LE PUZZLE Q.I. BLOCK

Richard CHERY
Collège La Plante Gribé
54530 PAGNY SUR MOSELLE

Je souhaite ici présenter quelques activités complémentaires à celles proposées dans la brochure “ JEUX 5 ” de l’APMEP, activités que j’ai proposées aux élèves de mon collège dans deux cadres différents :

- Club “ Jeux mathématiques ” (année scolaire 2000 – 2001) avec des élèves de sixième et cinquième.
- R.A.N. : remise à niveau mathématique (année scolaire 2001 – 2002) avec des élèves de sixième.

On peut consulter, à propos du puzzle Q.I. BLOCK, le site de la Régionale (rubrique “ Le coin Jeux ”), où ce travail est rapidement décrit, ainsi qu’une autre piste d’exploitation des pièces (construction des pièces avec des cubes unité). Voir présentation du Q.I. BLOCK en **annexe 1**, ci-après.

Les activités que je propose reprennent quelques idées déjà exploitées autour des Pentaminos (on pourra lire à cet effet la récente brochure “ D’autres objets mathématiques ” de l’APMEP Lorraine), les idées étant toutefois adaptées à la nature des pièces de ce puzzle.

Bien sûr, le travail en R.A.N. était beaucoup plus cadré que celui du club ; en club les élèves, tous volontaires, réagissent avec décontraction, ils se sentent libres d’échanger sur le contenu des activités (ou même parfois sur bien d’autres sujets non scolaires…). Mais cela fait partie d’un contrat implicite entre eux et moi.

Partie I : la mise en route

Je montre sur un transparent le puzzle (tel qu’il apparaît à l’annexe 1) et je le fournis aux élèves sur du bristol (on peut aussi le faire tracer). Après découpage, les élèves essaient de refaire le carré de départ… pas si simple, même pour ceux qui se souviennent bien du puzzle complet vu au départ.
Je ne dis rien de tout cela, les élèves cherchent librement, patiemment pour presque tous. Certains s’énervent déjà : “ j’aime pas les puzzles ”.

Partie II : consolidation des notions d’aire et de périmètre (uniquement en

R.A.N.)

Je demande aux élèves de déterminer le périmètre et l'aire de chaque pièce (l'unité de longueur étant le côté d'un carré, l'unité d'aire l'aire d'un petit carré).
Ce travail est quelque peu studieux, mais ces deux notions sont fondamentales en classe de sixième ; les élèves dont j'avais la charge en R.A.N. avaient, et ont toujours d'ailleurs, des difficultés en mathématiques. Je me devais donc de les faire retravailler sur ces notions, et ce support pédagogique me paraît tout à fait adapté à ce type de travail.
Par contre, les élèves du club, souvent plus à l'aise dans la matière, auraient, je pense, mal accepté ce travail trop répétitif pour eux. Je les en ai donc dispensés, d'autant que la suite leur a permis de réinvestir ces notions…

Partie III : recherche de petits rectangles

Comme il est relativement difficile de refaire le carré, même en l'ayant vu au départ de l'activité, et très difficile si on ne l'a pas vu initialement, j'ai demandé aux élèves de former des rectangles avec quelques pièces du puzzle.
L'idée est la suivante : si un jeu, un puzzle, est trop difficile pour les élèves, on essaie d'en extraire un morceau pour qu'il soit d'abord accessible par tous, et que l'on puisse ensuite augmenter la difficulté.
Je précise donc la consigne : “ Prendre un nombre croissant de pièces pour former des rectangles. ”
Les élèves cherchent en autonomie, trouvent vite un premier rectangle (formé d'une seule pièce), puis des rectangles avec deux, trois pièces ou plus. Ils sont tous, même le plus faible des sixièmes en R.A.N., en situation de travail mathématique (qui n'est pas que du jeu…). Tous ont trouvé en une demi-heure environ au moins 3 ou 4 rectangles.
Je fais en fin de séance circuler un tableau pour collecter les solutions trouvées par les élèves (voir **annexe 2**, sans les deux dernières colonnes du tableau).
Au début de la séance suivante, je redonne aux élèves ce même tableau (avec les deux dernières colonnes : aire du rectangle – périmètre du rectangle), dans lequel j'ai ordonné toutes les solutions que m'ont données les élèves précédemment (par ordre croissant du nombre de pièces).
Les élèves retrouvent alors leurs solutions (et sont par là même contents de la prise en compte de leur précédente recherche). Ils calculent alors l'aire et le périmètre de chaque rectangle. Ce travail n'est à faire en club que selon l'envie des élèves, disons que seuls quelques exemples suffisent.
Ensuite, je montre aux élèves que l'on peut juxtaposer de “ petits ” rectangles pour en former de plus grands.

