

## Sommaire

EDITORIAL (Daniel Vagost)	3
VIE DE L'ASSOCIATION	
Renouvellement du Comité régional	23
Exposition itinérante	2
Annonce Journée régionale 2002	4
In mémoriam	19
Exposition Perl 2000	22
ÉTUDE MATHÉMATIQUE	
Mathématiques et tableur au lycée : le problème du Duc de Toscane	6
MATHS ET MÉDIAS	
Spécial Euro	14
RUBRIQUE PROBLÈME	
Énoncé du problème n°68	17
Solutions des problèmes précédents	18
NOTES DE LECTURE	20-21

## LE PETIT VERT

(BULLETIN DE LA RÉGIONALE A.P.M.E.P. LORRAINE)

N° CPPAP : 2 814 D 73 S. N° ISSN : 0760-9825. Dépôt légal : Décembre 2001.

Imprimé au siège de l'Association :

IREM (Faculté des Sciences), BP 239, 54506-VANDEOEUVRE

Ce numéro a été tiré à 375 exemplaires.

## ABONNEMENT (4 numéros par an) : 5,80 €.

L'abonnement est gratuit et automatique pour les adhérents Lorrains de l'A.P.M.E.P.  
à jour de leur cotisation.

NOM :

ADRESSE :

Signature :

Désire m'abonner pour un an (année civile) au "PETIT VERT"

## LE PETIT VERT

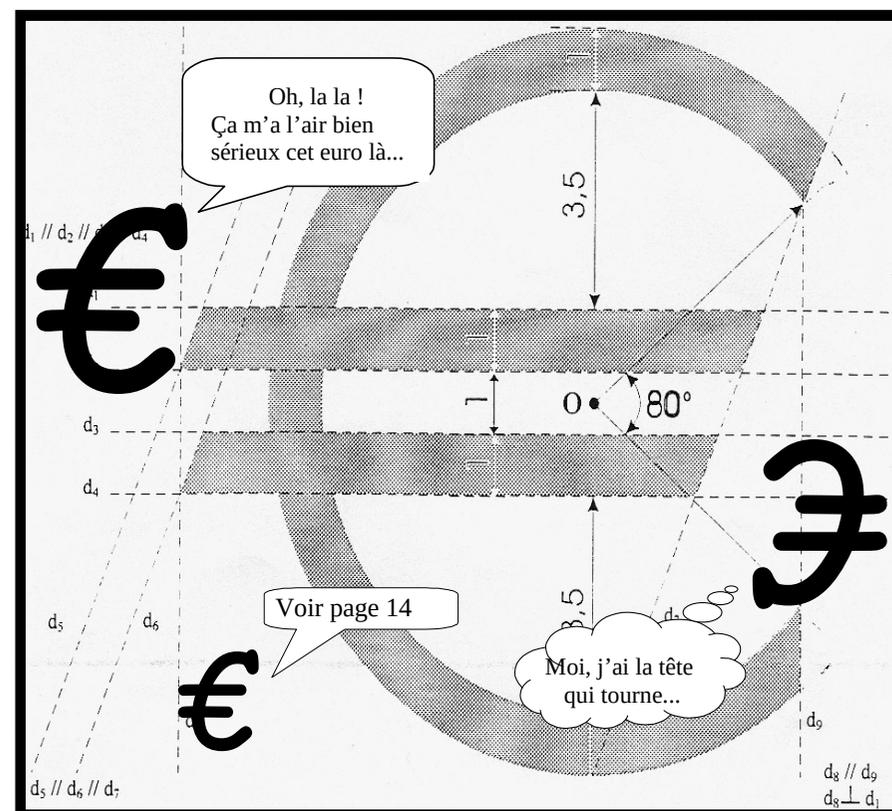


ISSN 0760-9825

BULLETIN DE LA RÉGIONALE LORRAINE DE L'A.P.M.E.P.

N°68

Décembre 2001

Abonnement 4 n<sup>os</sup>  
par an : 5,80 €

# OBJETS MATHÉMATIQUES

L'exposition "objets mathématiques" réalisée par la Régionale circule depuis deux dans les collèges des quatre départements lorrains.

Rappelons rapidement le "contenu" de cette exposition :

10 stands : Polycubes. Losanges. Trilosanges. Combis. Sphinx. Carrés de Mc Mahon. Tétraèdres et octaèdres. Losanges et décagones. Puzzles. Puzzle de Pythagore.

Pour chacun de ces 10 stands, un panneau explicatif (42x50 cm) et les objets permettant les recherches proposées.

Un classeur d'activités est joint à l'exposition.

L'ensemble, conçu à l'origine pour des élèves de collège, s'est révélé utilisable tant par les élèves de cycle 3 de l'école élémentaire que par des élèves de lycée. Il peut constituer un élément d'une animation mathématique, pour un Foyer Socio-éducatif, un club scientifique, une bibliothèque, etc.

Chaque stand peut être le point de départ d'activités en classe s'intégrant dans les programmes. Deux brochures, "Objets mathématiques" (6 €) et "D'autres objets mathématiques" (6 €), éditées par la Régionale, développent et complètent les thèmes abordés. Commande : voir feuillet central.

## Modalités d'emprunt :

Les quatre exemplaires sont gérés bénévolement par des adhérents de la Régionale (un par département) :

Pour la Meurthe & Moselle : Monique GAILDRY, Collège de l'Embanie à Dombasle. Tél. 03 80 48 23 92 (au collège).

Pour la Meuse : François DROUIN, Collège Les Avrils à Saint Mihiel. Tél. 03 29 89 06 81 (personnel). Mèl : Francois.Drouin@ac-nancy-metz.fr

Pour la Moselle : Martine DECHOUX, Collège Robert Schuman à Hombourg-Haut. Tél. 03 87 91 22 51 (personnel). Mèl : Martine.Dechoux@ac-nancy-metz.fr

Pour les Vosges : Marie-José BALIVIERA, Lycée Louis Geisler à Raon l'Étape. Tél. 03 29 41 16 07 (répondeur). Mèl : Marie-Jose.Baliviera@ac-nancy-metz.fr

L'emprunteur prend contact avec ce responsable, vient chercher l'exposition (stands et objets), et la rapporte après utilisation.

Nous demandons, lors de chaque emprunt, une somme de 10 € pour assurer une partie des frais de maintenance de l'exposition.

(Suite de la page 22)

Cadre dans lequel s'est déroulée l'activité (classe, club, FSE...)

Le collectif PERL prend en charge, pendant la manifestation, la mise en place des stands et la restauration des participants.

EXPOSCIENCE, c'est aussi un lieu de débats, un lieu de spectacles, un lieu de diffusion de films scientifiques, un lieu de présentation d'associations, clubs et groupes... et surtout un lieu convivial pour les jeunes amateurs et passionnés de sciences et techniques.

