GRAND MINI PETIT MAXI

Utilisation en classe d'une activité suggérée par le problème n°75 du Petit Vert

François DROUIN
Groupe Jeux de la régionale
Francois.Drouin@ac-nancy-metz.fr

En classe de sixième, cinq ou dix minutes avant la fin de l'heure, je place les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 dans une grille 3 · 3. En bout de ligne, j'indique les produits des nombres de chaque colonne et de chaque ligne. Je m'assure que tous les élèves ont parfaitement compris comment mes calculs ont été faits.

Je leur propose ensuite une grille comme celle ci-contre en leur précisant que je ne leur dis pas où sont les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9. Je leur demande de rechercher pour la fois suivante où étaient mis ces nombres. L'usage de la calculatrice est autorisé et même conseillé (comment l'interdire pour une recherche à la maison ???). De plus, je leur précise que nous verrons ensemble les méthodes explorées par chacun.

			6
			160
			378
72	**56**	**90**	

La fois suivante, peu d'élèves ont réussi la grille. L'examen des méthodes essayées est alors d'un grand intérêt. Dans la plus-part des cas, les élèves ont fait leurs essais au hasard, certains montrent des solutions fausses présentant plusieurs fois le même nombre, d'autres, enfin, présentent une solution correcte, mais ne peuvent expliciter leur démarche (aide extérieure qui s'est limitée à chercher et à trouver à la place de l'élève ?).

Si aucune solution correcte n'est proposée, je relance la recherche sur la grille proposée la fois précédente. Sinon je propose une nouvelle grille…

Grande question : en observant les 6 produits proposés, peut-on à coup sûr trouver la place de certains de ces nombres ? Selon les souvenirs de choses vues les classes précédentes, la place du nombre 5 est souvent trouvée. Il est temps de voir ou revoir les classiques critères de divisibilité par 2, 3, 4, 5, 9. Il est aussi intéressant de faire comprendre que pour qu'un nombre soit divisible par 6, il faut qu'il soit divisible par 2 et par 3 et que si le nombre est pair et divisible par 9, il est divisible par 2· 9, c'est-à-dire par 18 donc par 6 et par 3.
Après ces précisions, le placement du nombre 5 est immédiat. Pour le nombre 9,

			6
		5	**160**
(9)		**(9)**	**378**
72	**56**	**90**	

les placements possibles sont notés (sur la grille proposée ci-dessus deux placements sont possibles pour le nombre 9 dans la ligne inférieure…). Par la suite la grille se complète assez vite.

L'examen de la troisième colonne nous fait aborder l'opération à trous **...**· 5· 9 = 90 et le sens de la division.
Le nombre 7 pourrait être rapidement placé. Cependant le rôle des nombres premiers ne sera rencontré qu'en classe de seconde et aucun critère simple de divisibilité par 7 n'est présenté aux élèves.
Les élèves ayant compris qu'avec l'étude des placements des nombres 5 et 9, la recherche était facilitée, je leur propose une nouvelle grille. Celle-ci est résolue sans trop de problème par un grand nombre d'élèves. Ceux-ci vont à la rescousse des élèves encore en difficulté.

Je leur propose ensuite de créer une nouvelle grille et de la proposer comme nouvelle recherche à leur voisin de table. Cette activité les motive beaucoup : ils ont peut-être peiné pour résoudre la grille que je leur avais proposée, mais ils réussissent tous à en concevoir une nouvelle. Je suis bien conscient que ,dans ces deux phases, le niveau de difficulté est différent, mais cette mise en situation de réussite des élèves ayant dû être aidés leur permet d'accepter d'aller plus loin dans l'exploitation de ce " jeu ".

Ces nouvelles grilles créées par les élèves vont me permettre d'introduire un défi à l'intérieur de la classe.

Chaque élève a devant lui la grille qu'il a construit. Je lui précise qu'il a obtenu six produits. Parmi ces six nombres, l'un est le plus grand et sera entouré en rouge. L'autre est le plus petit est sera entouré en vert. Parmi les grilles construites, j'aimerais connaître le nombre entouré en rouge le plus petit possible et le nombre entouré en vert le plus grand possible. Cela revient à chercher le plus petit des maximums et le plus grand des minimums (formulation perturbant quelque peu les élèves…). Nous affichons au tableau les différents records pour le nombre " rouge " et pour le nombre " vert ". En fin d'heure, ces résultats sont affichés dans la salle de classe et constituent les records actuels de la classe.

Il est à noter que les records évoluent petit à petit et sont améliorés les fois suivantes. Cette activité proposée régulièrement en classe et lors de stages de formation nous laissait apparaître 90 comme " petit maximum " et 56 comme " grand minimum ". La question s'est évidemment posée de savoir si ces records sont les bons et si nous pouvons le prouver…D'autres questions annexes

pouvaient surgir : les deux records font-ils nécessairement partie de la même grille (lors de l'évolution en classe des records partiels, cela n'est pas le cas…).