Deux exemples :

- un rectangle 2 pièces (n° 2 et 8) de dimensions $3 \cdot 4$ et un rectangle 3 pièces (n° 3, 4, 6) de dimensions $4 \cdot 4$ se juxtaposent pour former un rectangle 5 pièces de dimensions $4 \cdot 7$ (premier exemple trouvé en R.A.N.)
- un rectangle 2 pièces (n° 8 et 9) de dimensions $2 \cdot 5$ et un rectangle 3 pièces (n° 2, 4, 7) de dimensions $4 \cdot 5$ se juxtaposent pour former un rectangle 5 pièces de dimensions $5 \cdot 6$ (deuxième exemple trouvé en club)

Je demande donc aux élèves de rechercher, à partir des solutions trouvées à la première séance, d'autres rectangles plus grands, obtenus par juxtaposition.

Quelques remarques :
- Il me semble particulièrement important de baser ce travail sur les solutions trouvées par les élèves lors de la première séance. Ils apprécient fortement la considération que je leur donne en notant leurs solutions pour tout le groupe, c'est un moyen fort de les valoriser et quelques élèves en difficulté en ont bien besoin. Cela apporte aussi une dynamique de groupe (“ j'ai classé les solutions trouvées par tout le groupe pour continuer notre travail… ”).
- Il existe de très nombreux assemblages possibles de pièces pour former des rectangles, d'où l'intérêt d'un tel travail avec les élèves. Mes listes ne sont sûrement pas exhaustives, disons simplement que mes élèves du club ont trouvé 20 rectangles différents la première séance, mes élèves en R.A.N. en ont trouvé 25 (et la liste s'est encore allongée par la suite). Il ne me semble pas pertinent de donner ici ces solutions, à chacun (élève, enseignant ou autre) de se lancer dans la manipulation des pièces.
- Comme je l'ai déjà dit, même les plus faibles d'entre eux trouvent des rectangles, peuvent noter leurs solutions… En Remise à Niveau, il peut être important de remettre les élèves en situation de réussite, qu'ils puissent parfois, même si ce n'est que ponctuellement, retrouver un peu de confiance en eux.

Partie IV : recherche de rectangles formés avec 9 pièces (annexe 3)

Les élèves ont vite réalisé, avec le travail précédent, qu'il est bien plus difficile de former des rectangles avec un “ grand ” nombre de pièces qu'avec peu de pièces.
Je leur propose de chercher des rectangles avec 9 pièces, mais de façon “ réfléchie ” : on peut prévoir, avant toute manipulation, que certains assemblages seront impossibles. Il ne sera donc utile de ne rechercher que ceux que l'on pense possibles.
L'existence d'un rectangle n'est pas démontrée avec cette fiche, c'est seulement la non–existence de certains que l'on démontre. Cela n'enlève donc rien à la manipulation…

On remarquera :

- La présence du nombre premier 59, d'où l'impossibilité de faire un rectangle de 9 pièces en ayant enlevé la pièce 3 ou la pièce 4 (c'est peut-être une occasion de définir ces nombres avec les élèves).
- L'impossibilité de former un rectangle ayant enlevé la pièce 6 ou la pièce 9, car $58 = 1 \cdot 58$ (cas évoqué ci-dessus) et $58 = 2 \cdot 29$, mais les pièces restantes ne peuvent se ranger dans une boîte de largeur 2.
- Il existe (au moins) deux solutions d'aire 57, $57 = 3 \cdot 19$ (pièce 7 ou pièce 10 enlevée), une solution qui s'obtient comme juxtaposition de 2 rectangles (pièce 7 enlevée) et une solution qui s'obtient comme juxtaposition de 3 rectangles (pièce 10 enlevée).
- Plusieurs solutions ont été trouvées avec la pièce 8 enlevée (60 se décompose de plusieurs manières…), par exemple 3 rectangles différents de largeur 5 et longueur 12 (d'autres encore…).
- Il existe de même plusieurs rectangles de dimensions différentes avec les pièces 1 ou 2 ou 5 enlevées (“ ou ” deux fois exclusif).

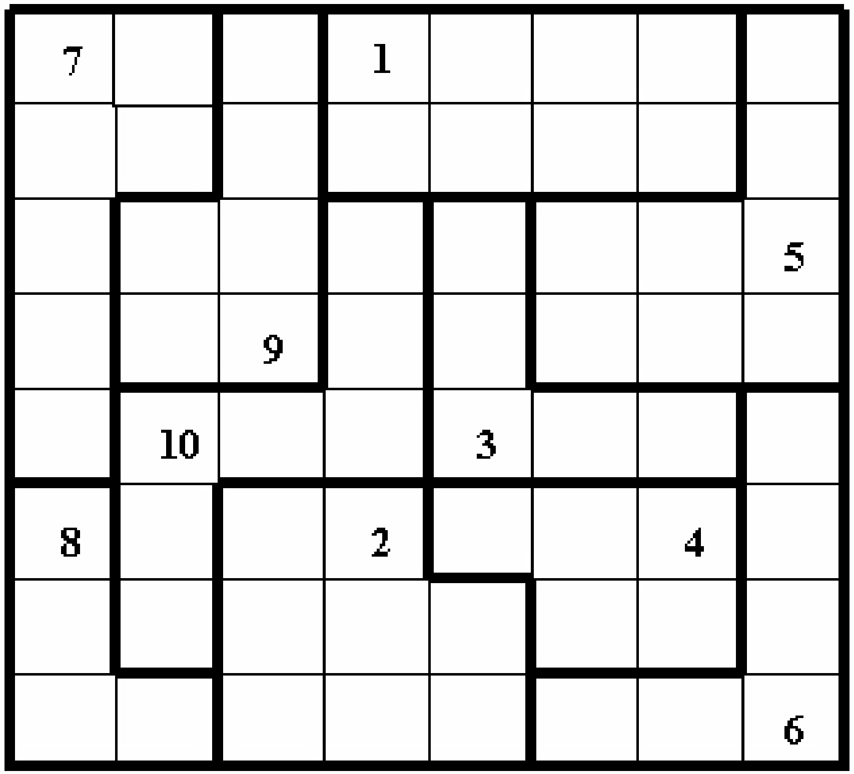
Je reprendrai simplement en conclusion quelques propos déjà évoqués plus haut :