Vous pouvez retrouver l'Exposcience précédente (2001) sur le site <http://perl.lor.free.fr>

**Nous vous informons que la Régionale Lorraine A.P.M.E.P. sera présente à cette exposition, et qu'elle y présentera un stand consacré aux " Nouveaux Objets Mathématiques "**

## RENOUVELLEMENT DU COMITÉ DE LA RÉGIONALE

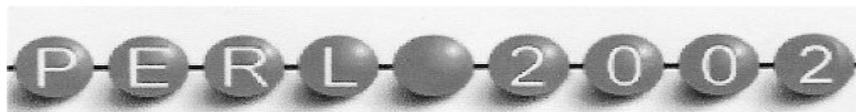
Le 13 mars 2002, lors de l'Assemblée Générale de la Régionale, nous renouvellerons le Comité. Tout adhérent de la Régionale peut être candidat.

### Pourquoi pas vous ?

A quoi s'engage un membre du Comité ?

- à participer activement à environ 5 réunions par an.
- à apporter ses idées sur les activités de la Régionales ou ses prises de position.
- s'il en a le goût et le temps, à prendre d'autres responsabilités (organiser un " goûter ", faire écrire des articles pour le Petit Vert, etc.).

Au cas où vous seriez candidat mais dans l'impossibilité de venir le 13 mars à Nancy, veuillez faire savoir très rapidement à Pierre-Alain MULLER, président, que vous êtes candidat : par téléphone au 03.87.28.75.51 ou, mieux, par courrier : 10 rue des Roses, 57200-SARREGUEMINES.



### EXPOSCIENCE 2002 aura lieu du 14 au 17 mars à CUSTINES

(à 10 km au nord de Nancy, en bordure de l'A31).

P.E.R.L. (**P**our une **E**xposcience **R**égionale **L**orraine) vous invite à valoriser les travaux des jeunes réalisés dans le cadre scolaire ou associatif.

Cette manifestation est un exposé vivant, ludique, où les jeunes sont les principaux acteurs et metteurs en scène, par la démonstration de leurs expérimentations, par la formalisation de leurs résultats.

Devoir montrer leurs travaux devant un public leur permettra également de mieux s'imprégner de leurs recherches et exposés, et de savoir s'ils ont réellement compris.

Les jeunes sont ainsi "passeurs de science" : ils initieront le public à certains domaines, et donneront à ce public les moyens de s'approprier une culture scientifique.

A l'issue de cette manifestation, présidée par Jean-Yves LE DÉAUT (vice-président de l'Office parlementaire des choix scientifiques et technologiques), des récompenses seront attribuées. Les critères seront la valeur scientifique, la créativité et l'originalité, la présentation, l'animation de l'atelier ; le jury prendra également en compte le niveau scolaire, l'âge, le nombre de coéquipiers, etc.

#### PRÉSENTEZ VOTRE PROJET !

Les projets présentés peuvent être de natures très différentes :

Un projet de recherche : à partir d'une question relative à un thème (problèmes de société que les mathématiques permettent de résoudre, par exemple), vous avez formulé des hypothèses et expérimenté : les hypothèses de départ sont-elles toujours vérifiées ? peut-on apporter une preuve (dans le cas d'une recherche mathématique) ?

Une réalisation technique, une vulgarisation scientifique (sur panneaux, CD-ROM...), etc.

Ce peut être, pour vos élèves, une occasion de réinvestir ce qu'ils auront fait en parcours diversifiés, travaux croisés, itinéraires de découverte, T.P.E., P.P.C.P., clubs mathématiques...

Pour participer à EXPOSCIENCE 2002, il faut envoyer votre **PROPOSITION DE PARTICIPATION** à PERL, 27 rue de la République, 54000-NANCY, tél. 03 83 41 39 89, fax 03 83 90 21 63, mël [perl.lor@wanadoo.fr](mailto:perl.lor@wanadoo.fr)

en indiquant :

Nom de l'établissement ou association

Adresse

Responsable du projet pour contacts (adresse postale, téléphone, fax, mël)

Titre du projet

Descriptif résumé en quelques lignes

(Suite page 23)

## édito

Un édito pour le Petit Vert, c'est quoi ? Voilà bien une question à laquelle je ne sais pas répondre, mais je vais essayer d'en faire un quand même... J'ai un peu de chance car ce ne sont pas les sujets d'actualité qui manquent et comme je rentre du comité national j'ai la tête pleine de scories des débats riches qui s'y sont déroulés.

Le lycée et la difficulté à trouver et former des scientifiques : l'option sciences est-elle une réponse ? Le collège et les difficultés de plus en plus grandes à gérer une hétérogénéité des comportements : comment créer des structures permettant à tous et à chacun de trouver sa place et à changer de direction lorsque le besoin s'en fait sentir ? Et à tous les niveaux, comment trouver le temps pour faire des mathématiques, pour chercher, pour conjecturer ? Les TPE, les parcours diversifiés sont-ils des réponses ? Je pourrai peut-être rajouter les nouveaux programmes : la statistique, la théorie des graphes... pourquoi ? comment ?

Ces questions et bien d'autres sont au cœur des préoccupations de tous les enseignants de mathématiques et notre association n'hésite pas à les aborder. Alors ? Je formule l'espoir que les nouveaux enseignants (j'ai lu qu'au ministère on envisageait de faire signer des pré-contrats ; IPES cela vous rappelle quelque chose ?) qui vont venir remplacer les partants viennent renforcer nos rangs et alimenter les débats qui sont les seuls garants d'une école au service de tous... et pas seulement des marchés (allusion à la conférence d'ouverture de Nico Hirt lors des Journées de

## PREMIERE ANNONCE

## JOURNÉE RÉGIONALE DES MATHÉMATIQUES

MERCREDI 13 MARS 2002 A NANCY (CRDP et IUFM)

L'information complète concernant cette Journée sera envoyée fin janvier dans tous les établissements (collèges et lycées) de l'académie. Elle sera également envoyée au domicile de tous les adhérents APMEP.

## Planning prévu :

Matinée (au C.R.D.P.) :

Accueil, présentation de la Régionale Lorraine de l'A.P.M.E.P.  
Conférence de **Christophe LENTÉ**, de l'Ecole d'Ingénieurs en Informatique pour l'Industrie (E3I, Université de Tours).

### APPLICATIONS PRATIQUES DE LA THÉORIE DES GRAPHES : QUELQUES EXEMPLES

11 h à 11 h 30 : pause-café déambulatoire, rencontres, stands de brochures.

11 h 30 : Assemblée Générale de la Régionale A.P.M.E.P. (ouverte à tous),  
élection du nouveau Comité.

