

COMPTER, C'EST PRENDRE EN COMPTE : LE DÉFI DE L'APPRENTISSAGE DE L'UNITÉ ET DE LA MULTIPLICITÉ POUR LES SCIENCES COGNITIVES

| SILVA* DAVID

Résumé | L'influence des neurosciences cognitives des mathématiques sur les pratiques et les politiques éducatives nécessite une analyse critique de la manière dont elles comprennent en général les nombres et la numération. Sur la base d'un examen de certaines critiques formulées à propos de ce domaine de recherche, nous soutenons qu'il existe une confusion conceptuelle entre la quantité et le nombre qui conduit à ce que toutes les connaissances relatives à la magnitude et à la pluralité soient comprises comme étant déjà médiatisées par les concepts d'unité numérique et de multiplicité des uns impliqués par la numération. Cela implique de présupposer comme déjà acquise une capacité numérique qui doit être constituée dans le processus d'enseignement.

Mots-clés : cognition mathématique, quantité et nombre, unité, enseignement du nombre

Abstract | The influence of cognitive neuroscience of mathematics on educational practices and policies requires a critical analysis of the way in which they generally understand numbers and numeration. Based on an examination of some of the criticisms levelled at this field of research, we argue that there is a conceptual confusion between quantity and number which leads to all knowledge relating to magnitude and plurality being understood as already mediated by the concepts of numerical unit and multiplicity of the ones involved in numeration. This implies presupposing as already acquired a numerical capacity that must be built up in the teaching process.

Keywords: Mathematical cognition, quantity and number, unit, teaching number

I. INTRODUCTION

Les résultats des neurosciences cognitives au sujet des mathématiques ont progressivement eu un impact sur la politique et la pratique de l'enseignement des mathématiques. Des concepts tels que la subitisation, le triple code et maintenant la ligne numérique mentale sont entrés dans le débat sur la manière d'enseigner les nombres et la numération, et ceci pas nécessairement en concordance avec les résultats antérieurs des sciences cognitives, et surtout de la didactique des mathématiques (Roditi, 2023).

Traditionnellement, l'apprentissage d'une conception du nombre indépendante des différents contextes numériques spécifiques était considéré comme une réalisation relativement tardive dans le développement mental des enfants. Piaget, par exemple, est allé jusqu'à affirmer que cette conception du nombre — qu'il appelle abstraite — n'apparaissait dans la plupart des cas, pas avant l'âge de 6 ou 7 ans (Piaget et Szeminska, 1997). Cette position a commencé à être remise en question par une série de recherches en psychologie du développement, en psychologie cognitive et en neurosciences qui ont commencé à postuler, dans un premier temps, l'existence de capacités numériques abstraites à un âge très précoce, et même, dans un second temps, leur caractère inné.

Parmi ces capacités, il y aurait un sens inné du nombre, précis pour les très petites quantités numériques et imprécis pour les quantités numériques plus importantes, qui serait le produit du développement phylogénétique de l'espèce humaine, voire partagé avec d'autres espèces animales, et qui serait indépendant du langage et de tout autre type de signe numérique. Cette capacité serait ancrée dans notre cerveau et générerait un système approximatif de représentation non symbolique des

* École des hautes études en sciences sociales – France – drsilval@uc.cl

nombres. Ce système serait disponible, par un processus de mappage, pour se relier à d'autres zones du cerveau (traitant du langage et d'autres modes de représentation), permettant ainsi : aux symboles numériques (mots, nombres) d'acquiescer leur signification, l'apprentissage du système de nombres et le développement de la pensée arithmétique.

Les résultats de ce type de recherches sur la perception innée des nombres ont un impact croissant sur la modification des pratiques d'enseignement des nombres. Une analyse correcte de ces pratiques ne semble pas prendre en compte un certain nombre de critiques qui ont été formulées à l'encontre de la perspective standard sur la cognition des nombres.

