CHANTIERS de Pédagogie Mathématique

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public
Régionale Île-de-France

Janvier 2019
n° 179

Sommaire

Édito

Joyeux anniversaire ! Les "Chantiers" ont 50 ans… et les travaux ne sont toujours pas terminés !

Lire l'article

50 ans au fil des Chantiers : changements et permanences

179 numéros en 50 ans : que pourrait nous apporter la relecture de certains des articles ? Quelles résonances apparaîtraient en les rapprochant de nos problématiques actuelles ? Quelles sources d'inspiration pourraient-ils encore nous offrir ? Telles sont les pistes de lecture que chaque membre du comité régional a utilisé pour vous convier à une (re)lecture de nos Chantiers de Pédagogie mathématique.

Lire l'article

Témoignages des lecteurs des Chantiers

Et du côté des lecteurs, quelle lecture ? Quelle utilisation des idées véhiculées à travers les Chantiers ?

Lire l'article

Les mathématiques ont-elles besoin d'une légende ?

Nous avons découvert une grille mystérieuse dans un des numéros des Chantiers : saurez-vous la décrypter ?

Lire l'article

Problèmes à résoudre

Par période, les Chantiers vous proposent de réfléchir à des problèmes à l'instar des « OUI ou NON » ou des « Avis de recherche ». On trouve dans des numéros plus anciens de telles proposition de recherche mais pas toujours la solution…

Lire l'article

Édito

Les "Chantiers" ont 50 ans…

… et les travaux ne sont toujours pas terminés !

Le Comité de la Régionale

On peut reprendre sans mal cette boutade, lancée à l'occasion des vingt-cinq ans des Chantiers par le dessinateur du moment, et s'en réjouir : en matière d'enseignement, il est bon que les travaux ne soient jamais terminés. À la fois parce que notre matière première, essentielle : la jeunesse, change avec le monde dans lequel elle vit, et parce que notre ingrédient de base à nous : la mathématique, est elle aussi en constante création et évolution.

Le premier *cahier* des *Chantiers de Pédagogie mathématique* est paru en décembre 1968 et ce numéro 179 (spécial anniversaire) est consacré à la célébration de ce cinquantenaire, non seulement pour se souvenir et rendre hommage à nos prédécesseurs qui, patiemment et bénévolement, ont contribué à l'édification de ce monument de 179 numéros et d'environ 2 000 pages, mais aussi pour nous interroger sur l'évolution de l'enseignement des mathématiques pendant ce demi-siècle et confronter leurs idées avec notre vision actuelle.

Déjà en 1993, dans le bulletin n°82, l'équipe des Chantiers avait célébré les 25 ans de ceux-ci par une analyse d'Hervé Hamon *Les chantiers au fil du temps* et un article sur *La naissance des Chantiers de Pédagogie mathématique* de Gilbert Walusinski, particulièrement bien qualifié pour cela, lui qui est considéré comme le père des *Chantiers*. Vous pourrez consultez ces deux "incontournables" de l'histoire de nos Chantiers en cliquant sur les liens ci-dessus.

En 2018, nous avons voulu faire une œuvre plus collective concernant les 50 ans d'existence des *Chantiers* : les membres du comité, après avoir découpé arbitrairement la collection des 178 numéros en tranches de 20 (approximativement), ont choisi chacun quelques articles qui leur semblaient caractéristiques, intéressants ou révélateurs et vous les proposent à la (re)lecture ce qui explique, sans le justifier, le retard dans la publication de ce numéro. Avec nos excuses et en espérant que, comme nous, vous prendrez intérêt à ce butinage dans le passé.

Cet anniversaire des cinquante ans est donc l'occasion de vous proposer un regard en arrière sur notre Régionale. Elle a évolué, elle s'est adaptée aux changements profonds de notre système éducatif, elle a pris le tournant de la révolution numérique, notamment avec ces Chantiers que nous vous proposons désormais en ligne.

