Sudoku mathématicien : solution du n° 90

N	A	R	T	**X**	E	**O**	M	**H**
E	X	T	H	O	M	R	A	**N**
M	**H**	O	A	**N**	R	**E**	**X**	T
T	R	H	**O**	A	**X**	M	N	E
A	N	X	**E**	M	**T**	H	O	R
O	E	M	**N**	R	**H**	A	T	**X**
R	**T**	**N**	M	**E**	A	X	**H**	**O**
X	O	A	R	H	N	T	E	**M**
H	M	**E**	X	**T**	O	N	R	**A**

MAX NÖTHER (1844-1921)

Né à Mannheim, où il commence ses études universitaires, il enseigne de 1875 à sa mort à Erlangen.

Spécialiste des géométries algébriques, il a travaillé sur les courbes et surfaces algébriques, en particulier sur les courbes gauches (prix Steiner en 1881).

Sa fille Emmy, émigrée aux USA en 1933, est connue pour son travail sur les anneaux appelés maintenant "nöthériens".

Retour sommaire

Solution(s) du problème du trimestre n°90

On considère le polynôme $P(x)=x^2-12x+36$. Déterminer deux réels α et β distincts tels que $P(\alpha)=\beta$ et $P(\beta)=\alpha$.

De nombreuses réponses pour ce problème : Jacques Choné, Robert Thiery, Christophe Brighi, Jacqueline Claudon, ainsi que Yann Payoux et Pascal Richard (sur qui je « teste » de nombreux problèmes, qu'il en soit chaleureusement remercié !). Deux versions de ce problèmes ont apparemment coexistées : dans la version papier, un signe plus a muté en moins... Ce qui ne changeait pas fondamentalement les choses.

La question générale était la suivante : étant donné un polynôme du second degré, il est facile de trouver ses points fixes, mais comment trouver ses 2_cycles ?

Les 2_cycles de P sont en fait les points fixes de $P \circ P$ qui ne sont pas points fixes de P.

Si $P(x)=ax^2+bx+c$, alors on peut factoriser :

$$\begin{aligned} P\circ P(x)-P(x) &= aP^2(x)+bP(x)+c-ax^2-bx-c \\ &= a(P^2(x)-x^2)+b(P(x)-x) \\ &= (P(x)-x)(aP(x)+ax+b) \\ &= (P(x)-x)(a^2x^2+(a+ab)x+ac+b) \end{aligned}$$

puis

$$\begin{aligned} P\circ P(x)-x &= P\circ P(x)-P(x)+P(x)-x \\ &= (P(x)-x)(a^2x^2+(a+ab)x+ac+b+1) \end{aligned}$$

Retour sommaire

(Bien sûr on pouvait aussi procéder par division « classique » des polynômes, mais cette méthode astucieuse proposée par Christophe Brighi allège les calculs...)

Les 2_cycles cherchés sont alors les racines de $a^2 x^2 + (a + ab) x + ac + b + 1$. Le lecteur curieux pourra vérifier que les 2_cycles sont réels si et seulement si les points fixes sont réels et distants de plus de $2a$.

Problème du trimestre, n°91

proposé par Jacques Verdier

Etre grand-père nous permet de renouer avec des jeux de société auxquels on n'avait pas joué depuis … des années. Et, on ne se refait pas, d'en tirer un énoncé de problème ! Pour ceux qui ne connaissent pas ce jeu du cochon qui rit, je vais expliquer brièvement (juste ce qui est nécessaire à la compréhension du problème qui sera posé).

Chaque joueur doit “ fabriquer ” un petit cochon. Il dispose de trois dés, qu'il lance simultanément. S'il obtient au moins un six, il peut obtenir le “ corps ” du cochon. Une fois qu'il l'a obtenu, et pas avant, il cherche à obtenir les quatre pattes, les deux yeux et les deux oreilles : pour chacun de ces 8 “ ingrédients ”, il faut qu'il obtienne au moins un as à son coup de dés (attention : même s'il obtient deux ou trois as, il ne peut prendre qu'un seul objet). Pour terminer, il doit mettre la queue du cochon : là, l'affaire se corse : il faut obtenir au moins deux as sur un coup de trois dés.

Il est évident que le joueur “ chanceux ” aura terminé son cochon en 10 coups : il aura sorti un six au premier coup de trois dés, un as à chacun des 8 coups suivants, et deux as au 10 e coup ! Le joueur (très) malchanceux, lui, attend toujours que la chance lui sourit…

Le problème est le suivant : quel est le nombre moyen de coups à jouer pour terminer le cochon ?

Envoyez le plus rapidement possible vos solutions et/ou toute proposition de nouveau problème à : Loïc Terrier, 42B rue du maréchal Foch, 57130 Ars sur Moselle ou envoyez un mail à loic.terrier@free.fr .

Retour sommaire