

Dans nos classes

DES ELLIPSES DÈS LA CLASSE DE SIXIÈME, POURQUOI PAS ?

(François DROUIN)

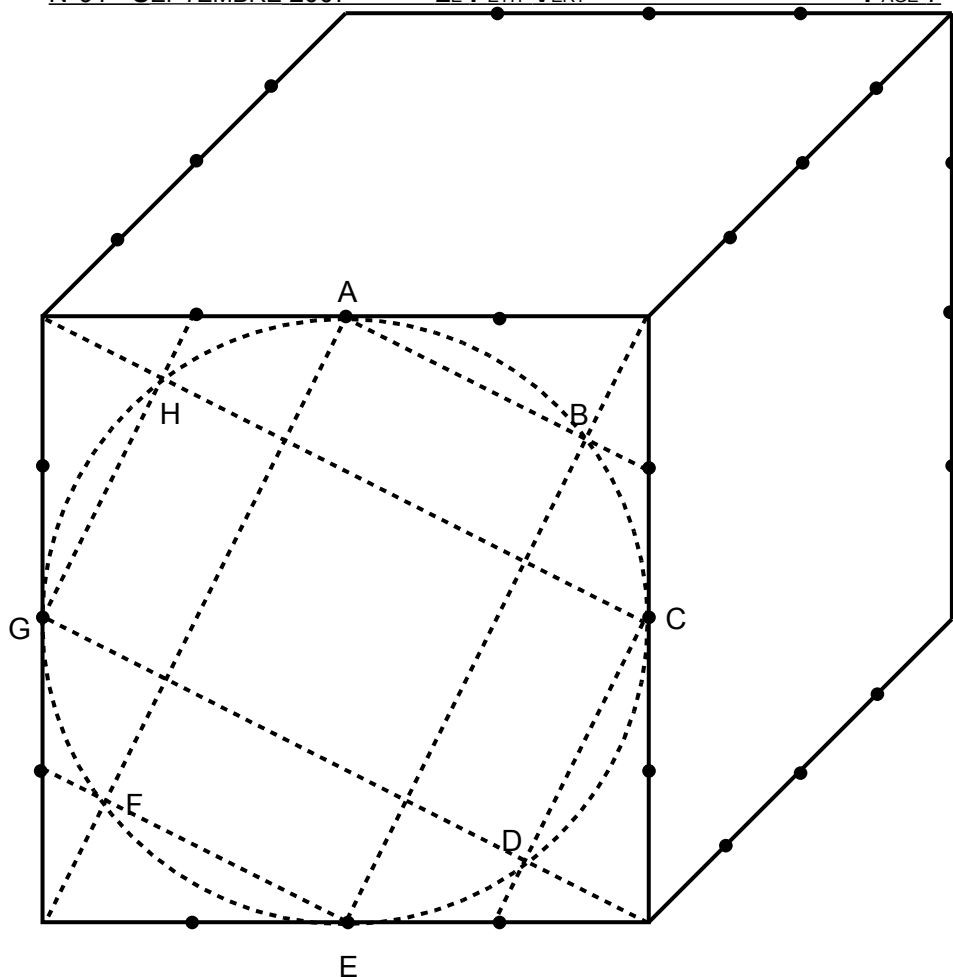
Le mot "ellipse" n'apparaît à aucun moment dans les programmes de collège, cependant, il est demandé de dessiner en perspective cylindres et cônes. Comment faire ces dessins sans savoir tracer une ellipse, mais aussi surtout comment faire ces dessins sans savoir que les courbes qui apparaissent sont des ellipses ?

Montrons un disque aux élèves (une assiette ? le fond d'une boîte de coulommiers ou d'une boîte de gâteaux ?). Faisons le pivoter autour d'un de ses diamètres (d'abord horizontal puis vertical, puis « quelconque »). Les élèves vont prendre conscience de ce que devient un disque lorsqu'il est vu « en perspective ».

À nous de leur faire tracer les courbes vues lors de cette manipulation.

Voici de quoi dessiner des cercles tangents aux côtés des faces d'un cube.

Sur chaque face visible, trace de même les traits en pointillés puis les nouveaux points A, B, C et D par lesquels passe le cercle.
Sur chaque face visible, trace les cercles tangents aux côtés de ces faces.