Mais le principal est bien là : après cinquante ans, notre Régionale et ses *Chantiers de Pédagogie mathématique* sont toujours vivants . Et il se trouve parmi nous suffisamment de collègues ayant envie d'échanger, de partager, de mutualiser, d'innover pour qu'ils le restent encore longtemps.

50 ans au fil des Chantiers : changements et permanences

Le Comité de la Régionale

du n°1 (décembre 1968) au n°21 (automne 1971)

par Alain Bougeard

Les 6 premiers numéros occupent une place à part dans l'histoire des Chantiers car ils ne constituent pas vraiment une revue reflétant la vie de la Régionale comme de nos jours (en fait cela a commencé seulement avec le numéro 8) mais ils se présentent comme des "cahiers de formation permanente" destinés à fournir aux profs de math démunis des moyens de formation, des bases indispensables à l'enseignement de la mathématique "moderne" qui commençait à déferler dans les programmes en 1969. C'est tellement vrai que ces 6 premiers numéros ont été réunis par la Régionale dans une brochure nommée "Initiation à la mathématique de base" tirée à 25 000 exemplaires (on en rêve…).
Ensuite *les Chantiers* continuent leur travail de formation pédagogique et mathématique par des articles se poursuivant parfois sur plusieurs numéros dont j'ai retenu particulièrement les suivants :

- Enseignement mathématique et psychologie de l'enfant par Jean Sauvy
  Quelle que soit l'opinion que l'on puisse avoir de la psychologie de l'enfant, cet article démontre que la réforme des mathématiques "modernes", dans l'esprit de ses concepteurs, était autant faite dans l'intérêt de l'enfant que dans l'intérêt des mathématiques. Peut-on en dire autant de toutes les réformes qui se sont succédées depuis ? Où sont les écrits qui l'illustrent ?

- Mathématique et genèse de l'intelligence par Jean-Blaise Grize
  Conférence d'ouverture à *Le Printemps à Paris* qui était une réunion des 11, 12 et 13 juin 1970 (3 jours !) organisée par la Régionale Parisienne (c'était son nom à l'époque) pour une centaine de collègues pour étudier théoriquement et pratiquement la mise en application de la "première étape" de la réforme…

D'autres articles montrent également que nos collègues de l'époque n'hésitaient pas à aller voir ce qui se passait à l'étranger par exemple :

- De l'enseignement mathématique dans le cycle primaire aux États-Unis article de Michel Bineau.

- La réforme de l'enseignement mathématique dans les classes élémentaires en Pologne conférence faite par Zofia Krygowska lors d'une journée organisée par notre Régionale.

du n°22 (printemps 1972) au n°40 (septembre 1977)

par Francis Slawny

Pour les numéros des "Chantiers" de 22 à 40 : mêmes remarques sur leur nature qu' Alain. J'ai quand même sélectionné quelques articles ayant d'après moi un (petit) intérêt historique :

- n° 19-20-21 : "Moderne depuis toujours", W.Moutebank est l'un des pseudonymes de Gilbert Walusinski
- n° 22-24 : "À propos d'un tronc commun de mathématiques en 2de", lettre de Mlle Lopata
- n° 34 : "Commission Hiérarchie et contrôle de l'enseignement"

du n°41 (janvier 1978) au n°56 (juin 1983)

par Germain Roussas

La période 78-83 semble avoir été marquée par la volonté de sauvegarder les décharges IREM : la régionale de l'APMEP s'est battue pour les défendre quitte à contacter les syndicats pour se faire entendre. L'apparition des machines à calculer en LEP, des expérimentations de l'outil informatique dans l'enseignement et l'idée de classe mutuelle apparaît avec les débats entre élèves et le professeur qui répartit la parole.

De plus, une structure un peu différente de l'activité de l'APMEP se montre à travers l'action de sections départementales, visible dans certains articles des chantiers dans "le coin des départementales" à partir du numéro 45.