La solution au problème n° 75 proposé dans le Petit Vert n°76 nous apporte une preuve qu'empiriquement nous étions sur la bonne voie. André Stef nous montre que le plus petit maximum ne peut pas dépasser 92. Nous avons trouvé 90, or 91 et 92 ne peuvent pas être obtenus comme produits de trois entiers différents inférieurs à 10. 90 est donc le nombre cherché. Comme l'écart minimum entre les nombres est 36 (voir Petit Vert n° 76), le travail d'André Stef valide également les conjectures faites par les élèves.

Je pense vous avoir convaincu de l'intérêt de proposer ces grilles et le défi annexe en classe de sixième. J'aimerais que nos collègues enseignant en classe de seconde n'hésitent pas à les utiliser eux aussi : l'apport supplémentaire des nombres premiers facilite le placement du nombre " 7 ". La décomposition en produit de facteurs premiers des produits proposés n'est pas à négliger…

Des prolongements de cette activité sont possibles. Nous avons multiplié, nous pourrions additionner. Les nombres indiqués seront les sommes des trois nombres de chaque ligne ou de chaque colonne (voir grille ci-contre).

			16
			17
			12
6	**21**	**18**	

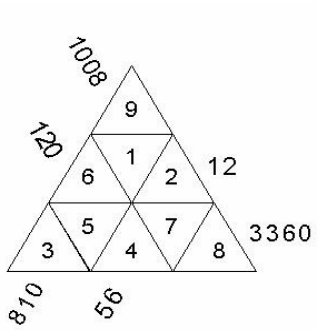
Les élèves pensent que ces grilles sont plus faciles à remplir. Ils se trompent, il n'y a plus de nombre pouvant se placer rapidement…
Le défi de l'écart minimal entre le maximum et le minimum peut aussi être proposé. Nous connaissons tous cependant le carré magique formé des nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 et nous savons que grâce à la caractérisation de ces carrés magiques, nous obtiendrons six sommes égales à 15. Parvenir à ses sommes égales est à chaque fois un étonnement pour les élèves.

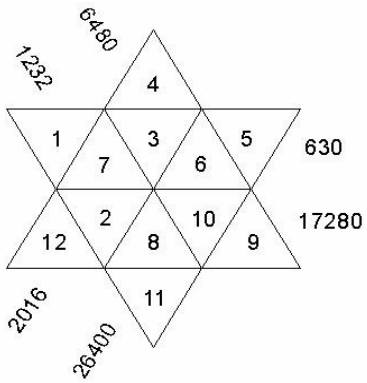
Ces grilles utilisant les produits et les sommes sont présentées dans la brochure " JEUX 2 " de l'APMEP. Les deux grilles présentées dans cet article en sont d'ailleurs extraites.

Quelque temps auparavant, la revue " Le Petit Archimède ", éditée par l'A.D.C.S avait également évoqué ces grilles. Les triangles équilatéraux utilisaient également les entiers de 1 à 9 et les hexagones réguliers les entiers de 1 à 12 (voir haut de la page suivante).

Les thèmes de recherche proposés avec les carrés restent valables. Cependant les

(Suite page 7)





(Suite de la page 6)

produits de cinq nombres qui apparaissent m'incitent à ne pas proposer ces configurations à mes élèves de sixième. Les collègues enseignant en classe de seconde auront sans doute un autre regard que moi…

Dans le cas des grilles multiplicatives carrées, le produit des nombres écrits horizontalement est égal au produit des nombres écrits verticalement et est égal à 9!. La résolution de grilles incomplètes telles ci-contre est alors possible.

			504
			120
36		**126**	

Parmi les lecteurs du Petit Vert, il y en a sans doute qui ont des élèves susceptibles de résoudre cette variante.

Dans le cas d'une grille multiplicatrice triangulaire, les nombres formant les " pointes " peuvent être trouvés rapidement en divisant 9! par le produit des deux nombres formant les lignes sous la pointe (dans l'exemple ci-contre, 9 est égal à 9! divisé par 12·3360). Une grille ayant les nombres 5 et 7 dans ses pointes est donc plus facile qu'une grille ayant ces nombres dans sa zone centrale.

La même méthode appliquée aux grilles multiplicatives hexagonales ne fait pas connaître aussi rapidement les nombres contenus dans les pointes.

J'ai voulu dans ces quelques lignes montrer l'intérêt de l'introduction de ces grilles (et des défis associés) dans nos classes, de la sixième aux différentes classes de lycée. J'ai voulu aussi montrer que ce jeu d'apparence simple peut révéler quelques contenus mathématiques moins immédiats (la solution proposée par André Stef au problème 75 me conforte dans cette idée).