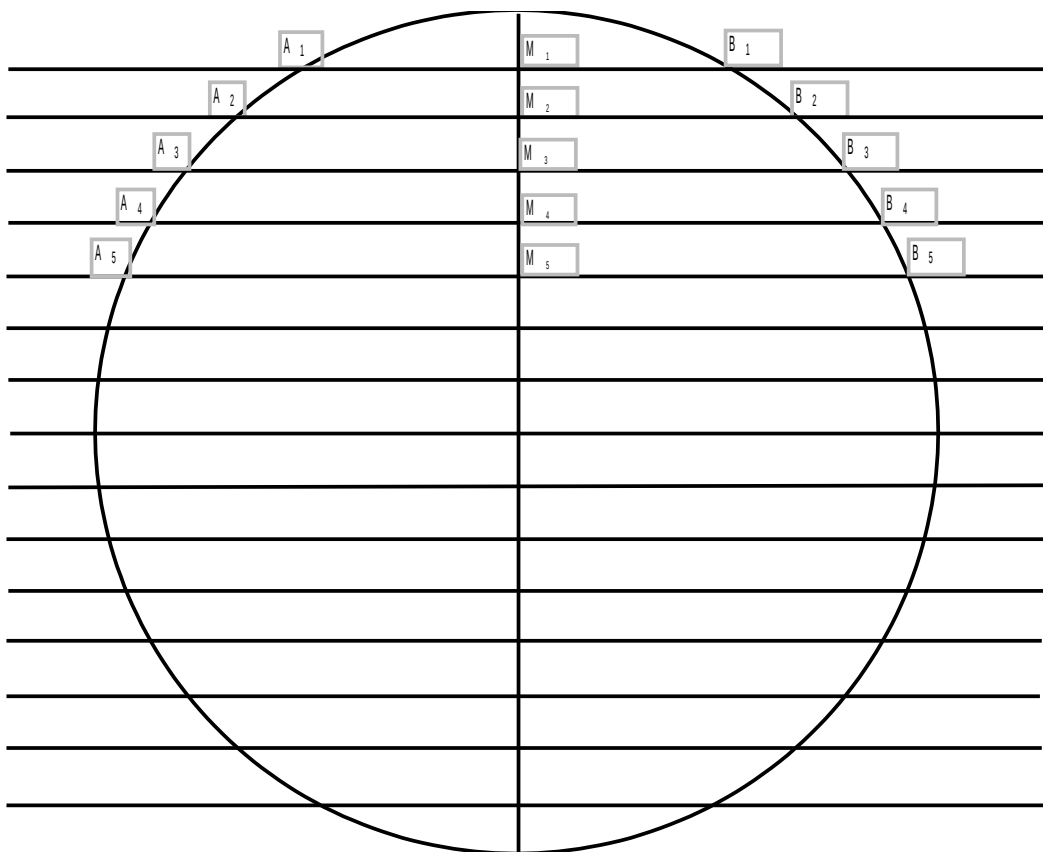
Ce type de dessin est à mettre en parallèle avec des choses présentées il y a quelque temps dans les brochures « Dessiner l'espace de l'IREM de Lorraine. ». Dans un des fascicules se trouvait une autre façon de visualiser un cercle sur la face avant d'un cube en perspective cavalière, puis de dessiner des représentations de ce cercle sur les autres faces.

L'activité présentée était à destination de mes élèves de sixième. Je ne doute pas qu'elle pourra être ré utilisée en classe de cinquième pour dessiner des cylindres tangents aux faces du cube ou en

classe de troisième pour dessiner des cônes dont le sommet est au centre d'une des faces.

Il serait également dommage que des collègues de lycée et de collège ne s'emparent pas de la configuration pour faire justifier à leurs élèves que les points A, B, C, D, E, F, G et H sont cocycliques.

Une autre approche possible est de faire comprendre l'« écrasement » du disque :



Trace les points K_1 et L_1 de la droite (A_1B_1) tels que les longueurs M_1K_1 et M_1L_1 soient égales à $0,25 \times A_1M_1$.

Trace les points K_2 et L_2 de la droite (A_2B_2) tels que les longueurs M_2K_2 et M_2L_2 soient égales à $0,25 \times A_2M_2$.

Trace les points K_3 et L_3 de la droite (A_3B_3) tels que les longueurs M_3K_3 et M_3L_3 soient égales à $0,25 \times A_3M_3$.

Continue de même sur les droites (A_4B_4) , (A_5B_5) ...

Sans le dire, les élèves vont rencontrer une affinité. Pour rester plus proche du programme de sixième, ils vont rencontrer la multiplication de deux nombres décimaux. L'enseignant pourra modifier les consignes pour leur faire calculer des fractions de longueur ou leur faire appliquer un taux de pourcentage. Cela pourra de plus être l'occasion de leur faire vivre une activité dans laquelle la multiplication n'agrandit pas toujours.