Voici quelques extraits du numéro 42 des Chantiers à lire en imaginant une chorégraphie de drones : « Les robots n'existent pas matériellement, mais on les simule ainsi que l'univers qui les entoure. L'avantage des robots, c'est qu'ils peuvent aller là où l'homme ne le peut pas » (page 7) « Voyez la « guerre des étoiles » ou « 2001 » « Il pourrait y avoir des robots pour observer les hommes, pour les dénoncer… » (page 16).

Un autre article marquant de ce numéro 42 est celui qui remettait en question l'utilisation d'un manuel unique par établissement. Les techniques de reprographie n'existaient pas telles que nous les connaissons aujourd'hui, les sources de débats évoluent. Nous acceptons aujourd'hui souvent l'idée de choisir un manuel dans un établissement (pages 3 et 4).

Les laboratoires de mathématiques font partie du projet de réforme des programmes du second degré. Cette idée est loin d'être nouvelle, voyons comment elle se présentait, dans le numéro double 52-53, il y a 36 ans lorsqu'on rêvait de laboratoires de mathématiques (page 7 à 9).

Le fichage des élèves, problème d'actualité avec la gestion des identités numériques était déjà questionné en 1979 dans le numéro 44 (page 8).

du n°57-58 (septembre 1983) au n°70 (septembre 1988)

par Rémy Coste

Sur les sujets d'examen : en de nombreuses reprises, la régionale Île-de-France a déploré le contenu des épreuves d'examens (nature et difficultés des exercices, conformité avec les programmes, pertinence du barème, …). Voici 2 exemples parus dans les Chantiers de Pédagogie Mathématiques : le premier concerne l'épreuve de mathématiques des bacs C et E (ex S-SVT et S-SI) de la session de juin 1983, l'autre celle du BEPC (ex Brevet des collèges) de juin 1987.

Dans le premier exemple (Bac C et E - Juin 83), paru dans le numéro double 57-58 en septembre 1983, le communiqué qui avait été diffusé à l'époque commence par rappeler un extrait très intéressant d'une circulaire ministérielle en vigueur à l'époque, qui tentait de normaliser ce qui doit prévaloir lors de la conception des sujets. Ce communiqué est suivi d'une lettre de collègues qui argumentent sur leurs critiques sur la nature du sujet.

Dans le deuxième exemple (BEPC – Juin 87), paru dans le numéro 67 en septembre 1987, il s'agit d'une pétition précédée d'une reproduction du sujet, ce qui permet au passage de comparer avec le contenu des sujets actuels.

Algorithmique au collège – La géométrie de la tortue : en 1984, on s'interrogeait déjà sur la façon d'introduire de l'algorithmique dans la classe de mathématiques. Cet article de François Bret, paru dans le numéro 59 en septembre 1984, décrit de façon détaillée une séquence en 6^{e} dans l'environnement LOGO, la "Géométrie de la tortue". Cette séquence remarquable n'a pas pris une ride, et est parfaitement transposable au collège aujourd'hui.

Comment mettre une note à une copie de mathématiques ? : cet article, paru en janvier 1985 dans le numéro 60, relate une expérience consistant à corriger les mêmes copies d'élèves par plusieurs professeurs. Les résultats sont édifiants.

du n°72 (septembre 1989) au n°85 (juin 1994)

par Mélusine Kummer

Le (petit) numéro 72 est le seul de l'année 1989 disponible sur le site (en attendant de numériser le n°71...). Cela s'explique par l'événement important vécu par la Régionale cette année-là : non pas le bicentenaire de la Révolution mais plus modestement la tenue des Journées Nationales à Paris, qui liaient les deux événements sous le titre de *Mathématique en Révolution*.

Sous la houlette de Dominique Guy, la Présidente de la Régionale de l'époque, la mobilisation des troupes était générale et les Chantiers servaient surtout de héraut.

Dans son édito du 25 juillet, Dominique évoquait à la fois l'effervescence et l'optimisme qui régnaient alors au local en cet été 89. Les numéros suivants étaient consacrés principalement aux comptes-rendus de ces journées. Nous avons connu la même chose en 2010 pour les Journées du centenaire de l'association.

