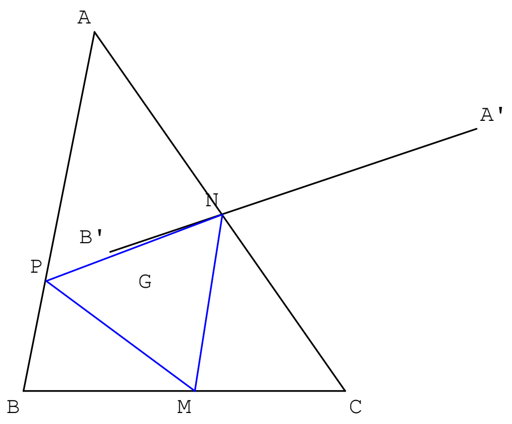
Problème du timestre n°67, proposé par Gabriel BORG É

Rappel de l'énoncé : Soit ABC un triangle quelconque. On veut y " inscrire " un triangle MNP, équilatéral, tel que M∈[BC], N∈[CA] et P∈[AB].
Quel est l'ensemble des centres de gravité de tous les triangles MNP possibles ?

Solution proposée par Pol LE GALL

On place le triangle tel que B soit l'angle le plus grand et A le plus petit.
La mesure de B est supérieure ou égale à 60°, celle de A est inférieure ou égale à 60°.
Soit M un point de [BC] pour lequel la construction est possible. Si on considère la rotation de centre M et d'angle –60°, le point N est l'intersection de [AC] et de l'image de [AB] par cette rotation.
On obtient ensuite le point P en complétant le triangle équilatéral.



On va démontrer que le point G parcourt un segment quand M prend toutes les positions possibles. Pour cela on va utiliser une méthode analytique mais en se dispensant des calculs.

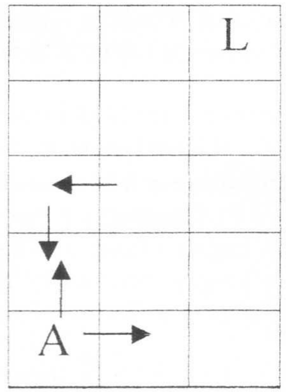
Le point G est l'image de N par une similitude de centre M.
Si on se place dans un repère d'origine B, où M a pour coordonnées (t,0). Considérons que les points A et C ont pour coordonnées A(a,b) et C(0,1).
On peut déterminer l'équation de (AC) qui ne dépend pas de t, puis celle de (A'B') qui est du type : Ax+By= Ct car la pente de la droite ne dépend pas de M.
Le point N a donc des coordonnées qui sont des fonctions affines de t (résolution d'un système de Cramer pour lequel t n'intervient " qu'à droite ").
Donc le point G, obtenu comme image de N par une similitude de centre M aura également des coordonnées fonctions affines de t.
Par élimination de t entre les deux coordonnées, G est sur une droite ne dépendant que des points A, B, C.
Pour connaître les extrémités du segment parcouru, on considère les positions limites :
Le cas où M est en B et le cas où B' est sur (AC). (c'est pour cela que l'on a fait le choix de l'angle B supérieur à 60° et de l'angle A inférieur à 60°). *Figures page suivante.*

Il reste à voir si ce segment est quelque chose d'intéressant… c'est presque un segment de bissectrice.

Problème du timestre n°69

Le loup et l'agneau, proposé par Pol LE GALL

Dans la toute nouvelle et passionnante brochure de l'IREM de Lorraine " ***L'enseignement des probabilités au collège et au lycée : exemples européens et propositions*** ", on trouve un exercice en provenance du canton de Neuchâtel (CH) intitulé " Le loup et l'agneau ".



" Un agneau A et un loup L sont placés à deux angles opposés d'un quadrillage. En commençant par l'agneau, ils avancent à tour de rôle d'une case en suivant les flèches (vers la droite et vers le haut pour l'agneau, vers la gauche et vers le bas pour le loup). Pour décider de la direction à prendre, on joue avec un dé :

- L'agneau avance d'une case vers la droite si le dé indique un nombre pair, et d'une case vers le haut si le dé indique un nombre impair.
- Le loup avance d'une case vers la gauche si le dé indique un nombre pair, et d'une case vers le haut si le dé indique un nombre impair.

Si le loup et l'agneau arrivent dans la même case, le loup capture l'agneau… "

Le jeu suisse est proposé sur un quadrillage de 3· 3.

Calculer la probabilité que le loup capture l'agneau sur un quadrillage de n· n cases. Donner un équivalent de cette probabilité quand n tend vers l'infini.

Envoyez le plus rapidement possible vos solutions, ainsi que toute proposition de nouveau problème, à

Pol LE GALL, 2 place du Chaussy, 57530 COURCELLES.