II. CRITIQUES DE LA MANIÈRE DONT LES NEUROSCIENCES COGNITIVES ABORDENT LE NOMBRE

Ces critiques proviennent des neurosciences elles-mêmes, des autres disciplines qui composent le vaste domaine des sciences cognitives, d'autres sciences et disciplines de la connaissance (histoire, philosophie), et parfois des mathématiques elles-mêmes.

1. *Critiques du domaine des neurosciences cognitives*

Leibovich et Ansari (2016), en analysant les preuves disponibles de l'hypothèse selon laquelle les symboles numériques acquiescent leur signification en étant mis en correspondance ou associés à un système antérieur de représentation non symbolique des nombres, concluent que ces preuves ne résolvent pas le problème de l'ancrage symbolique de la cognition numérique. Cela pour deux raisons principales :

1° Tout examen expérimental du système de représentation non symbolique du nombre implique le traitement cognitif à la fois de la numérosité d'une collection donnée et des variables contiguës ou adjacentes à cette numérosité. Si dans une expérimentation on présente, par exemple, des collections des ronds, ceux-ci ont nécessairement une taille moyenne, occupent une surface totale de la surface de représentation, ont une enveloppe convexe, une certaine densité, etc. Ces variables font partie de la grandeur de la collection, de sa magnitude, et parce qu'elles sont liées à la numérosité de la collection, elles ont été appelées « magnitude associée »¹ (Leibovich et al., 2017). Dans le monde réel, les variables de magnitude adjacentes à la numérosité sont souvent corrélées positivement ou négativement avec celle-ci². (Leibovich et Ansari, 2016).

Le point essentiel est qu'il est impossible de manipuler la numérosité d'une collection sans faire varier certaines des variables contiguës, et donc irréalisable de contrôler l'effet de toutes ces variables en même temps. Ainsi, face à une collection d'objets, il s'avère impossible de savoir si les résultats obtenus par les participants aux tâches de comparaison et d'estimation sont uniquement dus à la numérosité ou à d'autres variables adjacentes (Leibovich et Ansari, 2016).

2° Les variables de magnitude associées jouent un rôle important dans l'estimation du nombre d'éléments d'une collection. Lorsque ces variables contiguës sont congruentes avec la numérosité, la performance s'améliore ; sinon la performance est plus faible, affectant ainsi l'acuité du sens supposé non symbolique du nombre, acuité censée dépendre uniquement de la numérosité (Leibovich et Ansari,

¹ Traduction personnelle de « *continuous magnitudes* ».

² Ainsi, en principe, un plus grand nombre d'objets occupera une plus grande quantité d'espace et aura une densité plus élevée, de sorte que si l'on veut qu'ils occupent la même quantité d'espace total ou qu'ils aient la même densité, la taille moyenne de chaque rondelle doit être réduite.

2016). Cet impact des variables contiguës sur la capacité à identifier la numérosité d'une collection est également observé lors de l'apprentissage des symboles numériques.

Par conséquent, si nous prenons en compte les deux raisons mentionnées ci-dessus, le problème de l'ancrage symbolique dans la cognition numérique ne peut alors pas être résolu en supposant que les symboles numériques sont mis en correspondance avec un système non symbolique préexistant spécifique aux nombres. Au contraire, Leibovich, Ansaris et d'autres de ses collègues, soutiennent que :

In other words, to understand the meaning of a number and to understand that the same numerosity is preserved even if continuous variables change, it is necessary to have the ability to inhibit nonnumerical magnitudes when they do not correlate with numerosity (i.e., cognitive control) and to use continuous magnitudes as a cue of numerosity when numerical and continuous variables do correlate. We suggest that similar set of abilities might also be required when a child first learns to connect approximate nonsymbolic numerosities with exact symbolic representations. To understand that 6 apples and 6 watermelons correspond to the same symbolic representation, it is necessary to inhibit other properties of these items that usually correlate with numerosity, such as their size. (Leibovich et Ansari, p. 20)

2. Cognition sur les quantités, cognition sur les nombres

Rafael Núñez (2017) estime nécessaire de distinguer entre cognition de la quantité et cognition numérique. Il accepte que les humains et les autres espèces aient des capacités biologiquement acquises pour discriminer les quantités, mais il remet en question la vision largement acceptée de considérer ces aptitudes comme une capacité évolutive particulière pour le nombre et l'arithmétique. Il propose ainsi de réinterpréter les données de la recherche sur la subitisation, la discrimination des grandes quantités et d'autres capacités similaires comme « *quantical capacities* » biologiquement fondées (Núñez, 2021).