Avec le numéro 82 (septembre 1993), les Chantiers ont 25 ans : *la naissance des Chantiers de pédagogie mathématique* par Gilbert Walusinski et *Anniversaire* par Hervé Hamon sont les articles les plus marquants de ce numéro. Voir l'Édito pour plus de détails.

du n°86 (novembre 1994) au n°100 (janvier 1999)

par Kristel Gabarra-Lazorthe

Voici quelques articles qui m'ont interpellée de par leur titre et leur thème car ceux-ci résonnent avec l'actualité.

- La formation initiale en question dans le numéro 86
- Touche pas à mon bac ! dans le numéro 88
- Une formation scientifique pour tous ? dans le numéro 89
- La violence et l'école dans le numéro 92
- Mathématiques et Physique : pour une meilleure cohabitation dans le numéro 92
- Maîtrise de la langue et construction du savoir dans le numéro 97
-

Ce dernier article fait aussi écho avec les cours de sociologie que je suis actuellement pour mon master.

du n°101 (avril 1999) au n°115 (décembre 2002)

par Sébastien Planchenault

Au cœur d'un bouleversement de l'enseignement des mathématiques, ce texte de Michel Roux sur « La mathématique, cette inconnue » dans le numéro 104 a particulièrement fait écho avec la réforme du Lycée. En supprimant les mathématiques du tronc commun de lycée « nous assistons, impuissants, aux péripéties qui préludent

à la fin d'une mathématique pour tous ». Dans le numéro 113, l'article « Mathématiques pour tous » souligne l'importance que nous formions l'ensemble de la population en mathématiques et fait comprendre l'importance de changer les pratiques.

Dans le numéro 108, l'article de Colette Laborde traitant de l'intégration des nouvelles technologies dans l'enseignement permet de réfléchir sur l'évolution depuis une petite quinzaine d'années à l'évolution dans les pratiques de l'utilisation des TICE. Aujourd'hui, je n'imagine même pas ne pas avoir la possibilité d'utiliser Géogébra ou mon vidéoprojecteur. Mais encore bien d'autres utilisations des outils numériques sont mis en œuvre dans les classes comme par exemple l'utilisation des tablettes numériques, de plickers, kahoot !, etc. Les avancées technologiques et scientifiques font que l'enseignement doit se transformer.

Le français et les mathématiques sont régulièrement opposés comme disciplines mais pourtant les deux matières ont souvent besoin l'une de l'autre. Beaucoup d'élèves rencontrent des difficultés en mathématiques en raison de difficultés de compréhension. Dans un article du numéro 109, vous apprécierez vous questionner sur ce lien étroit entre la langue naturelle et les mathématiques.

du n°116 (mars 2003) au n°130 (septembre 2006)

par Michel Suquet

Le parcours des Chantiers, du n°116 (mars 2003) au n°130 (septembre 2006), permet de se rendre compte que nombre de problèmes actuels se posaient déjà il y a plus de 10 ans. Ferait-on du surplace ? Sinon, quelles sont les évolutions ? Ainsi, dans le n°116, l'Édito s'inquiétait du manque de profs de maths, dans ce même n°116, une analyse des évaluations en 5e était proposée, dans le n°122 le comité régional se réjouissait de voir nos IPR (Inspecteur Pédagogique Régional) développer des idées que nous défendons depuis longtemps avec les départements de mathématiques en Lycée…

Certains usages, innovants à l'époque, méritent d'être revisités pour en mesurer leurs évolution et intégration dans le quotidien de notre métier : par exemple les

calculatrices dans le n°115, mais aussi dans le n°116 (page 6) et le n°121 (page 5), le travail en groupe dans le n°128, la différenciation dans le n°129, les QCM dans le n°130, le socle commun de connaissances et compétences dans le n°130 aussi.

Dans le n°116 était proposé aux lecteurs un article de 1903 écrit par Jacques Hadamard sur l'enseignement scientifique et, dans le n°117, André Revuz y apportait quelques réflexions pour nous aider à mesurer les changements intervenus en un siècle. Plus de 10 ans après, là encore, la réforme en œuvre au niveau des lycées répond-t-elle aux évolutions de notre société pointées par nos anciens ?

