après le site <http://www.toto.bg/>, il y a en Bulgarie trois lotos différents : le 'TOTO 2' (où l'on tire 6 boules sur 49), le 'TOTO 2 Joker' (où l'on tire 6 boules sur 42 + 1 joker), et le 'TOTO 2 seconde chance' (où l'on tire 5 boules sur 35). Il y a trois tirages du 6/42 chaque jeudi et chaque dimanche (soit environ 625 par an). On peut retrouver les deux tirages en question sur <http://www.toto.bg/index.php?lang=1&pid=32&sid=46> (tirages 2009/72 et 2009/73).

**2.** Une autre façon de se poser le problème : celle que Poincaré développe dans son « problème du tricheur à l'écarté » (utilisation de la formule de Bayes en probabilité). Soit  $T$  l'événement « L'organisateur est un tricheur », et  $A$  l'événement « Les 6 numéros sont tirés » ; on a vu que  $p(A) = 1/5\ 245\ 786 = p$ . On va supposer, pure hypothèse, que le « tricheur » ne triche qu'une fois sur 1000, pour éviter de se faire repérer trop facilement ! Comme nous sommes dans l'expectative la plus totale, nous allons supposer qu'il y a une chance sur deux pour que  $T$  soit vrai. A part  $p$ , vous pouvez modifier ces valeurs à votre convenance... Calculons les probabilités des 4 événements suivants :

$$\begin{aligned} P(T \cap A) &= (1/2) \cdot (1/1000) & P(T \cap \bar{A}) &= (1/2) \cdot (99/1000) \\ P(\bar{T} \cap A) &= (1/2) \cdot p & P(\bar{T} \cap \bar{A}) &= (1/2) \cdot (1-p) \end{aligned}$$

Quelle est alors la probabilité que  $T$  soit vrai sachant que  $A$  s'est réalisé ? C'est donné par la formule de Bayes :

$$P(T|A) = \frac{P(T \cap A)}{P(T \cap A) + P(\bar{T} \cap A)} = \frac{1/2 \cdot 1/1000}{(1/2 \cdot 1/1000) + (1/2 \cdot p)} \approx 0,9998.$$

La conclusion semble s'imposer alors d'elle-même : on est quasi-sûr de la tricherie... Sauf que l'on se place ici dans l'optique de ce tirage précis (ici 4-15-23-24-35-42) qui se produirait à un moment précis (trois tirages plus tard que le premier).

En ce qui concerne l'exemple du tricheur de Poincaré, on pourra lire le §97, p. 156-157 dans son « *Calcul des probabilités* », édition de 1912, en ligne sur Gallica (remplacer « grec » par « tricheur ») :

<http://visualiseur.bnf.fr/Visualiseur?Destination=Gallica&O=NUMM-29064>

ou bien dans ce cours :

<http://www.lyca.ch/~pfrache//archives/fichiers%20de%20cours/prob-causes-bayes.pdf>



**3.** Il me semble cependant qu'on devrait se poser la question autrement, en prenant un peu plus de « hauteur », et en rupture avec la démarche de Poincaré : l'événement a eu lieu en Bulgarie, mais il aurait pu se produire dans un autre pays, à un autre moment, et on en aurait certainement été tout autant informé. Et on se serait posé la même question : hasard ou tricherie ?

Pour le seul loto 6/42 bulgare, il y a environ 625 tirages par an et autant pour le 6/49 et pour le 5/35 (avec pour ce dernier une probabilité  $p = 1/324\ 632$  de tirer le gros lot), soit environ 1875 tirages par an. Pour le loto français 'ordinaire', il n'y a que trois tirages par semaine, soit environ 156 par an (avec  $p$  égal à environ 1 sur 2 millions).

Il doit bien y avoir 150 pays au monde où il y a un équivalent du loto. Mettons, « à la louche », 500 tirages par an. Avec une probabilité de gagner le gros lot de l'ordre du millionième (mettons une chance sur 2 000 000).