REPAS :

Le repas sera pris au Foyer du Jeune Ouvrier du Grand-Sauvoy de MAXÉVILLE (à environ 500 m à pied du C.R.D.P.). Prix du repas : 10 €uros (vin et café inclus).

**Il sera absolument nécessaire de s'inscrire à l'avance.**

Après-midi (l'I.U.F.M. de Maxéville) :

**Premier temps :** Groupes de discussion. Les objectifs de ces débats pour les collègues présents sont : recenser les problèmes de terrain, mais aussi les analyser, cerner les questions centrales, les hiérarchiser, faire des propositions ... et faire remonter ces avis au niveau national.

**Groupe G1 :** Itinéraires de découverte au collège

**Groupe G2 :** Aide personnalisée, soutien... (collège et lycée)

**Groupe G3 :** Evaluation, calculatrice et tableur

**Groupe G4 :** Les TPE, bilan un an après

**Groupe G5 :** Liaison TerminaleS-DeugMias

**Groupe G6 :** La formation continue des maîtres

(Suite page 5)

## Un peu de lecture

"la Recherche" ,numéro spécial mathématiques : "Grandes et petites énigmes mathématiques"

Des collègues à l'IREM de Lyon, mais aussi au sein de notre régionale, se sont intéressés aux problèmes ouverts. Les auteurs nous en présentent un certain nombre sur lesquels se penchent depuis bien longtemps les mathématiciens. Vous y trouverez de quoi montrer à vos élèves quelques aspects actuels de la recherche mathématique.

"Histoire des codes secrets" (Simon Singh - Le Livre de Poche)

Il y a deux ans, à l'époque de Noël, ce livre a été un grand succès de librairie. Pour ceux qui en auraient manqué la sortie, en voici la réédition au format de poche (c'est moins cher et ça prend moins de place...). L'enseignant en lycée y trouvera une utilisation des nombres premiers en cryptographie, l'enseignant en collège y trouvera une utilisation des fréquences des lettres en français et ailleurs, l'enseignant curieux (il y en a beaucoup au sein de notre régionale...) y trouvera de quoi occuper ses longues soirées d'hiver .

"Articulation Ecole-Collège: Des activités géométriques" (Commission Inter IREM premier cycle - COPIRELEM )

Suite aux évaluations en début de 6<sup>ème</sup>, nous privilégions souvent les remises à niveau dans le domaine numérique, nous manquons parfois d'idées en géométrie. Cette brochure écrite par des enseignants de collège et à l'IUFM nous présente de nombreuses pistes de réflexion.

**Des mathématiques au Cycle Central -Tome 2- Commission Inter IREM Premier Cycle**

Le tome 1 avait suivi la mise en œuvre du programme de 5<sup>ème</sup>, le tome 2 s'est fait un peu attendre mais reste tout aussi passionnant. Mêlant des éléments théoriques à des analyses d'activités sa lecture sera un régal pour tout enseignant désireux de prendre un peu de recul par rapport au manuel en vigueur dans sa classe (ne pas oublier la lecture du tome 1 et du tome 2 se rapportant à la classe de 6<sup>ème</sup>). En fin de ce tome 2 figure une intéressante bibliographie ainsi que de très nombreux sites Web, peut-être pas encore tous référencés sur le site de notre régionale...

**Calcul géométrique en 4<sup>ème</sup> (IREM de Lorraine)**

Lors des journées de Gérardmer, lors d'un groupe de discussion, les participants ont échangé à propos de la question "Faut-il supprimer l'enseignement de l'algèbre au collège ?". En considérant le calcul algébrique comme un prolongement du calcul numérique et en utilisant diverses représentations géométriques, les auteurs tentent de fournir des "outils" permettant aux enseignants de collège de se construire une réponse à la question posée à Gérardmer.



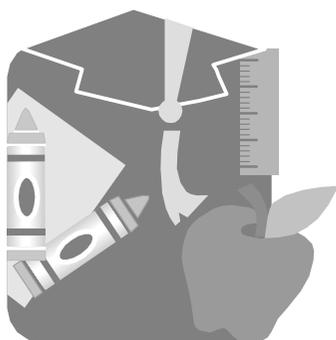
### Rappel : Problème du trimestre, n°67

Soit ABC un triangle quelconque. On veut y " inscrire " un triangle MNP, équilatéral, tel que  $M \in [BC]$ ,  $N \in [CA]$  et  $P \in [AB]$ .  
Quel est l'ensemble des centres de gravité de tous les triangles MNP

Aucune solution à ce problème ne nous étant parvenue à ce jour, nous vous donnons encore deux mois pour envoyez vos solutions, ainsi que toute proposition de nouveau problème, à

Pol LE GALL, 2 place du Chaussy, 57530 COURCELLES

### ROMAN



L'OMBRE DE MOI-MEME, d'Aimée BENDER (traduit de l'américain par Agnès Desarthe). Editions L'Olivier, 302 pages, 19,82 €.

Mona Gray (l'héroïne) est une obsessionnelle compulsive. Elle a tout laissé tomber (le piano, les petits plats qu'elle préparait avec délectation, le cinéma, et même faire l'amour) pour compter, et donner des numéros à tout.

On la nomme donc prof de math à l'école primaire du quartier. Mona, alors tout juste âgée de 20 ans, met en place une pédagogie active : elle demande à ses élèves d'apporter en classe " *des nombres pour de vrai* ". Un rond en plastique pour le zéro, un bras amputé dans

son formol pour le un ... ; elle-même s'est achetée, pour son 20<sup>ème</sup> anniversaire, la hache de ses rêves, pour faire le 7. Un exemple (histoire d'utiliser le matériel pédagogique récemment acquis) : " *Lisa a 5 doigts. Elle s'en coupe un. Combien lui en reste-t-il ?* ". Il ne faudra donc pas s'étonner si elle a de graves problèmes... et même pire, avec sa classe. A ne pas mettre entre les mains de tous (toutes) les professeurs d'école stagiaires !

(Suite de la page 4)

Deuxième temps : 7 ATELIERS au choix, dans les salles de l'IUFM (site de Maxéville, à 300 m du F.J.O.) :

**Atelier A1 : LE GNOMON**, par Daniel Toussaint (régionale de Champagne-Ardenne)

**Atelier A2 : LE RÉTRO ? PAS SI RINGARD...**, par Nicole TOUSSAINT (Régionale Champagne-Ardenne)

**Atelier A3 : D'AUTRES OBJETS MATHÉMATIQUES**, par le Groupe Jeux de L'APMEP Lorraine

**Atelier A4 : JEAN ERRARD, GÉOMÈTRE ET FORTIFICATEUR** par Frédéric Métin, de Dijon

**Atelier A5 : Fluctuations d'échantillonnage**, par Daniel Vagost, I.U.T. S.T.I.D. de Metz

**Atelier A6 : Liaison troisième-seconde**, par Geneviève Bouvard et Brigitte Chouanière)

**Atelier A7 : L'expérimentation " Math-info " en 1<sup>ère</sup> L**, par le groupe éponyme de l'IREM de Lorraine.

17 h 30, réunion du nouveau Comité, élection du président de la Régionale.  
Repas de travail sur place.