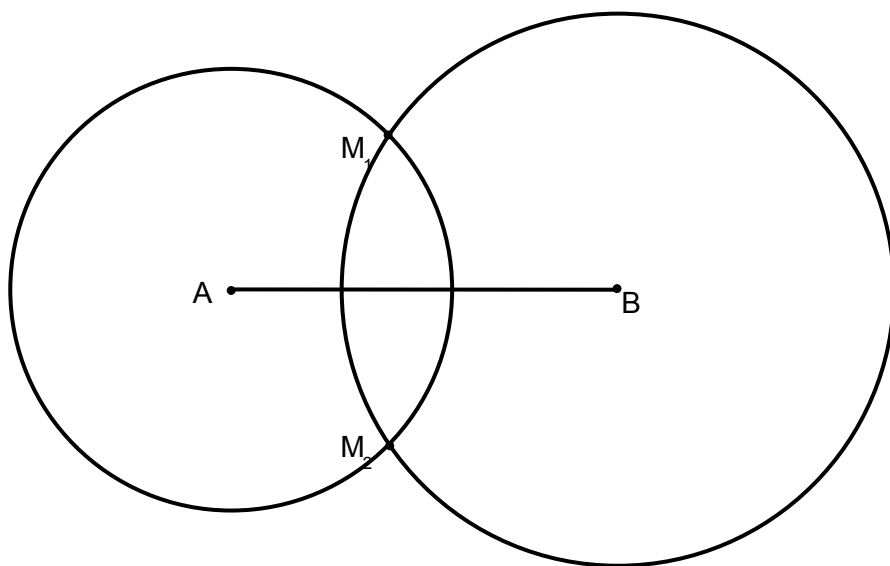
D'autres tracés d'ellipses pourront être présentés ensuite aux élèves :

Tout d'abord, celle dite « du jardinier » permet le tracé de nombreux triangles dont un côté est donné et dont la somme des longueurs des deux autres côtés. Il est dommage que la rencontre avec les jardins du château de Versailles ne soit faite qu'en 4^{ème} dans les programmes d'histoire géographique.

A l'époque de Louis XIV, les jardiniers de Versailles désirant tracer des massifs de fleurs en forme d'ellipse plantaient deux piquets en A et B. A l'aide d'une corde de longueur "k" supérieure à AB, ils marquaient au sol la trace faite par un troisième piquet placé en tel que $MA+MB = k$.

Nous allons utiliser cette relation $MA+MB = k$ pour trouver de nombreux points d'une ellipse.

Ci-dessous $AB = 7$ cm . Nous allons chercher de nombreux points M tels que $MA+MB = 9$ cm (13 cm est la longueur de la ficelle qui pourrait être utilisée).



Sur ce tracé, les deux points M_1 et M_2 conviennent.

AM									
BM									
AM + BM = 9 cm									

La création d'un tel tableau de valeurs est conforme à ce qui est attendu dans la partie gestion de données.

Le placement des divers points M correspond aux tracés de triangles dont les longueurs des côtés sont connues.

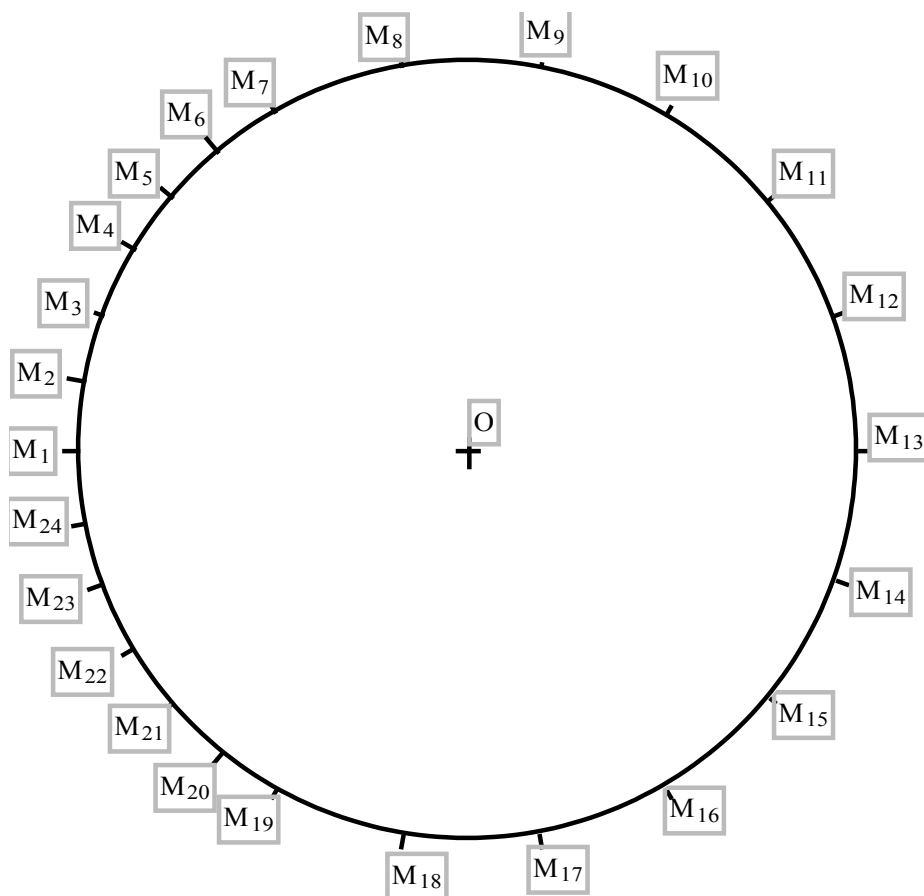
Il pourra être intéressant de faire remarquer que les longueurs de AM et BM peuvent être permutées et faire reconnaître les deux axes de symétrie de la courbe obtenue.