Cela fait quand même grosso modo 4 chances sur 100 que cela se produise quelque part... Ce n'est plus aussi rare que cela ! Et si cela se produisait effectivement quelque part dans une prochaine année, les media s'en feraient probablement encore l'écho... Et n'oublions pas qu'il ne s'agissait pas de tirages consécutifs, mais de tirages « proches » : si on étend la plage d'observation à plusieurs jours (deux fois le même tirage dans un certain laps de temps) la probabilité s'en trouvera considérablement augmentée.

Un événement de même nature se serait produit à un tournoi de Bridge en 1932, à Jersey (Australie) [source : New York Times du 11 jan. 1932] : une femme de 77 ans a reçu une main de 13 piques lors d'un tournoi de bridge (probabilité d'avoir 13 cartes de la même couleur :  $4/C(13,52) = 1/158\ 753\ 389\ 900$ ). Remarquons cependant que toute autre main définie par avance est d'égale probabilité !

Comme le dit Georges Charpak : « **Qu'un événement improbable spécifié se produise est hautement improbable. En revanche, qu'un événement improbable quelconque se réalise est fortement probable** » (extrait de « *Devenez sorciers, devenez savants* »).

N.B. le blog sur lequel on trouve le plus de choses intéressantes au sujet de cette info est celui de Vicnent (si la page n'a pas changé d'URL au moment où paraîtront ces lignes) ; on y retrouve en particulier, dans le fil des commentaires, toutes les fautes de raisonnement que font nos élèves :

<http://www.vicnent.info/blog/index.php?2009/09/17/1280-4-15-23-24-35-et-42-2-fois>.

Merci à Thierry de la Rue (co-auteur de la conférence « *La loi des séries, hasard ou fatalité ?* » aux Journées de Rouen), Michel Henry et Pierre-Alain Muller pour les précisions qu'ils m'ont apportées sur ce sujet.

Jacques

(images tirés du site officiel de la loterie bulgare)



## NOUVEL ARIEL

Depuis quelque temps, circule sur le net un diaporama, dont l'auteur semble être Peter Koltermann, de la société Kabel Deutschland GmbH (un opérateur allemand de câbles pour la télévision, l'internet et le téléphone).

Nous en avons extrait la « substantifique moelle » ...

Voici deux flacons d'Ariel Color vus de face et de dos. A gauche, le « nouveau » flacon, à droite, « l'ancien ». La forme de la bouteille et les mentions portées sur les étiquettes sont différentes. Mais la composition du produit reste la même. Et le prix aussi.



Regardons d'un peu plus près.  
Ce qui saute aux yeux, c'est que le nouveau flacon a une nouvelle forme et qu'il contient 10 % de produit en plus (ce qui correspond à une diminution prix du litre d'environ 9 %). Voilà une bonne affaire pour le consommateur !



Mais regardons la face avant d'encore un peu plus près : ce qui nous intéresse, c'est combien de lavages on peut faire avec chacun de ces flacons (l'ancien à gauche, le nouveau à droite) :



Il n'y a pas beaucoup d'amélioration... On se serait plutôt attendu à voir 20+2 lavages, non ? Mais l'indication du nouveau flacon laisserait supposer qu'on a gagné un peu plus de 10 % de lavages (ne pas oublier que le nouveau flacon a remplacé l'ancien dans les rayons, et que l'acheteur n'a aucun moyen, lui, de comparer sur place le nouveau à l'ancien).

Regardons maintenant, au dos des flacons, la quantité de produit (à gauche l'ancien, à droite le nouveau) :



Cette fois, la surprise est de taille : **la quantité de produit a diminué** ! De presque 7 % !!! On est loin des 10 % de produit en plus.

Si on résume : même prix, volume moindre, même nombre de lavages (malgré le volume total diminué)... On avait dû mal traduire : les « 10 % de contenu en plus » devaient correspondre aux bénéfices encaissés par les actionnaires de Procter & Gamble. On prend vraiment le consommateur pour un con... (*ce n'est pas un gros mot, c'est une apocope*).

