Quelques remarques à propos du retour de l'arithmétique en troisième.

Nous avons reçu de Jean Pilloy (professeur au collège Edmond de Goncourt à Pulnoy), en décembre 1999, l'article suivant que nous soumettons au débat.

J'enseigne depuis 8 ans dans un collège réputé « favorisé » (80% de réussite au brevet) et souhaite faire part de mes premières réactions après avoir passé un quinzaine de jours à réduire des fractions avec mes deux classes de troisième. Je précise que la plupart de mes élèves est motivée et désireuse d'apprendre.

DIVISEURS ET MULTIPLES.

Les notions de diviseur et de multiple ne semblent pas faire problème dans la tête de mes élèves. En revanche, les critères de divisibilité classiques, qui ne sont plus exigibles dans les programmes des niveaux précédents, sont assez mal connus ; ce qui est, somme toute, logique. On reconnaît toujours les nombres pairs et les multiples de 5 et de 10. Pour les multiples de 3 et de 9, les élèves pianotent les touches de leur calculette. Ce tâtonnement donne des résultats assez rapides mais le calcul mental n'est guère mobilisé.

ALGORITHME D'EUCLIDE.

A mon avis, un des grands avantages de l'introduction nouvelle de l'algorithme d'Euclide est de remettre en scène la division euclidienne. Celle-ci paraît en effet bien lointaine pour beaucoup d'élèves, y compris parmi les meilleurs. « On ne sait plus faire ça M'sieur, ça fait trop longtemps... » . Nous avons passé près d'une heure à refaire des divisions « à la main » et à réfléchir sur le sens de l'égalité a=bq+r. Ne serait-ce que pour cette raison, j'approuve l'introduction de l'algorithme d'Euclide.
Je m'interroge néanmoins sur le sens de l'expression « on construit alors un algorithme, celui d'Euclide ou un autre » qui figure dans les commentaires du programme officiel. Que signifie « construire » ? Faut-il démontrer tel ou tel algorithme ? Pour cette année, j'ai renoncé à justifier en détails le principe de l'algorithme d'Euclide. Si le fait que la somme ou la différence de deux multiples de k soient aussi multiples de k me paraisse accessible à mes élèves, il y a dans la démonstration de l'algorithme un problème beaucoup plus redoutable à mon sens : celui qui traite de l'ensemble des diviseurs communs aux deux entiers. Précisons : si je divise a par b, je me sens capable d'expliquer à mes élèves qu'un diviseur commun à a et à b est aussi un diviseur commun à b et à r=a-bq. En revanche, l'énoncé réciproque me paraît beaucoup plus délicat à envisager et ce d'autant plus qu'il faudra d'abord persuader les élèves de l'utilité de cette réciproque. N'oublions pas que les notions d'ensemble et de double inclusion sont aujourd'hui aussi familières à nos élèves que la grammaire chinoise de l'époque Han...
J'ai donc renoncé. Nous n'avons rien « construit » du tout et avons appliqué l'algorithme qui a été justifié par sa réelle efficacité. Ai-je eu tort ? L'avis de mes collègues à ce sujet m'intéresserait.

TOUCHES SPÉCIALES FRACTION ET DIVISION EUCLIDIENNE.

La plupart des calculatrices récentes (TI, Casio, Sharp) sont dotées d'une touche qui permet de simplifier les fractions. A partir de 4 chiffres au numérateur et au dénominateur, les capacités de la machine sont souvent dépassées. Pour ne léser personne au brevet, il va donc falloir proposer des nombres suffisamment grands. Nous ne pourrons cependant empêcher aucun élève d'utiliser cette touche à partir d'un certain rang dans l'application de l'algorithme d'Euclide. Ceci serait d'ailleurs une preuve de bonne compréhension du processus algorithmique qui consiste bien à diminuer la « taille » des nombres à manipuler. J'envisage pour ma part un DS sans calculatrice sur ce sujet. Pourra-t-on en faire autant au brevet ? Doit-on en faire autant ? Il faudrait en discuter.
D'autres calculettes offrent également la possibilité d'effectuer la division euclidienne de deux entiers. On peut facilement combler l'injustice entre ceux qui ont la touche et les autres en apprenant à retrouver le reste. Ce que nous avons fait après avoir revu la technique « manuelle » Mes élèves ont été frappés par le fait que le quotient n'était qu'un auxiliaire dans ce processus. Ce qu'ils appellent depuis longtemps « le résultat » de la division est en effet ici plutôt le reste que le quotient. Encore une nouveauté intéressante.
Il va être difficile d'écrire un sujet de brevet qui ne favorise pas trop les possesseurs de calculatrices récentes. Songeons-y dès maintenant.

UNE SUGGESTION.

Le programme s'articule autour des trois assertions suivantes présentées comme équivalentes, a et b étant deux entiers naturels non nuls :

(1) La fraction a/b est irréductible.
(2) a et b sont premiers entre eux.
(3) Le PGCD de a et de b est 1.

En fait, ce n'est pas tout à fait aussi net puisque les exigibles citent les assertions (1) et (2) alors que le terme « PGCD » n'apparaît que dans les commentaires à propos des algorithmes préconisés. D'autre part, les programmes ne précisent pas si les nombres entiers sont positifs.(J'ai supposé qu'on se limitera à des entiers naturels non nuls en regard du problème à résoudre : réduire des fractions.)
Je suggère, modestement, une modification de l'écriture des programmes: ne conserver que les assertions (1) et (3). En effet, je ne vois pas bien comment on peut se passer du terme PGCD avec les élèves. Mon expérience récente m'a montré que cette notion « passe » sans grande difficulté. En revanche, je ne vois pas ce qu'apporte au niveau troisième l'introduction de l'expression « premiers entre eux » si ce n'est la manipulation de mots qui « font savant ». De plus, j'y vois même un inconvénient : **celui de la confusion chez nos jeunes esprits entre « premiers entre eux » et « premiers ».** Je sais bien que les nombres premiers sont hors programme et jure devant le dieu des mathématiques n'y avoir jamais eu recours depuis la rentrée. N'empêche... que restera-t-il de tout cela dans six mois dans la tête des collégiens ? J'ai des doutes et crains le pire alors qu'il me paraît si simple de ne pas employer le mot « premier » du tout. Qu'en pensez-vous ?

TROIS REMARQUES POUR CONCLURE.

Que faut-il penser de l'exemple proposé dans les textes d'accompagnement du programme consistant à « établir directement que les deux nombres 12345678910111213 et 10000000000000007 ne sont pas premier entre eux »? Les auteurs de ce texte nous indiquent que « l'ordinateur rend aujourd'hui naturelle la considération » de tels grands nombres. Mise à part leur appartenance à l'ensemble des entiers... naturels, en quoi est-il naturel de considérer de tels grands nombres en troisième ? Quel intérêt aurait cet exercice avec nos élèves ? S'agit-il seulement de faire fonctionner un algorithme avec une machine? Qui peut m'éclairer ?

Faut-il envisager une suite à la réintroduction de l'arithmétique dans les futurs programmes de seconde ?

N'ayant pas eu la chance de pouvoir participer à la journée de formation sur les nouveaux programmes de troisième, je n'ai pas pu faire part de mes interrogations à mes collègues et aux IPR. C'est bien dommage. Permettez-moi de penser et de redire ici que la retransmission « de la bonne parole » par mes pairs présents à cette réunion a été nécessaire mais pas suffisante. Permettez-moi aussi de rappeler qu'à mon sens le droit à la formation continue <u>sur le temps de travail</u> est un acquis fondamental des salariés dans notre pays. Restons fermes sur ce point et ne nous laissons pas culpabiliser.