Ces capacités peuvent être développées par référence symbolique à travers de langage, mais cela ne conduit pas nécessairement au nombre — à une quantification symbolique exacte, relationnelle et utilisable avec précision — ni à la numération. Pour les « *numerical capacities* », des pratiques culturelles spécifiques (par exemple la comptabilité des marchandises) — soutenues par le langage, la référence symbolique, les artefacts matériels et, finalement, la technologie de l'écriture — sont nécessaires. Selon le modèle de Núñez (2017), des entités numériques de plus en plus élaborées menant à l'arithmétique et à des mathématiques de plus en plus sophistiquées nécessitent une instruction explicite et une enculturation de plus en plus longue et complexe.

La distinction entre cognition quantitative et cognition numérique nous semble particulièrement pertinente. Contrairement à certaines critiques sur la prétendue imprécision de ce que Núñez appelle « *quantical cognition* »³, nous considérons cette distinction tout à fait claire, elle est d'ailleurs largement documentée dans des disciplines telles que la linguistique, l'anthropologie, l'histoire des mathématiques et même dans les mathématiques elles-mêmes.

3. Le langage de la quantification

En linguistique, l'utilisation de termes numériques n'est considérée que comme un cas parmi d'autres de quantification, laquelle peut se produire aussi par le biais de mécanismes linguistiques non numériques qui permettent de tenir compte de la pluralité et de l'ampleur.

Dans le contexte francophone, Patrick Charaudeau a été l'un des premiers linguistes à étudier la quantification comme une question de grammaire à part entière (Rochel, 2000). Charaudeau (2006) propose un modèle d'analyse de l'opération de quantification en considérant la nature et la classe

³ Pour une explication détaillée de la signification et du pourquoi du terme *quantical* dans l'expression *quantical cognition*, voir le texte de Rafael Núñez : « *Chapter 1 - From quantical to numerical cognition: A crucial passage for understanding the nature of mathematics and its origins* » (2021), en particulier la page 13.

d'appartenance sémantiques des mots auxquels s'applique le degré de quantification ainsi que les modes de détermination de la quantité. Le tableau 1 illustre son modèle à travers quelques exemples ; il montre une partie des options possibles, mais ne constitue pas une synthèse complète des différentes possibilités descriptives et analytiques du modèle proposé.

Tableau 1 – *Types d'opérations de quantification*

		Intensité		Quantité	
		Processus	Propriétés	Êtres non dénombrables	Êtres dénombrables
Indéterminée				Je bois du lait	J'ai mangé des pommes
Nulle		Je ne mange pas/rien	Je bois le café pas sucré	Je ne bois pas de lait	Je n'ai pas mangé de pommes
Relative	Insuffisance	Je mange trop peu/peu/modérément	Je bois le café trop peu/pas assez/peu fort	Je bois très peu/peu de lait	J'ai mangé pas assez de/quelques pommes
	Adéquation	Je mange assez/suffisamment	Je bois le café assez fort	Je bois assez de lait	J'ai mangé suffisamment de pommes
	Excès	Je mange beaucoup/trop/en excès	Je bois le café bien/très/trop fort.	Je bois beaucoup/trop de lait	J'ai mangé beaucoup/trop de pommes
Totalisante			Je bois le café tout froid	Je bois tout le lait	J'ai mangé toutes les pommes
Déterminée					J'ai mangé une/deux/trois pomme(s)

Nous pouvons observer que la quantification est un vaste processus linguistique et que l'utilisation de termes numériques n'est qu'un cas parmi d'autres. Selon Charaudeau (2006), la quantité, par opposition à l'intensité, peut s'appliquer aux mots qui représentent un être :

- s'il s'agit d'un être dénombrable, il appartient à la classe du discontinu et peut être compté en multipliant l'unité de référence ;
- s'il s'agit d'un être non dénombrable, il appartient à la classe du continu et ne peut être compté, de sorte que l'opération de quantification consiste à amplifier la notion de référence.

