

Cube magique parfait d'ordre 5

Le 18 novembre 2003, Walter Trump (professeur de mathématiques allemand) et Christian Boyer (ingénieur informatique français) ont annoncé la découverte d'un cube magique parfait d'ordre 5, résolvant ainsi la question (ouverte depuis fort longtemps) de l'existence d'un tel cube.

Rappelons qu'un cube magique d'ordre n est un tableau de n^3 entiers, tel que les n^2 rangées, les n^2 colonnes et les n^2 piles, ainsi que les 4 diagonales, aient toutes la même somme $S(n)$, appelée 'constante' du cube. Si de plus le cube est constitué des entiers consécutifs $1, 2, \dots, n^3$, on dit que c'est un cube magique 'normal' ; on démontre alors aisément que $S(n) = n(n^3+1)/2$. Pour le cube d'ordre 5, cette constante vaut 315, et la valeur centrale du cube vaut 63 (démonstration de Richard Schroepel, 1972).

Si en outre les diagonales des $6n$ 'tranches' du cube (horizontales, verticales d'une direction et verticales de l'autre direction) ont aussi pour somme $S(n)$, le cube magique est dit parfait.

Depuis fort longtemps, on se demandait s'il était possible de trouver des cubes magiques parfaits d'ordre 5 ou d'ordre 6. Paradoxalement, il est plus facile de construire un cube magique parfait de grandes dimensions qu'un nain comme celui qui vient d'être découvert. Dès 1866, le révérend anglais Andrew Frost a décrit un cube d'ordre 7. En 1875, Gustavus Frankenstein en a conçu un d'ordre 8. Frederick Barnard, en 1888, un d'ordre 11. Courant 2003, Christian Boyer en a imaginé un d'ordre 8 192. Un monstre, magique même quand on élève les nombres contenus dans ses cellules au carré ou au cube (ce qu'on appelle un cube trimagique). Le plus petit cube parfait trimagique connu actuellement est d'ordre $n = 256$...

Voici le cube découvert par Trump et Boyer :

25	16	80	104	90	91	77	71	6	70	47	61	45	76	86	31	53	112	109	10	121	108	7	20	59
115	98	4	1	97	52	64	117	69	13	107	43	38	33	94	12	82	34	87	100	29	28	122	125	11
42	111	85	2	75	30	118	21	123	23	89	68	63	58	37	103	3	105	8	96	51	15	41	124	84
66	72	27	102	48	26	39	92	44	114	32	93	88	83	19	113	57	9	62	74	78	54	99	24	60
67	18	119	106	5	116	17	14	73	95	40	50	81	65	79	56	120	55	49	35	36	110	46	22	101

Pour plus de renseignements, consulter le site d'Eric Weisstein : <http://mathworld.wolfram.com/> (en anglais).

N.B. Dans le **PETIT VERT** n°17 de mars 1989, André **VRICEL** nous proposait un carré bimagique parfait d'ordre 25, construit d'après la méthode de J. BOUTELOUP (on n'utilisait pas encore l'informatique pour les construire !), et annonçait également un carré trimagique d'ordre 32 (publié dans " **LE PETIT ARCHIMÈDE** ").