*Le groupe Jeux de la Régionale en pleine préparation des nouveaux stands de l'exposition (séminaire de Pierre-Percée, juin 2000).*

*Ce groupe animera l'atelier A3 lors de cette Journée.*

Les personnels en activités recevront, après qu'ils se seront inscrits à cette Journée, un ordre de mission sans frais de la DPE6 (Rectorat). Cet ordre de mission les autorisera à s'absenter durant la journée du 14 mars, et les couvrira en cas d'éventuel accident de trajet.

# MATHEMATIQUES ET TABLEUR AU LYCÉE

## LE PROBLÈME

### DU DUC DE TOSCANE

Virginie MAITROT  
Lycée R. Poincaré  
Bar le Duc (55)

*L'activité qui suit a été utilisée avec des classes de 1<sup>ère</sup> L en 2001 car la simulation était au programme de math-info cette année-là. La simulation étant maintenant traitée en classe de 2<sup>nde</sup>, elle a disparu du programme de 1<sup>ère</sup> (à partir de septembre 2001). Cette activité peut intéresser les professeurs de seconde (dans ce cas la troisième partie pourra être réalisée devant la classe entière, sur grand écran).*

#### Objectifs :

- Réaliser des traitements de données statistiques.
- Exploiter des statistiques issues d'expériences aléatoires.
- Construire et exploiter une représentation en arbre.

#### Objectifs 'tableur' :

- Interpréter la nature du contenu d'une cellule déjà saisie (ligne d'édition).
- Expliciter les relations entre diverses cellules d'une feuille automatisée de calcul.
- Exploiter un programme de simulation d'une expérience aléatoire en utilisant la fonction qui permet le recalcul des nombres aléatoires.

#### Pré requis :

- Utilisation d'un tableur (3<sup>ème</sup> partie) : écrire une formule simple en exploitant l'assistant-formule, et compléter un tableau par recopiage d'une plage de cellules (sans références absolues).
- Représentation en arbres (4<sup>ème</sup> partie).

## 1<sup>ère</sup> partie.

**Introduction du sujet : travail à faire à la maison.**

1. Lancer simultanément trois dés à six faces et compter le nombre total de points ainsi obtenus. Indiquer ce résultat dans le tableau ci-dessous. Renouveler l'opération 20 fois de façon à remplir le tableau.

N° du lancer	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
Total des points																					

## “ Tableau effacé ”

Il y avait, à la fin des années 70, dans une vieille salle du cloître Sainte Constance du Lycée Fabert, une fresque potache surplombant le tableau. Elle représentait plusieurs fois le même visage rond avec des lunettes et une chevelure grise en brosse. Le premier visage était jovial, et d'ailleurs la légende en dessous indiquait “ tableau souriant ”. De visage en visage, de la gauche vers la droite, les traits devenaient furieux, tandis que les légendes annonçaient un “ tableau menaçant ” et un “ tableau menacé ”.

En dessous de la fresque, il y avait le tableau.

Devant le tableau, il y avait une ultime version du visage, mais en modèle vivant, très vivant.

Un petit monsieur en costume impeccable et blouse blanche, une voix un peu aiguë qui ne chuchotait guère..., souvent souriant, mais effectivement parfois en colère, parfois furieux... capable de colères historiques pour un changement d'indice frauduleux dans une série récalcitrante,... mais toujours humain, très humain.

Pour ses élèves, c'était “ Sosso ”.

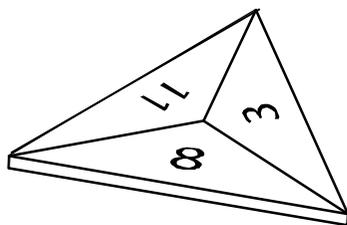
Monsieur Edouard Sauvadet a régné plusieurs décennies dans cette salle de Fabert. Toujours curieux, il aimait digresser, partager un enthousiasme malicieux avec ses élèves. Professeur de classe préparatoire, il avait le talent précieux d'ouvrir des moments de respiration dans le programme, de relativiser l'importance du concours.

Monsieur Sauvadet s'était fortement impliqué dans la préparation des journées APMEP de Metz, en 1986.

Monsieur Sauvadet est parti à la fin de cet été. Ce grand militant associatif (à la tête de la FOL) n'a pas vu la guerre afghane...

C'est peu dire que sa disparition marque ses anciens élèves.

Tableau souriant, ..., tableau effacé.



Ce dernier établit de plusieurs manières le nombre de p-minos en faisant abstraction de la contrainte géométrique, à savoir du rôle des isométries. Puis il calcule le nombre de nouveaux p-minos engendrés par la prise en compte de cette contrainte. (l'intégralité de la solution de Richard Bezczowski est téléchargeable sur le site de la régionale).

Jacques Verdier distingue les différents cas.

Il y a trois types de triminos :  $(n+1)$  avec un seul nombre,  $A(n+1,2)$  avec deux nombres et  $2C(n+1,3)$  avec trois nombres car il faut tenir compte de l'orientation. Ce qui fait en tout :  $n+1 + n(n+1) + (n+1)n(n-1)/3 = (n+1)(n^2+2n+3)/3$

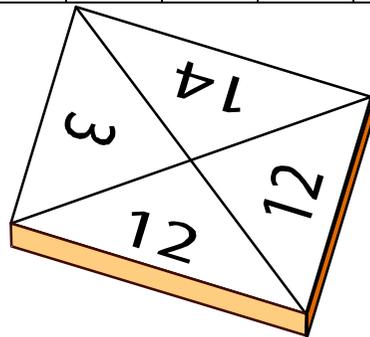
Il y a sept types de tétraminos :

- $n+1$  tétraminos avec un seul nombre.
- $C(n+1,2)$  avec deux nombres représentés chacun deux fois, croisés.
- $C(n+1,2)$  avec deux nombres représentés chacun deux fois, non croisés.
- $A(n+1,2)$  avec deux nombres dont l'un présent dans trois cases.
- $(n+1)A(n,2)$  avec trois nombres : l'un présent deux fois dans deux cases contiguës.
- $(n+1)C(n,2)$  avec trois nombres : l'un présent deux fois dans deux cases opposées.
- $6C(n+1,4)$  avec quatre nombres différents.

Au total, nous obtenons :  $(n+1)(n^3+3n^2+4n+4)/4$  tétraminos différents.