Nous soulignons que c'est la prise en compte d'une unité de référence qui permet aux êtres dénombrables d'être précisément appréhendables par le nombre. Dans le cas des êtres continus, cela n'est en principe pas possible, à moins qu'ils ne soient dans des contenants qui, étant discrets, sont dénombrables et dont le nombre rend compte de la quantité continue (on peut penser par exemple à exprimer un volume d'eau en nombre de bouteilles : 3 bouteilles d'eau).

Quoi qu'il en soit, la quantité n'est pas nécessairement exacte, et les nombres permettent de la préciser. Cependant, les termes numériques, qui sont en principe précis et exacts en matière de quantification, peuvent également être utilisés de manière approximative, notamment en ce qui concerne la notion d'unité. Prenons l'exemple du terme « un.e » dans des expressions telles que « un

peu » ou « quelques-unes », ou celui des nombres collectifs tels que « trentaine »⁴, qui, dans l'usage linguistique, peuvent ne pas exprimer un nombre exact.

4. *La variation culturelle et historique de l'un, du multiple et du contrôle de la multiplicité*

Dans l'histoire des mathématiques, on sait que les notions et les pratiques numériques n'agissent pas comme un universel anthropologique et historique, et que même des notions fondamentales telles que l'unité numérique ont été soumises à des processus longs et complexes de signification et de re-signification.

La plupart des peuples ne disposaient de termes numériques que pour de très petites quantités, et seul un petit groupe a développé un lexique numérique pour des quantités plus importantes. En nous basant sur le travail d'analyse et de synthèse d'Olivier Keller (2016), on peut souligner que :

- ce type de lexique numérique étendu est l'une des techniques possibles de contrôle quantitatif que différents peuples ont développé et est lié à la constitution de techniques de bijection entre la collection à contrôler et une collection contrôle ;
- la collection contrôle peut être une collection préexistante (autres objets, parties du corps) ou une collection créée ad hoc pour le contrôle quantitatif (marques sur un objet, nœuds, jetons, marques sur une surface de représentation). Ces collections d'objets à compter font appel à des degrés de verbalisation relatifs, ce qui n'est qu'un aspect de la thématization du contrôle de la numération ;
- lorsqu'une collection contrôle commence à être utilisée pour contrôler différentes collections d'objets, elle devient ce que Keller appelle une collection-type spécialement conçue pour le contrôle quantitatif de différentes collections d'objets. Nous préférons parler de collection-témoin, dans la mesure où il s'agit d'une collection qui témoigne de la numerosité d'une autre collection ;
- mais ces collections témoins, ou collection-type selon Keller, ne constituent pas encore des systèmes de numération, car elles sont fortement limitées au nombre d'objets appartenant à la collection témoin, ou au nombre d'objets manipulables à l'échelle humaine. Ce qui est considéré comme l'étape successive vers la numération est la génération de niveaux intermédiaires d'organisation de la quantité qui permettent la génération d'un système récursif avec une multiplicité de degrés d'unités (ce qui dans notre système indo-arabe correspond à la base « dix » conduisant à distinguer les unités simples, les dizaines, les centaines et ainsi de suite).

D'un point de vue historique, les premiers systèmes de numération attestés dépendent fortement de la nature des objets soumis au contrôle quantitatif. C'est le cas en Mésopotamie où il y avait plusieurs systèmes numériques selon le type de denrées soumis à une quantification numérique. Dans ces systèmes : i. le signe écrit de l'unité est différent selon le type de produits ou d'entités quantifiés, ii. le même signe graphique peut avoir des valeurs numériques différentes dans un autre système, et iii. la base de numération n'est pas non plus uniforme d'un système à l'autre (Chambon, 2003).