Le n°123 est l'occasion de se réjouir de la naissance d'une collaboration avec l'IREM de Paris avec le concours d'affiches « À vos maths » évolution de « À vos stats » mentionné dans le n°118. Un concours qui se renouvelle au fil des années en proposant successivement la réalisation d'affiches, de journaux et actuellement de jeux.

Et aussi des évolutions dans la présentation des Chantiers : le n°127 propose une nouvelle formule annoncée dans le n°126 qui précise les buts des Chantiers ; et c'est aussi la mise en place des correspondants électroniques. Occasion bien entendu de s'interroger sur la pertinence actuelle des objectifs assignés à notre revue et de l'évolution de sa forme avec le passage du papier à l'écran… passage réalisé en 2013 avec le n°158.

du n°131 (décembre 2006) au n°155 (décembre 2012)

par Christine Zelty

De l'idée de fonction au cycle 3 et au collège de Dominique Valentin, dans le n°132 en réponse à l'article sur les fonctions des précédents Chantiers, une idée intéressante de programme de calcul.

Introduction des probabilités en 3e : quels enjeux ? et exemples d'activités avec simulation de Rémy Coste, on peut toujours lire ces articles des n°138, n°139 et n°140 sur les savoirs et compétences visés pour préparer son enseignement des probabilités au collège.

Dans le n°140 : Évaluation CM2 - 2009, éléments d'analyse et de réflexion de Roland Charnay, avons-nous les mêmes remarques à formuler après les évaluations de 2018 ?

Un beau travail d'équipe : en 2010 nous avons fêté le centenaire de notre association et nous avons organisé les Journées Nationales à Paris sous le titre *D'un siècle à l'autre, le pari des mathématiques*, un bilan du travail effectué par Claudie Asselain dans le n°147.

En 2011, pour fêter le bicentenaire de la naissance d'Évariste Galois, sa lettre sur l'enseignement des sciences est reproduite dans le n°151.

du n°156 (mars 2013) au n°171 (décembre 2016)

par Ginou Romain

- Chantiers n°158 à n°163 : « OUI ou NON » et « Vous avez dit bizarre… »
  Je conseille ces deux rubriques, respectivement d'Alain Bougeard et de Rémy Coste, comme sources de problèmes pour les laboratoires de mathématiques. Elles offrent la possibilité d'approfondir l'utilisation de géogébra et de python pour résoudre des problèmes. À plusieurs, les collègues multiplieront le temps pour la recherche. Ouverture : Les laboratoires de mathématiques de l'Île-de-France pourront alimenter la rubrique en postant leurs énigmes sur le site de la régionale qui verra ainsi fleurir la graine qu'Alain avait plantée.

- Chantier n°171 : Mathématiques je t'aime… moi non plus !
  Dans cet article de Rémy Coste, les documents de l'atelier de Michel Soufflet peuvent être utiles aux collègues pour travailler sur le thème des statistiques et du jugement critique dans leurs laboratoires de mathématiques.

- Chantier n°156 : Le lycéen nouveau arrive
  À partir de cet article de Claudie Asselain-Missenard, on peut se demander si les nouveaux programmes de lycée, avec l'accent porté sur les automatismes et la démonstration, répondent bien aux « nouveaux » publics .

- Chantier n°167 : Activités d'introduction

  → introduire les nombres relatifs en 5e de Michel Suquet
  → introduire la translation en TS de Rémi Coste
  → introduire les suites numériques en TS Alain Bougeard
  → activités d'introduction : le point de vue didactique d'Aline Robert

  Dans le cadre de la réforme du lycée, est posée la question de l'écriture du cours (rapport Vilanni Torossian). Professeure de publics en difficultés psychologique et scolaire, je me suis toujours interrogée sur la manière d'introduire les notions, de manière non abrupte, de façon à ce que l'élève se les approprie dès le début de la leçon, et qu'ils soient disposés à recopier correctement le tableau, en particulier les symboles.