- Ce travail m'a attiré par le fait que manipulation et réflexion sont complémentaires ; si on démontre qu'on ne peut pas former tel rectangle avec 9 pièces (ou pour un autre nombre de pièces) avec la somme des aires des pièces choisies, on ne démontre pas pour autant qu'un rectangle peut-être “ faisable ” existe réellement sans l'avoir fait.
- Il a aussi particulièrement intéressé les élèves par son aspect ludique, mais je ne cacherai pas que parfois la recherche de la décomposition d'un nombre comme produit de facteurs fut longue… Les élèves ont bien du mal à accepter le travail “ intellectuel ” après la manipulation des pièces.
- Ils ressentent aussi tout l'intérêt de n'avoir pas besoin de chercher un rectangle donné de 9 pièces pour ceux dont on peut démontrer la non – existence. Certes ils n'y auraient pas pensé seuls…

Ce puzzle est édité sous le nom de "I-Q-BLOCK" par l'éditeur (anglais ?) "HERCULES". Lors d'un échange scolaire en Allemagne, il a été donné en cadeau publicitaire à un élève meusien, et celui-ci l'a offert à son professeur de

(Suite page 8)

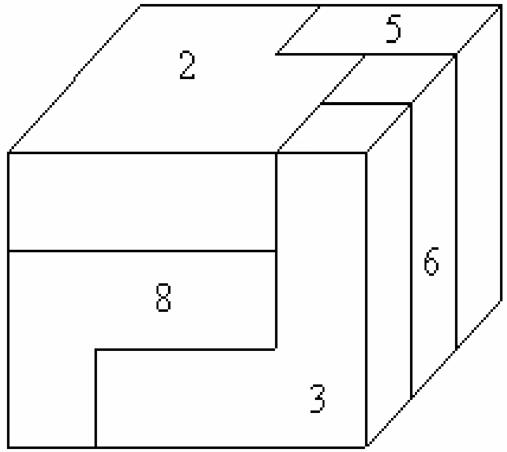
Annexe 1



mathématiques amateur de casse-tête. Les membres du groupe "JEUX" de l'A.P.M.E.P. s'y sont intéressé et ont écrit dans la brochure "JEUX 5" des activités l'utilisant en cours de mathématiques. Depuis d'autres pistes de recherche sont apparues :

Le créateur du jeu annonce plus de 60 façons différentes pour obtenir un carré $8 \cdot 8$ avec les 10 pièces. Au collège "La Plante Gribe" de Pagny sur Moselle, les membres du club mathématique ont recherché les rectangles qui pouvaient être réalisés en utilisant 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9 pièces.

Au collège "Les Avrils" de Saint-Mihiel, les membres du club mathématique ont donné de l'épaisseur aux pièces. Les pièces ne correspondent plus à un total de 64 carrés unitaires mais à un total de 64 cubes. Cependant les pièces 7 ou 10 empêchent la réalisation d'un cube $4 \cdot 4 \cdot 4$. En utilisant 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9 pièces est-il possible de réaliser des parallélépipèdes ? Les élèves de Pagny sur Moselle ont commencé la recherche pour les parallélépipèdes de hauteur 1, les pièces 2, 3, 5, 6 et 8 permettent la réalisation d'un parallélépipède $3 \cdot 3 \cdot 5$.



Le puzzle QI Block est sur le site de la régionale rubrique “le coin

Existe-t-il d'autres solutions ?

Annexe 2 :

Annexe 3 : solutions possibles de rectangles avec 9 pièces

Aire totale des 10 pièces : 64 unités d’aire (réponse à faire compléter par les élèves)

Nombre de	Numéro des	Dimensions du	Aire du	Périmètre du
1	1	2 · 4	8	12
2	2 - 8	3 · 4	12	14
…				

Numéro de la pièce	Aire restante	Dimension(s) du(des) rectangle(s) que
1	56	2 · 28 4 · 14 7 · 8
2	56	…
3	59	1 · 59
4	…	…
5		
6	58	1 · 58 : 2 · 29
7	57	1 · 57 : 3 · 19
8	60	2 · 30 : 3 · 20 : 4 · 15 : 5 · 12 : 6 · 10
9	…	
10		