⁴ Pensez par exemple à l'expression « une trentaine de personnes », qui ne correspond pas nécessairement à trente personnes. En linguistique, les « nombres collectifs » sont les termes qui expriment des quantités numériques qui agissent comme un tout, c'est-à-dire comme une unité plus grande. C'est pourquoi on les retrouve dans les noms des différentes bases numériques : dizaine, douzaine, quinzaine, vingtaine, soixantaine, etc. ; cas où, évidemment, ils permettent d'exprimer une valeur quantitative exacte.

L'émergence d'un système de numération unifié pour tous les aspects de la numération est historiquement le fruit d'un processus à long terme impliquant de multiples aspects du nombre et ses différentes formes d'apparition. À cet égard, il est significatif que la notion d'unité, sa relation avec le nombre un et le reste de la numération, ait fait l'objet de nombreux débats et que, même au début de la modernité on discutait encore de l'affirmation euclidienne selon laquelle les nombres commencent à partir de deux, un étant considéré comme l'unité de la numération et l'élément formant les nombres⁵.

III. L'APPRENTISSAGE DE LA NUMÉRATION ET LE PROBLÈME DE LA MULTIPLICITÉ DE L'UNITÉ

Sur la base des critiques et des considérations exposées ci-dessus, nous pouvons analyser l'impact que la recherche sur la capacité innée à percevoir les nombres. Nous avons identifié l'émergence d'une série de pratiques éducatives dans lesquelles les jeunes enfants doivent identifier le plus rapidement possible (idéalement sans l'aide des doigts ou de tout autre support de comptage) la quantité numérique présente dans une collection présentée de manière fugace. L'idée est que l'enfant réponde à la question de savoir combien d'objets il y a, simplement en les regardant, ce qui faciliterait l'établissement d'une correspondance entre la série de mots numériques et la perception innée de la quantité numérique des objets présentés. Le jeune enfant percevrait déjà ces quantités numériques, et il lui suffirait d'associer le nom du nombre au nombre perçu. On attend également de l'enfant qu'il soit capable de comparer de manière estimative des collections d'objets plus grands, qui sont simplement présentés à sa perception, rapidement et sans utiliser aucune stratégie symbolique, de comptage ou de mesure.

Des exemples de ces activités peuvent être trouvés dans un certain nombre de jeux informatiques tels que « La course aux nombres » (2004) et « L'Attrape-Nombres » (2011). Ces jeux sont spécialement conçus pour consolider les liens entre les trois représentations des nombres (iconique, verbale, indo-arabe) et améliorer la compréhension spatiale des nombres (Dehaene, 2010). Actuellement, cette perspective se retrouve dans certains des mini-jeux de la plateforme « Teach Your Monster Number Skills: Math Games » (2023), ou dans les activités plus ou moins ludiques qu'un certain nombre d'éducateurs ont générées autour de l'idée de subitisation.

On a même remarqué l'apparition d'activités didactiques explicitement liées à l'idée de subitisation⁶. Celles-ci consistent généralement à présenter successivement une série d'images contenant des ensembles d'éléments (généralement des points), devant lesquelles les enfants doivent rapidement verbaliser le nombre correspondant ou l'écrire en chiffres indo-arabes. Dans certaines de ces activités⁷, nous avons constaté que la réception pédagogique de la notion de subitisation est mal interprétée, voire confondue avec la capacité de décompte elle-même : dans plusieurs des images présentées, le nombre d'éléments dépasse la « tranche de subitisation ». Dans la plupart des cas, ces éléments sont présentés sous forme de constellations (points ou traits), c'est-à-dire une structure sous-jacente à l'organisation visuelle des éléments, facilement reconnaissable et partagée culturellement (comme les faces d'un dé), qui nécessite un apprentissage préalable, aussi simple soit-il. Ces procédures graphiques d'organisation

⁵ Euclide, au chapitre 7 des *Éléments*, indique, dans la première définition, que l'unité est ce à partir de quoi on dit que chaque chose est un et que, dans la deuxième définition, que le nombre est une multiplicité de unités (Euclide d'Alexandrie, 1994). Pour une discussion et une analyse de la permanence de cette distinction entre unité et nombre au début de la modernité, par exemple dans l'ouvrage de Tartaglia, voir « *"New" early modern evidence for Jacob Klein's theses* » de Giovanna Cifoletti (2019).