- Chantier n°168 : Pédagogie de projet…

  Dans cet article de Rémi Coste et Claudie Asselain-Missenard, une réflexion sur une pratique pédagogique : Quid de la liberté pédagogique ?

Témoignages des lecteurs des Chantiers

Michel Suquet

Deux adhérents ont bien voulu nous témoigner de leurs lectures des Chantiers de Pédagogie mathématiques. Vous pouvez vous aussi apporter votre témoignage : nous le rajouterons à cet article ; c'est un des avantages d'une revue en ligne en faisant de tout article un article potentiellement dynamique.

Témoignage 1

Je suis un adhérent récent de l'APMEP (depuis 2014, je crois). Mes week ends étant studieux, je sèche les journées et rencontres de la régionale. Les Chantiers, c'est mon lien privilégié avec la régionale.
Je les parcours en ligne, rapidement, dès leur sortie, mais il m'arrive d'y revenir quelques jours plus tard à la recherche d'une information sur laquelle je suis passé trop vite. Il m'est même arrivé de signaler des articles à mes étudiants candidats au CAPES ou jeunes certifiés, stagiaires ou aux prises avec une classe pour la première fois.

J'exprime ma reconnaissance aux artisans de ce précieux moyen d'échange. Je regrette de ne pas prendre davantage le temps de participer aux travaux collectifs.

Pierre Pansu
Université Paris-Sud
Faculté des Sciences, Bâtiment 307, pièce 1B12 91405 Orsay
http://www.math.u-psud.fr/~pansu

Témoignage 2

Les Chantiers de pédagogie mathématiques ont cinquante ans. Résultat impressionnant si on considère le travail considérable que représente l'édition d'une revue quelle qu'elle soit, quand elle se veut utile et de qualité.

Il s'est toujours trouvé, dans les comités élus qui se sont succédés à la Régionale Île-de-France au cours de ce demi siècle, des femmes et des hommes pour prendre les choses en mains, pour y consacrer beaucoup de temps, pour écrire eux-mêmes, pour relancer les auteurs un peu lents, pour faire évoluer la revue, son apparence et son contenu et l'adapter aux évolutions de notre métier.

De mon point de vue, cela tient du miracle quand on sait l'ampleur de la tâche. Le dévouement des équipes successives a été exemplaire. Je ne citerai pas de noms, sûre d'en oublier trop, mais ceux qui ont œuvré se reconnaîtront et prendront pour eux les remerciements que j'ai envie de leur adresser aujourd'hui.

Le dernier grand changement de la vie des Chantiers fut le passage au numérique. Objet de longues discussions, arguments pour, arguments contre, et finalement, maintenant le saut effectué, une satisfaction générale. Non que le travail de conception en ait été diminué, loin de là. Mais les coûts l'ont été - l'impression et le routage étaient des postes budgétaires importants dans les années "papier". Et surtout le numérique offre des possibilités nouvelles explorées petit à petit. Les chantiers numériques sont ainsi enrichis… et ils sont lus, comme le montrent les statistiques du site.

Bravo donc à ceux qui sont aux commandes et bienvenue à ceux qui seront là pour prendre la relève. On peut l'espérer : une expérience sur 50 ans est suffisamment prédictive. Il y aura des continuateurs pour s'inscrire dans les pas des précédents !