D'où l'application numérique :

$n$	3	4	5	6	7	8	9	10
dominos	10	15	21	28	36	45	55	66
triminos	24	45	76	119	176	249	340	451
tétraminos	70	165	336	616	1044	1665	2530	3696



2. Combien de fois obtenez-vous un total de 9 points, de 10 points. Avez-vous obtenu plus souvent 9 points, 10 points ou bien avez-vous obtenu autant de fois 9 que 10 ?

3. Les résultats précédents permettent-ils de savoir si on a plus de chances d'obtenir 9, plus de chances d'obtenir 10 ou autant de chances d'obtenir 9 que 10 ?

## 2<sup>ème</sup> partie :

**Pour tirer un résultat d'une expérimentation, il faut effectuer un très grand nombre d'expériences. D'où l'intérêt de la simulation.**

En classe entière.

On réalise la synthèse des résultats obtenus :

- Recenser le nombre d'élèves ayant obtenu chacun des résultats possibles à la question 2. *On remarque que certains élèves obtiennent plus de 9 que de 10, que d'autres obtiennent plus de 10 que de 9, et que quelques-uns obtiennent autant de 10 que de 9.*
- Réponse à la question 3. *Elle découle de ce qui précède : en faisant 20 fois l'expérience, on n'obtient pas toujours le même résultat. On ne peut donc pas répondre.*

On peut alors raconter la légende suivante :

" Le Grand Duc de Toscane était un grand amateur de jeux de dés. A force de jouer, il lui semblait avoir remarqué qu'en lançant trois dés, il obtenait plus souvent 10 points que 9 points. Ce résultat ne lui semblait pas normal, car on peut obtenir un total de 9 de six façons différentes :

$$9 = 1+2+6 = 1+3+5 = 1+4+4 = 2+2+5 = 2+3+4 = 3+3+3 :$$

On peut obtenir un total de 10 également de six façons différentes :

$$10 = 1+3+6 = 1+4+5 = 2+2+6 = 2+3+5 = 2+4+4 = 3+3+4.$$

Le Grand Duc de Toscane (un Médicis, pourtant...) n'arrivait pas à comprendre pourquoi, en jouant, il obtenait plus souvent un total de 10 qu'un total de 9. Ce problème fut à l'époque (XVI<sup>ème</sup>siècle) source de nombreuses discussions. "

Demander alors aux élèves comment on pourrait tester la véracité de ce résultat. Deux idées peuvent surgir : lancer trois dés un très grand nombre de fois ou faire une étude théorique (cette seconde idée a peu de chances d'apparaître spontanément). Admettons qu'il suffise de lancer 10 000 fois trois dés pour avoir

un résultat fiable (voir commentaire encadré en fin d'article). A raison de 10 secondes par lancer de trois dés, 24 heures n'auraient pas suffi au Duc de Toscane pour venir à bout de l'expérience ! Aujourd'hui on dispose d'un outil qui permet de réduire considérablement le temps d'expérimentation : l'ordinateur. Celui-ci permet en effet de simuler le lancer de trois dés.

### 3<sup>ème</sup> partie :

**Principe de simulation du lancer d'un dé. Observation des résultats de cette simulation. Utilisation du tableur.**

*Cette partie devrait normalement être réalisée en classe entière, avec projection de l'écran de l'ordinateur sur grand écran (grâce à un vidéo-projecteur, par exemple).*

*Le professeur mènerait l'activité, en posant les questions oralement ; un élève manipulerait l'ordinateur, un autre écrirait au tableau la statistique des résultats trouvés pour pouvoir l'explorer ensuite.*

*Pour des raisons propres à l'établissement où cette activité a été mise en œuvre, ce scénario n'a pas été réalisable. Aussi, chaque élève a travaillé sur son ordinateur, à l'aide d'une fiche individuelle. Les instructions données aux élèves dans cette 3<sup>ème</sup> partie étaient très*

*détaillées : ceci risque, cependant, de les amener à répondre successivement à chaque question sans vraiment percevoir les liens qui les unissent et surtout sans saisir le sens global de la démarche.*

*Voici la fiche telle qu'elle avait été proposée, en demi-classe sur tableur (prévoir deux heures) :*

Grâce à l'ordinateur, on va simuler 10 000 lancers de trois dés. C'est un peu comme si on demandait à l'ordinateur de lancer 10 000 fois trois dés et d'afficher ensuite les résultats obtenus.

Pour l'instant, l'ordinateur ne sait pas lancer de dé. En revanche, il

#### Commentaire :

*Cette séquence devra être précédée d'un court travail en classe entière sur la génération automatisée de nombres au hasard, par exemple sur la fonction **RANDOM** ou **RAND** ou **RAN#** de la calculatrice. Il sera admis que cette fonction donne un nombre " au hasard " de l'intervalle [0 ; 1].*

*L'explication doit porter sur le fait que cet intervalle contient une infinité de nombres réels (en théorie), mais seulement quelques milliards pour la calculatrice ou l'ordinateur. L'expression " au hasard " doit alors être comprise comme suit : parmi ces milliards de nombres, le " constructeur " garantit qu'il n'y en a pas un qui ait plus (ou moins) de chance de sortir que les autres ; d'autre part, il est impossible de prévoir le nombre qui va sortir (il n'est pas " influencé " par ceux qui viennent de sortir).*

*Ceci est évidemment faux, car le calcul est algorithmique, donc entièrement déterminé ; il ne paraît pas utile d'entrer dans ces considérations de nombres pseudo-aléatoires : il vaut mieux, sur ce point, " faire entière confiance à la machine ".*

### Problème du trimestre, n°68

Quelques Lorrains sont allés au congrès de la SBPMef (Société Belge des Professeurs de Mathématiques d'expression française). Ils en sont revenus enchantés (ce qui n'est pas un scoop, mais plutôt une habitude...).

Le thème du congrès étant " Situations-Problèmes " (voir Petit Vert n°66 page 27), les organisateurs l'ont agrémenté en proposant chaque jour l'énoncé d'un problème. Ces énoncés étaient accompagnés de la note qui suit : " Nous sommes intéressés de voir **comment** vous résolvez ce problème ! ". Nous vous ci-dessous les trois énoncés. Envoyez vos solutions avant la fin des vacances de Noël à Pol LE GALL (2 place de Chaussy, 57530-COURCELLES, pol.legall@free.fr) qui transmettra.

Énoncé du mardi : Existe-t-il un triangle dont les mesures des angles (en degrés) sont des entiers naturels en progression géométrique ?

Énoncé du mercredi : Un triangle ABC est rectangle en A. a, b, c sont les longueurs de ses côtés opposés respectivement à A, B, C. Un carré C1 a son sommet en A et ses trois autres sommets sur chacun des 3 côtés du triangle ; un carré C2 a deux sommets sur l'hypoténuse et ses deux autres sommets sur les côtés de l'angle droit. Quelle relation relie a, b et c si les aires de C1 et C2 sont égales ?