⁶ En tant que phénomène pédagogique émergent, se retrouvent dans les nouvelles technologies de l'information et de la communication, comme les sites web et les plateformes de distribution de contenus en ligne.

⁷ Voir, par exemple, « *Summer Subitizing: Math Brain Breaks* » (Move and Groove Math, 2022), « PARLONS NUMÉROS - Subitiser avec fluidité » (Madame Mindset, 2021) et « Subitising » (TeachEzy, 2016).

des quantités dépassent la simple capacité de subitisation, c'est-à-dire la perception directe et exacte des petites quantités.

En outre, les activités qui utilisent correctement cette idée de subitisation posent également des difficultés. En général, les stratégies d'enseignement qui se concentrent sur l'association entre le nom des nombres, leur écriture en chiffres indo-arabes et la quantité d'objets déjà présélectionnés comme faisant partie d'une collection soumise à dénombrement comportent certains risques. Dans de telles collections, la détermination de l'unité et de la multiplicité est toujours très simple. En agissant ainsi, on délaisse le développement des compétences d'identification, de discrimination et de sélection de l'unité pertinente pour le décompte d'une multiplicité possible, ce qui peut affecter la capacité d'utilisation abstraite des nombres, c'est-à-dire que ce que les nombres permettent de spécifier, c'est la cardinalité d'une collection indépendamment de la nature et du type d'éléments, ou des arrangements des éléments.

Traditionnellement, dans l'enseignement des nombres et de la numération, un effort important a été fait pour séparer le concept de nombre des caractéristiques perceptives spécifiques de la collection à dénombrer. Pour ce faire, les collections d'objets sont variées selon différents types de caractéristiques. Une activité typique consistait à montrer aux jeunes enfants une série d'objets ou de figures qui partageaient des caractéristiques communes et divergeaient sur certains aspects (par exemple, leur forme générale, certains détails morphologiques spécifiques, leur taille, leur couleur, leur densité entre autres). Parfois, l'enfant était sollicité sur un aspect, parfois sur d'autres. L'objectif est de construire une notion de nombre indépendante de toute caractéristique particulière des objets considérés. Dans un premier temps, l'enfant est invité à marquer ou à signaler les objets ou les images qui répondent au critère de sélection. Une fois que l'enfant est capable d'identifier une collection sur la base d'une caractéristique marquée, on lui demande de compter le nombre d'objets présentant ces caractéristiques. Pour ce faire, l'enfant pouvait d'abord réciter, avec ou sans l'aide des doigts de la main, les premiers éléments de la comptine numérique.

Cette comptine numérique lui avait été enseigné dès le plus jeune âge, à travers un processus long et répétitif de récitation, et d'exigence de récitation devant un large éventail de pluralités. Il faut noter un double usage de la main lors des premières phases de ce processus : d'une part, les éléments de la pluralité sont pointés un à un avec un doigt, et d'autre part, les doigts sont utilisés comme registres des pluralités prises en compte. On peut ainsi réciter les mots « un », « deux » et « trois », désigner trois objets différents et lever trois doigts de la main. Il s'agissait ainsi d'établir une relation étroite entre les très petites quantités d'objets, la séquence des doigts, et la séquence des noms des premiers nombres. Il faut noter que les doigts des mains remplissent un rôle de collection-témoin vis-à-vis de la petite collection d'objets sous contrôle quantitatif : une collection d'objets auxiliaires (les doigts) est utilisée pour servir de registre de la numérosité. Cette collection-témoin sert également de médiateur pour l'association entre la cardinalité et le nom des nombres qui lui correspond.