Claudie Asselain-Missenard
qui fit parfois partie de l'équipe des rédacteurs…

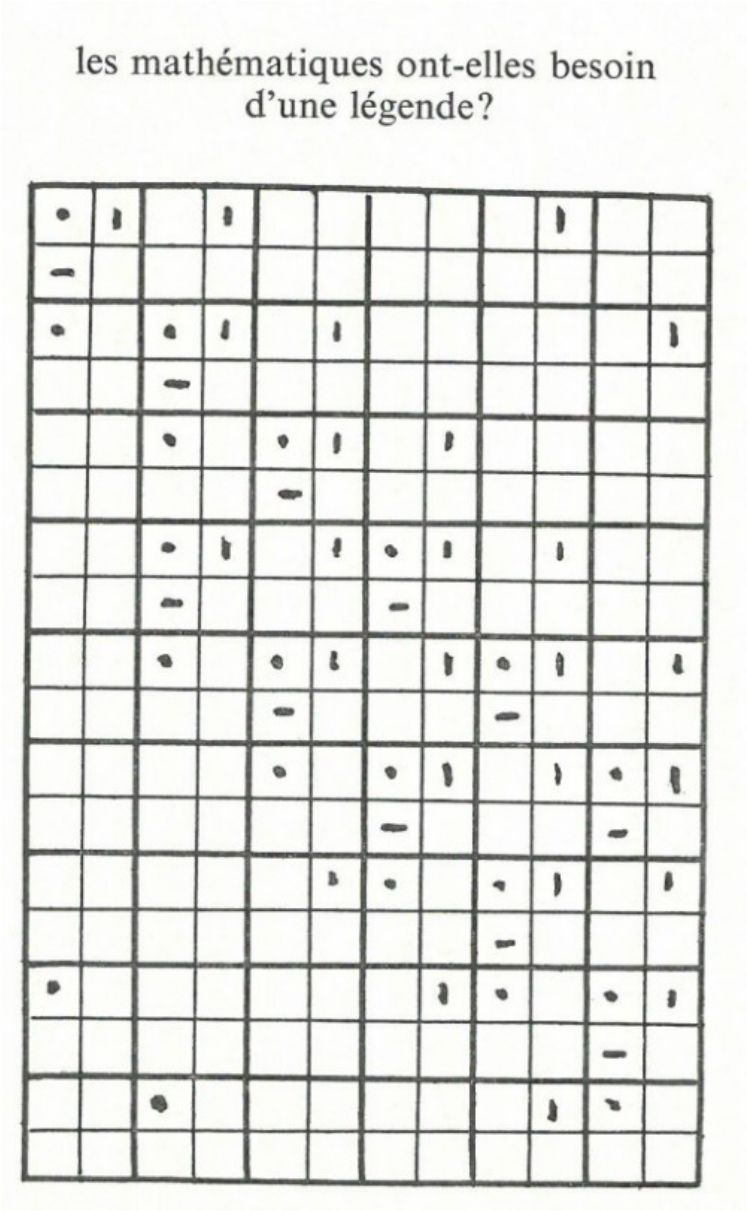
Témoignage 3 ?

À vous de prendre votre plume !

Les mathématiques ont-elles besoin d'une légende ?

Le Comité de la Régionale

Dans le n°8 des Chantiers (décembre 1969) se trouve, sous le sommaire du bulletin, une grille avec cette question « les mathématiques ont-elles besoin d'une légende ? ».



Étonnant ! D'autant plus que dans les Chantiers suivants on ne trouve rien au sujet de cette grille…

Et vous lecteur, qu'en pensez-vous ?

Problèmes à résoudre

Michel Suquet, Alain Bougeard

Dans certains des numéros des Chantiers, des problèmes apparaissent sans qu'aucune solution ne soit proposée par la suite.

En voici quelques-uns. Saurez-vous les résoudre ? Pour cela il suffit de cliquer sur la référence du problème pour nous envoyer votre solution.

PB 1 dans les Chantiers n° 35 (Roger Cuculière)

Soient a et b deux entiers naturels premiers entre eux. Soit S la partie stable de $(\mathbb{N},+)$ engendrée par a et b. Montrer que S contient tous les entiers naturels à partir d'un certain d'entre eux, n_0, que l'on calculera en fonction de a et b.

PB 2 dans les Chantiers n° 35 (Roger Cuculière)

Soit un quadrilatère convexe ABCD. On donne les angles $\widehat{BAC} = 60°$, $\widehat{CAD} = 20°$, $\widehat{ABD} = 50°$, $\widehat{DBC} = 30°$. Calculer l'angle $\widehat{ACD}$.