Énoncé du jeudi : les angles B et C d'un triangle mesurent respectivement 30° et 50°. Le point D de [AB] est tel que AD = AC. Démontrer que AB = DC.

### SOLUTION DU PROBLÈME N°66

*proposé par Richard Chéry, collège de Pagny sur Moselle*

Considérons les dominos du commerce : il s'agit de rectangles partagés en deux avec de part et d'autre de la séparation deux nombres i et j de points vérifiant :  $0 \leq i \leq j \leq 6$ . Il y a 28 dominos différents.

On trouve dans le commerce des triominos, triangles équilatéraux partagés en trois avec des nombres i, j, k vérifiant  $0 \leq i \leq j \leq k \leq 6$ . (n=5 pour le jeu du commerce).

Combien y a-t-il de triominos différents pour n donné ?

De même combien y a-t-il de tétraminos différents pour n donné ? ( $0 \leq i \leq j \leq k \leq l \leq 6$ .)

Que deviennent ces nombres si on invente de nouveaux triominos et tétraminos en considérant que deux pièces sont différentes si elles ne sont pas image l'une de l'autre par rotation ?

Des solutions de Jacques Verdier, François Pétiard et Richard Beczkowski.

(Suite de la page 15)

Jacques VERDIER

Valeur de X (€)	Variation de f(X)	soit une erreur ...	Conversion exacte pour X=...
$1 \leq X < 2$	Décroit de 1,067 à 0,534	de +6,7 % à - 46,6 %	1,07 €
$2 \leq X < 3$	Décroit de 1,067 à 0,711	de +6,7 % à - 28,9 %	2,13 €
$3 \leq X < 4$	Décroit de 1,067 à 0,800	de +6,7 % à - 20,0 %	3,20 €
$4 \leq X < 5$	Décroit de 1,067 à 0,854	de +6,7 % à - 14,6 %	4,27 €
$5 \leq X < 6$	Décroit de 1,067 à 0,889	de +6,7 % à - 11,1 %	5,34 €
$6 \leq X < 7$	Décroit de 1,067 à 0,915	de +6,7 % à - 8,5 %	6,40 €
$7 \leq X < 8$	Décroit de 1,067 à 0,936	de +6,7 % à - 6,4 %	7,47 €
$8 \leq X < 9$	Décroit de 1,067 à 0,948	de +6,7 % à - 5,2 %	8,54 €
$9 \leq X < 10$	Décroit de 1,067 à 0,960	de +6,7 % à - 4,0 %	9,60 €

\*\*\*\*\*  
 \*  
 \* **● Sachez-le.** 1 euro = 6,55957 francs. Un point, c'est tout ! En aucun cas, vous ne devez utiliser le taux inverse (1 franc = 0,152449 €), qui donne forcément des résultats différents ! La seule méthode pour convertir en euros un montant en francs est de diviser la somme en francs par 6,55957.  
 \*  
 \* L'entrefilet ci-contre est extrait de "NOTRE TEMPS", numéro de novembre 2001. Bien sûr, tout un chacun sait que l'inverse de 6,55957 n'est pas 0,152449. Mais l'article nous laisse entendre que les résultats obtenus en remplaçant l'un par l'autre seraient "différents". Seraient-ils vraiment très différents ? Quelle serait l'erreur relative obtenue ? Et quel montant faudrait-il ainsi "mal" convertir  
 \*  
 \*\*\*\*\*

### SÉMINAIRE DES ARCHIVES H. POINCARÉ

Les mardis de 17 h 30 à 19 h 30,  
 salle J103, Campus de Lettres et Sciences Humaines, 23 Bd. Albert 1<sup>er</sup>, NANCY.  
 11 décembre : **D'Alembert, fils de Newton** (par Marc Papin, Ilstef-Nancy)  
 22 janvier : **Histoire de la théorie des catégories** (Ralf Krömer, Archives Poincaré Nancy)  
 5 mars : **Pourquoi la physique est-elle mathématique ? La réponse de Poincaré** (Igor Ly)  
 2 avril : **Intégrale fonctionnelle et probabilité** (Rémi Léandre, Institut Elie Cartan)

sait fournir un nombre choisi au hasard entre 0 et 1. C'est cette faculté que l'on va exploiter.

Excel dispose d'une fonction qui génère aléatoirement un nombre compris entre 0 et 1, c'est-à-dire une fonction qui fournit un nombre choisi au hasard entre 0 et 1. Cette fonction est appelée " ALEA ". On va simuler le lancer d'un dé à l'aide de cette fonction.

1) Ouvrir le fichier Excel **TOSCANE** et l'enregistrer (*ce fichier aura été préparé au préalable par le professeur, qui donnera toute indications sur le répertoire où le chercher*). Voici l'écran tel qu'il est :

Et voici ce qu'on voudrait obtenir au cours de ce T.P. :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1								Nombre total de 9:		
2								Nombre total de 10:		
3										
4	N° du lancer.		1er dé.		2ème dé.		3ème dé.	Somme.		
5	1		1							
6	2									
7	3									
8										
9										
10										

(voir page suivante la copie d'écran correspondante)

2) En utilisant la fonction " ALEA ", de syntaxe demander à l'ordinateur de mettre dans la cellule B5 un nombre choisi au hasard entre 0 et 1.

3) On sait qu'en lançant un dé à six faces, on obtient aussi un nombre choisi au hasard parmi : 1, 2, 3, 4, 5, 6 ; et on a autant de chances d'obtenir chacun des ces six nombres (si du moins le dé est bien équilibré, c'est à dire s'il n'est pas truqué). Par ailleurs, en utilisant la fonction ALEA, tous les nombres compris entre 0 et 1 ont autant de chances d'apparaître.

Dans la cellule C5 se trouve une formule qui traduit l'instruction suivante :  
 " Si  $B5 < 1/6$  alors  $C5=1$ , si  $1/6 \leq B5 < 2/6$  alors  $C5=2$ , si  $2/6 \leq B5 < 3/6$  alors  $C5=3$ , si  $3/6 \leq B5 < 4/6$  alors  $C5=4$ , si  $4/6 \leq B5 < 5/6$  alors  $C5=5$ , si  $5/6 \leq B5 < 6/6$  alors  $C5=6$ . "

Analyser cette formule et interpréter le résultat ainsi obtenu en C5. Indication : placer les valeurs 1/6, 2/6, 3/6, 4/6, 5/6, 6/6 et la valeur obtenue en B5 sur le