Outre l'utilisation de cette comptine numérique pour le dénombrement d'objets, les enfants ont été invités et entraînés à comparer les cardinaux de deux collections. Cette comparaison pouvait être effectuée par simple estimation, sans recours à des termes numériques mais par le biais de termes quantitatifs indéterminés (moins, plus, même) ou par des stratégies précises mais non numériques telles que la correspondance terme à terme entre les membres des deux collections. Si la mise en correspondance terme à terme échoue (ce qui correspond mathématiquement à une injection), alors les deux collections sont différentes quant à leur cardinalité. Si elle réussit (ce qui correspond mathématiquement à une bijection), alors les deux collections sont égales en nombre, et cela est établi sans qu'il soit nécessaire de recourir à un nombre particulier pour assurer cette égalité.

Nous identifions ainsi dans ce type d'activités traditionnelles d'enseignement des nombres et du dénombrement un effort considérable pour séparer la numérosité d'une collection non seulement des caractéristiques accessoires de la collection (par exemple, la couleur des objets) mais aussi des caractéristiques associées à la numérosité (par exemple, la taille ou la densité). Nous émettons l'hypothèse que ces activités contribuent à développer les compétences de contrôle cognitif nécessaires pour inhiber les variables quantitatives non numériques lorsqu'elles ne sont pas corrélées à la numérotation, et pour les utiliser comme indices lorsque ces variables contiguës sont corrélées. Ceci est également associé à un effort explicite pour constituer la quantité et le nombre comme deux domaines liés mais distincts.

IV. CONCLUSION

Nous considérons les activités traditionnelles d'enseignement du calcul que nous avons décrites et analysées comme des activités qui cherchent à désinstancier progressivement le nombre non seulement des caractéristiques particulières et spécifiques de la collection d'objets, mais aussi de leurs caractéristiques quantitatives non numériques. De plus, un travail sur la numérosité d'une collection peut être abordé en termes non numériques, mais précis, comme le montrent les techniques de correspondance terme à terme entre les membres de deux collections.

Ces activités traditionnelles nous semblent correspondre à certaines des critiques formulées à l'encontre des neurosciences cognitives des mathématiques, une discipline qui a un impact croissant sur l'enseignement des nombres et qui a impliqué une modification de l'intérêt des activités pédagogiques : partant du principe que l'unité et la multiplicité des uns qu'implique la numération sont données d'avance, les pratiques éducatives se concentrent sur la génération d'une correspondance entre le mot ou le signe numérique indo-arabe qui désigne le cardinal d'un ensemble donné d'objets discrets préalablement sélectionnés en tant que membres d'une collection.

Ce déplacement du centre d'intérêt des activités didactiques sur le nombre présente le risque de ne pas développer les compétences de contrôle cognitif liées aux activités sur le nombre. Et il nous semble que c'est précisément l'un des défis que la neuroscience cognitive du nombre doit expliquer : non seulement on peut compter numériquement des choses manifestement discrètes et qui sont manifestement membres d'une même catégorie d'objets, dont l'unité correspond sans problème à la discrétisation des membres d'une collection, mais le contraire est aussi vrai. Un, deux ou trois ne sont pas des concepts qui, dans leur valeur numérique fondamentale, s'appliquent à un, deux ou trois aspects discrets donnés simplement dans l'expérience du monde. Au contraire, un, deux ou trois sont des concepts qui peuvent être appliqués à un, deux ou trois aspects profondément différents de l'expérience du monde, apparaissant comme des membres, malgré leurs dissemblances, abordables comme similaires. C'est le vieux problème de l'impossibilité d'additionner des pommes et des oranges, ce qui n'est pas tout à fait vrai puisqu'elles font toutes les deux parties de la catégorie plus générale des fruits, ce qui signifie qu'elles peuvent être comptées comme faisant partie de la même grande unité avec les unités qui la composent.

C'est cette récurrence du concept de nombre qui en fait un objet d'étude en soi. En effet, savoir compter n'est pas savoir identifier le nombre précis d'éléments de la même catégorie qui apparaissent dans l'expérience ; savoir compter c'est savoir appliquer à un ensemble d'éléments, toujours différenciables, la même considération selon l'activité pertinente dans laquelle une telle activité de dénombrement apparaît. Savoir compter, c'est savoir prendre en compte.