D'autres tracés plus complexes peuvent être aussi abordés :

Trace le segment OM_2 puis trace **en rouge** la corde perpendiculaire à (OM_2) passant par le point M_2 .

Fais de même à partir des points $M_3, M_4, M_5 \dots$

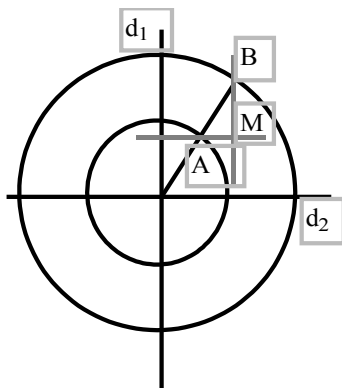
Les cordes rouges enveloppent une courbe appelée "ellipse".



Ces tracés font rencontrer l'enveloppe de cordes du cercle. Pour les élèves de sixième, ce sera surtout l'occasion de nombreuses manipulations de l'équerre.

Un autre tracé possible est de faire tracer les médiatrices des différents rayons OM_i et d'observer leur enveloppe. Pour les élèves de sixième, il s'agira de tracer de nombreuses médiatrices de segments...

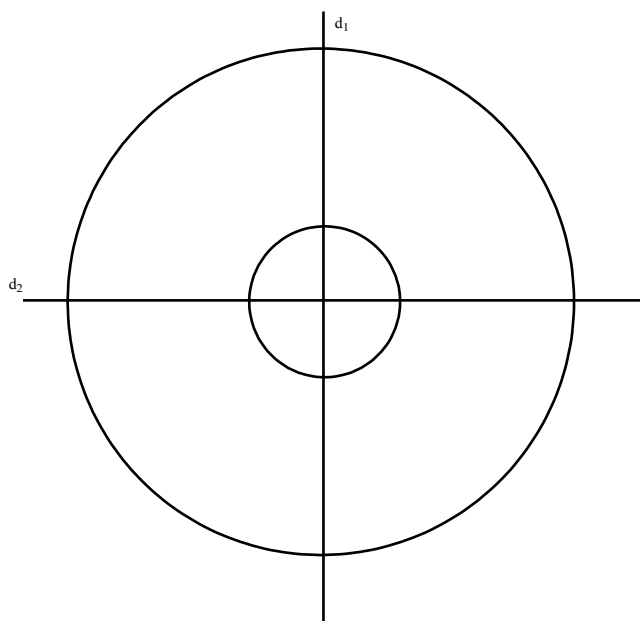
Pour terminer et pour rester dans le thème de notre récent concours,, je ne peux m'empêcher de montrer une méthode utilisée dans les tracés professionnels des architectes.



DEUX CERCLES POUR UNE ELLIPSE

Méthode utilisée par les architectes

Trace un rayon commun aux deux cercles. Il coupe les deux cercles en A et B. La droite perpendiculaire à la droite d_1 passant par A coupe la droite perpendiculaire à la droite d_2 passant par B au point M. Marque en rouge ce point M puis recommence ces tracés pour d'autres rayons communs aux deux cercles. Les points rouges sont les points d'une ellipse.



De nouveau, de nombreux maniements de l'équerre...

Je ne doute pas que ces tracés peuvent trouver leur place dans une progression spiralaire en classe de sixième. J'espère que les collègues enseignant dans les classes supérieures trouveront aussi quelque'intérêt à faire faire ces tracés. Et pourquoi ne pas pour certains d'entre eux utiliser de plus la fonction « trace » des logiciels de *géométrie dynamique* ?