C5 =SI(B5<1/6;1;SI(B5<1/3;2;SI(B5<1/2;3;SI(B5<2/3;4;SI(B5<5/6;5;6))))))								
A	B	C	D	E	F	G	H	J
1	<b>Somme de trois dés</b>						Nombre total de 9:	119
2	Relancer par la touche F9						Nombre total de 10:	126
3								
4	N° du lancer.	Nb. Hasard	1er dé.	Nb. Hasard	2ème dé.	Nb. Hasard	3ème dé.	Somme.
5	1	0,48937319	3	0,72539339	5	0,29979412	2	10
6	2	0,34539309	3	0,31686218	2	0,11482993	1	6
7	3	0,95602862	6	0,36836796	3	0,9531085	6	15
8	4	0,68989251	5	0,6456832	4	0,46604012	3	12
9	5	0,19131824	2	0,14771644	1	0,93451544	6	9
10	6	0,08750249	1	0,5732818	4	0,41186132	3	8
11	7	0,10133792	1	0,45103508	3	0,82686142	5	9
12	8	0,81734411	5	0,34778947	3	0,85169464	6	14
13	9	0,70438576	5	0,98385113	6	0,61329769	4	15
14	10	0,40795988	3	0,78535435	5	0,17644123	2	10
15	11	0,04064393	1	0,37537775	3	0,7962571	5	9
16	12	0,25227311	2	0,78558823	5	0,47335938	3	10
17	13	0,07383928	1	0,3869177	3	0,13003243	1	5
18	14	0,25978146	2	0,52502365	4	0,46859137	3	9
19	15	0,24719736	2	0,93664775	6	0,02886856	1	9
20	16	0,72946065	5	0,2444053	2	0,5157353	4	11
21	17	0,2477376	2	0,24231043	2	0,94206669	6	10
22	18	0,24827919	2	0,56128598	4	0,60098013	4	10
23	19	0,43723004	3	0,24754205	2	0,32176922	2	7

segment ci-dessous :



La formule écrite dans la cellule C5 (que l'on peut lire dans la fenêtre d'édition de la copie d'écran ci-dessus) peut paraître à priori compliquée. En fait elle est du type si le nombre aléatoire est inférieur à 1/6, alors écrire 1 sinon, si il est inférieur à 2/6 alors écrire 2 sinon... Elle est beaucoup plus naturelle qu'une formule du type Ent(6\*Alea()+1) qui donnerait le même résultat, mais dont l'explication et l'interprétation seraient beaucoup plus complexes. Rappelons qu'ici le formule a été fournie par l'enseignant, avec sa syntaxe exacte.

4) Recopier les formules de B5 et C5 pour obtenir un second et un troisième dé (de D5 à G5).

Revenons au problème du Duc de Toscane : il voulait savoir si la somme des points obtenus en lançant trois dés avait plus de chances d'être égale à 10 que d'être égale à 9. Il s'agit donc de présent de calculer la somme obtenue à la suite du lancer de trois dés.

5) Inscrire en H5 une formule donnant la



Récréations amusantes...

# Arrondir les euros en francs ?

J'ai pensé à une nouvelle façon de convertir les prix en euros vers les prix en francs.

Elle est basée sur l'idée suivante : au lieu de multiplier le prix en euros par 6,55957 (ce qui est difficile mentalement), je multiplie le premier chiffre significatif de ce prix par 7. Le défaut d'un côté devrait être compensé par l'excès de l'autre.

Prenons deux exemples :

6,35 €. Je multiplie 6 par 7, soit 42 F (la valeur correcte, arrondie au centime, était 41,65 F : j'ai surestimé mon prix de 0,8 %.

9,80 €. Je multiplie 9 par 7, soit 63 F (la valeur correcte, arrondie au centime, était 64,28 F : j'ai sous-estimé mon prix de 2%.

Bien évidemment 98 € me donnerait 630 F, 980 € me donnerait 6 300 F, ou 0,98 € me donnerait 6,30 F ; toujours avec la même erreur de 2 %.

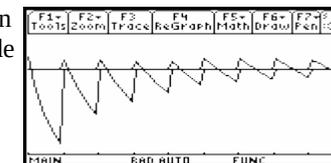
Voyons si les résultats sont toujours aussi bons.

Soit X le prix en euros.

S o i t

N = ent(X). Ma proposition est donc de calculer 7N au lieu de 6,55957X.

Soit une erreur relative de



Etudions la fonction f qui à X associe cette erreur relative. Voici sa représentation graphique :

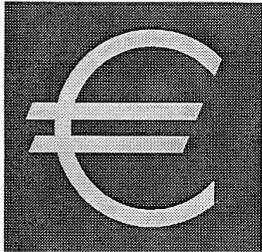
La fenêtre d'écran correspond à 1 ≤ X ≤ 10 et 0,5 ≤ Y ≤ 1,2. La droite horizontale a pour équation y = 1.

Il est manifeste que cette méthode donne des résultats meilleurs pour des prix supérieurs à 5 € que pour des prix plus petits.

### Le tableau de la page suivante donne plus de détails.

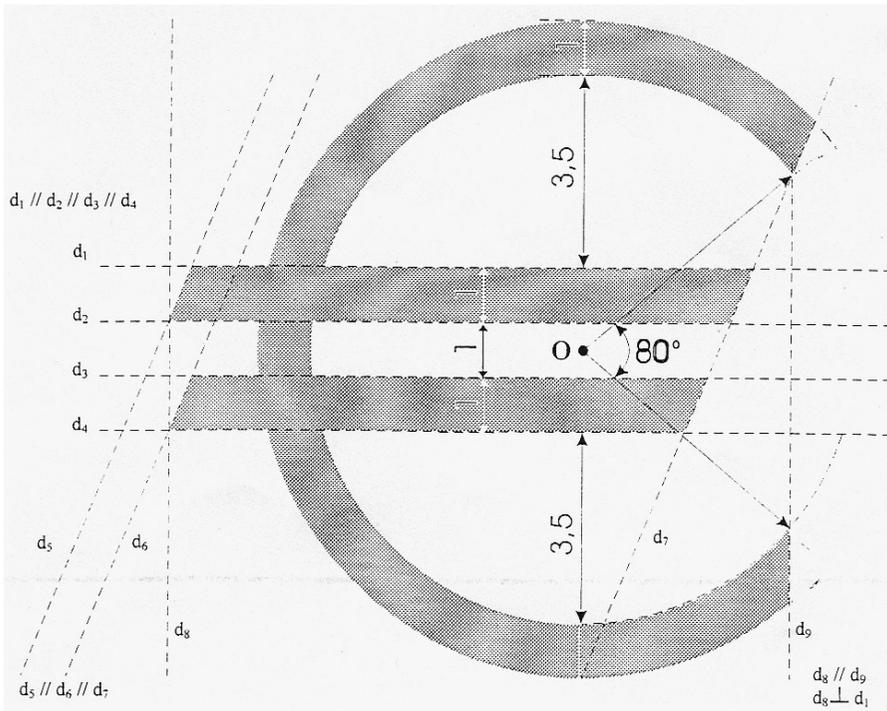
Cette petite étude montre que, finalement, cette idée n'était pas si mauvaise, mais qu'elle n'est pas 'excellente', surtout quand le premier chiffre significatif est 1, 2 ou 3. Ceux qui connaissent encore leur " table de 11 " ou leur " table de 12 " pourront l'améliorer ! Pour les autres, il faudra donc continuer, si on veut convertir, à multiplier par 20/3 ... ce qui n'est pas toujours si facile !