RÉFÉRENCES

- Chambon, G. (2003). Archaic metrological systems from Ur. *Cuneiform Digital Library Journal*, 5.
https://cdli.ucla.edu/pubs/cdlj/2003/cdlj2003_005.html
- Charaudeau, P. (2006). *Grammaire du sens et de l'expression*. Hachette.
- Cifoletti, G. C. (2019). New early modern evidence for Jacob Klein's theses. Dans B. Hopkins et J. Drummond (dir.), *The new yearbook for phenomenology and phenomenological philosophy. Volume 18, Special Issue: Gian-Carlo Rota and the end of objectivity* (p. 488-533). Routledge.
- Dehaene, S. (2010). The calculating brain. Dans D. A. Sousa (dir.), *Mind, brain, and education: Neuroscience implications for the classroom* (1^{re} éd, chap. 9). Solution Tree.
- Euclide d'Alexandrie. (1994). *Les éléments* (B. Vitrac, trad. et comment.) [Traduits du texte de Heiberg. Volume II. Livres V-VI : Proportions et similitude. Livres VII-IX : Arithmétique]. Presses universitaires de France
- Keller, O. (2016). *L'Invention du nombre. Des mythes de création aux Éléments d'Euclide*. Classiques Garnier. <https://classiques-garnier.com/l-invention-du-nombre-des-mythes-de-creation-aux-elements-d-euclide.html>
- Wilson, A. et Dehaene, S. (2004). *La course aux nombres* [Logiciel].
<https://www.lacourseauxnombres.com/nr/home.php>
- Unité INSERM-CEA de NeuroImagerie cognitive. (2011). *L'Attrape-Nombres* [Logiciel].
<https://www.attrape-nombres.com/an/home.php>.
- Leibovich, T. et Daniel A. (2016). The symbol-grounding problem in numerical cognition: A review of theory, evidence, and outstanding questions. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 70(1), 12-23. <https://doi.org/10.1037/cep0000070>
- Leibovich, T., Naama K., Maayan H. et Avishai H. (2017). From “sense of number” to “sense of magnitude”: The role of continuous magnitudes in numerical cognition. *Behavioral and Brain Sciences*, 40, Article e164. <https://doi.org/10.1017/S0140525X16000960>
- Madame Mindset. (2021). *Parlons numéros. Subitiser avec fluidité, niveau 1 (Let's talk numbers - Subitizing in French) (DPA/APQ)* [Vidéo]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=cKj_Gg5b7dM
- MoveMove and GrooveGroove Math. (2022). *Summer subitizing: Math brain breaks* [Vidéo]. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=zqi4GEyuulQ>
- Núñez, R. E. (2017). Is there really an evolved capacity for number? *Trends in Cognitive Sciences*, 21(6), 409-424. <https://doi.org/10.1016/j.tics.2017.03.005>
- Núñez, R. E. (2021). From quantical to numerical cognition: A crucial passage for understanding the nature of mathematics and its origins. Dans W. Fias et A. Henik (dir.), *Heterogeneous contributions to numerical cognition* (p. 1-23). Academic Press. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-817414-2.00004-X>
- Piaget, J. et Szeminska, A. (1997). *La genèse du nombre chez l'enfant* (7^e éd.). Delachaux et Niestlé.
- Rochel, G. (2000). La quantification nominale dans les grammaires françaises des dix dernières années. Dans M. S. Mañes, L. A. Anguita et M. del Carmen Molina Romero (dir.), *La philologie française à la croisée de l'an 2000 : panorama linguistique et littéraire* (Vol. 2, p. 123-132). Universidad de Granada. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=1390515>

Roditi, E. (2023). Les neurosciences cognitives et l'enseignement des nombres à l'école - réflexions didactiques. *Grand N*, (112), 5-24.

The Usborne Foundation (2023). *Teach your monster number skills: Math games* [Site internet ludique].
<https://www.teachyourmonster.org/numberskills>

TeachEzy. (2016). *Subitising* [Vidéo]. YouTube. <https://www.youtube.com/watch?v=JzuO6CfNwNE>