PB 3 dans les Chantiers n° 35 (Roger Cuculière)

Un train parcourt un certain trajet à une vitesse moyenne de 100 km/h. Il peut accélérer, ralentir, s'arrêter, mais on supposera qu'il ne fait jamais marche arrière. La durée du trajet, en heures, est égale à t (nombre réel positif). Pour quelles valeurs de t peut-on être certain qu'il existe durant le trajet un laps de temps de une heure pendant laquelle le train a parcouru exactement 100 km ?

PB 4 dans les Chantiers n° 38 (auteur inconnu)

n roues dentées sont emboîtées de façon à former une chaîne fermée. On essaye de faire tourner l'une des roues. Le système se mettra-t-il en mouvement ?

PB 5 dans les Chantiers n° 39 (auteur inconnu)

Quel est le maximum de l'aire d'un triangle inscrit dans un cercle de rayon R ?

PB 6 dans les Chantiers n° 39 (auteur inconnu)

Quel est le maximum de l'aire d'un triangle inscrit dans un parallélogramme d'aire A ?

PB 7 dans les Chantiers n° 39 (auteur inconnu)

Quel est le maximum de l'aire d'un rectangle inscrit dans un triangle d'aire A ?

PB 8 dans les Chantiers n° 97 (Michel Suquet)

Un triangle ABC étant donné, est-il possible de construire deux cercles de même rayon tangents entre eux et chacun à deux côtés du triangle ? Est-ce possible avec 3 cercles de même rayon ?

PB 9 dans les Chantiers n° 128 (Michel Suquet)

Une démonstration de l'irrationalité de $\sqrt{2}$ utilisant l'écriture décimale est la suivante :

Supposons que $\sqrt{2}$ soit rationnel : il existe donc 2 entiers m et n tels que $\sqrt{2} = \frac{m}{n}$ avec m et n premiers entre eux. On a donc $2n^2 = m^2$.

L'écriture décimale d'un carré ne peut se terminer que par 0, 1, 4, 5, 6 ou 9 et l'écriture de son double que par 0, 2 ou 8.
Comme $2n^2 = m^2$ l'écriture de m^2 (et par conséquent celle de m) ne peut se terminer que par 0. Si l'écriture de $2n^2$ se termine par 0, celle de n^2 (et donc celle de n) se termine par 0 ou 5.
Ce qui montre que m et n sont divisibles par 5 et cela conduit à une contradiction avec m et n premiers entre eux.

N.D.L.R. : on pourrait penser faire cette démonstration dans d'autres bases que la base 10, notamment la plus simple : la base 2. Malheureusement cela ne fonctionne pas. En effet l'écriture en base 2 d'un carré ne peut se terminer que par 0 ou 1 et l'écriture de son double que par 0. Comme $2n^2 = m^2$, l'écriture de m^2 (et par conséquent celle de m) ne peut se terminer que par 0. Si l'écriture de $2n^2$ se termine par 0, celle de n^2 (et donc celle de n) se termine par 0 ou 1 donc on ne peut relever aucune contradiction… (tout au moins avec ce même raisonnement simple, car on pourrait toujours faire une parodie de la démonstration grecque basée sur le pair et l'impair).

Par contre cela marche très bien en base 3 : l'écriture en base 3 d'un carré ne peut se terminer que par 0 ou 1 et l'écriture de son double que par 0 ou 2. Comme $2n^2 = m^2$ l'écriture de m^2 (et par conséquent celle de m) ne peut se terminer que par 0. Si l'écriture de $2n^2$ se termine par 0, celle de n^2 (et donc celle de n) se termine par 0. Ce qui montre que m et n sont divisibles par 3, ce qui apporte une contradiction à l'hypothèse m et n premiers entre eux.

À partir de là, c'est parti : les mathématiques "expérimentales" prouvent que ce n'est pas possible d'utiliser cette démonstration dans les bases 2, 7, 14, 17, 23, 31, 34… Y aurait-il une loi ? Qui a envie de continuer ?