(Suite page 16)



Non, vous n'y échapperez pas !  
 La rédaction du PETIT VERT a décidé de vous parler encore de l'euro, et en a même fait sa couverture. Voici quelques textes issus des médias, une magnifique figure qui peut vous inspirer une activité géométrique avec vos élèves, et un article pour vous aider à convertir les euros en vieux francs, au cas où vous n'auriez pas encore contruit vos nouveaux repères...

\*\*\*\*\*  
 \* L'EURO SYMBOLIQUE \*  
 \* Avec le passage à l'Euro, la justice a ajusté le tir pour le montant du "franc symbolique" attribué à certains plaignants. Elle en a fixé le nouveau tarif à un euro, soit une très forte augmentation de 655,957%. \*  
 \* Voilà qui va faire bondir les associations de consommateurs et le Ministère des Finances. Nous sommes loin du respect de la virgule. Mais qu'on rassure, cela ne pèse guère dans l'indice des prix. \*  
 \* (Est Républicain du 06/10/01) \*  
 \*\*\*\*\*



somme des points obtenus au premier lancer (simulé) de trois dés (ligne 5).

- 6) En recopiant la ligne 5 vers le bas, obtenir 10 000 simulations d'un lancer de trois dés.
- 7) En utilisant la fonction **NB.SI** écrire en J1 une formule qui compte le nombre de " 9 " parmi les sommes obtenues lors des 10 000 lancers simulés. Faire de même pour le nombre de " 10 " en J2.
- 8) Comparer le nombre de " 9 " et le nombre de " 10 "obtenus.
- 9) Recommencer plusieurs fois l'expérience de 10 000 lancers de trois dés (pour que l'ordinateur simule 10 000 nouveaux lancers de trois dés, il suffit d'appuyer sur la touche **F9**) ; noter à chaque fois le nombre de 9 obtenus et le nombre de 10 obtenus, sur une feuille. L'observation du Duc de Toscane semble-t-elle se confirmer ?

*Retour en classe entière, pour faire une synthèse des résultats obtenus.*

#### 4<sup>ème</sup> partie :

##### Utilisation de la représentation en arbres.

*Au cours de la simulation, on n'a probablement pas obtenu à chaque fois plus de 10 que de 9. Cela peut être l'occasion de proposer aux élèves de vérifier de façon théorique le résultat fortement suggéré par l'expérience. On peut aussi se rappeler que le Duc de Toscane ne disposait pas d'un ordinateur et qu'il a donc dû trouver une autre méthode !*

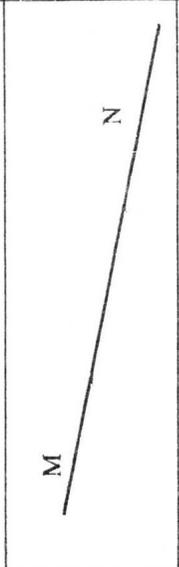
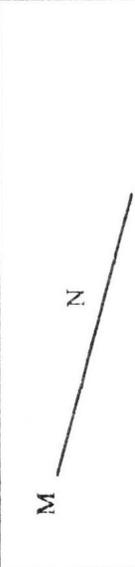
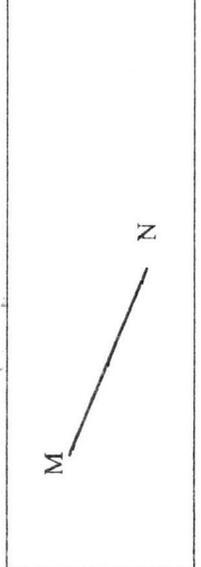
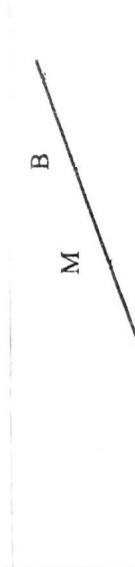
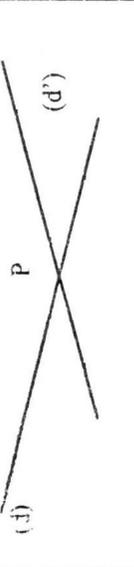
En lançant trois dés, on peut par exemple obtenir : 1, 5, 3 ; 2, 4, 1 etc....

- 1) En utilisant une représentation en arbres, recenser toutes les possibilités que l'on peut obtenir en lançant trois dés. A côté de chacune d'elle, indiquer le nombre total de points obtenus.
- 2) En déduire la réponse au problème du Duc de Toscane.

N.D.L.R. Au point de vue probabiliste, il y aurait un travail plus important à faire sur cette question. Mais les probabilités ne sont au programme ni de la seconde, ni de la 1<sup>ère</sup> L. On se contentera donc de s'appuyer sur les représentations spontanées des élèves (dont on sait bien qu'elles peuvent être erronées). Ici, on met en œuvre implicitement l'équiprobabilité (toutes les branches de l'arbre sont 'équivalentes'), et le fait que la probabilité d'un événement est le nombre autour duquel s'accroissent les fréquences observées. Cela correspond tout à fait à l'esprit du programme de seconde actuel.  
 Au sujet des représentations que les élèves se font de l'aléatoire, on peut se reporter à la brochure ENSEIGNEMENT DES PROBABILITES AU COLLEGE ET AU LYCEE : EXEMPLES EUROPEENS ET PROPOSITIONS, de l'IREM de Lorraine (paru en novembre 2001).

étaient mal positionnés par rapport aux segemets et aux droites. Nous reproduisons la figure correcte ci-dessous, au cas où vous voudriez la photocopier pour la classe.

## ANNEXE II

Figure	Description , lecture	Notation
A 	Le point A	A
	La droite passant par les points M et N.	(MN)
	La demi-droite d'origine M passant par N.	[MN)
	La demi-droite d'origine P passant par Q.	[PQ)
	Le segment d'extrémités M et N.	[MN]
	La longueur du segment [MN]	MN
	Le point M ..... un point de la droite (AB).	
	Le point M ..... un point du segment [AB].	
	Le point M ..... un point de la droite (AB).	
	Le point M ..... un point du segment [AB].	
	Les droites (d) et (d') se coupent en P. Les droites (d) et (d') sont sécantes en P. P est le point d'intersection des droites (d) et (d').	
	Les droites (d) et (d') sont parallèles	(d) // (d')
	I est le milieu du segment [MN]	