

Résumé | Cette recherche analyse l'impact de la complexité de l'énoncé sur la capacité des élèves à produire une preuve. En s'appuyant sur la théorie des situations didactiques de Brousseau et l'influence des variables didactiques, six élèves de 4^e seront observés lors de la résolution de trois problèmes isomorphes, où la présentation de l'information variera. L'analyse des enregistrements vidéos permettra d'évaluer leurs difficultés et l'impact de ces variations sur leur démarche de preuve.

Mots-clés : géométrie, preuve, variables didactiques, résolution de problèmes, problèmes isomorphes

Abstract | This research analyzes the impact of the complexity of the statement on student's ability to produce a proof. Based on Brousseau's theory of didactic situations and the influence of didactic variables, six 4th grade students will be observed while solving three isomorphic problems, where the presentation of the information will vary. The analysis of the video recordings will make it possible to evaluate their difficulties and the impact of these variations on their proof approach.

Keywords: Geometry, proof, didactic variables, problem solving, isomorphic problems

I. INTRODUCTION

La géométrie occupe une place centrale dans le curriculum scolaire, favorisant la pensée spatiale, le raisonnement logique et la résolution des problèmes complexes (Duval, 1995 ; Fujita et Jones, 2007). La preuve géométrique, en validant les résultats, développe la pensée critique, l'argumentation logique et la communication mathématique (Balacheff, 1987). Cependant, sa construction demeure complexe pour de nombreux d'élèves, en raison des formulations d'énoncés et des variables didactiques qui influencent leur compréhension (Brousseau, 1986). Ces difficultés proviennent d'obstacles épistémologiques, de malentendus sur la nature de la preuve et d'erreurs dans l'application des propriétés géométriques (Balacheff, 1987 ; Duval, 1991). Formaliser une preuve exige non seulement la maîtrise des théorèmes, mais aussi l'organisation du raisonnement et la justification des étapes (Mariotti, 2000). Les pratiques pédagogiques traditionnelles, basées sur la transmission de théorèmes, s'avèrent insuffisantes pour surmonter ces difficultés (Laborde, 1995). Des approches alternatives, comme l'utilisation de logiciels de géométrie dynamique, favorisent la compréhension des concepts et la formulation des conjectures (Hölz, 1996). De plus, la manière dont l'information est présentée joue un rôle crucial dans la capacité des élèves à s'appropriier les notions géométriques et à structurer leurs démonstrations.

Cette étude de cas analytique, basée sur la théorie des situations didactiques de Brousseau (1986) analyse l'impact des variables didactiques sur l'apprentissage de la preuve géométrique chez six élèves de 4^e année. L'expérimentation repose sur la résolution de trois problèmes isomorphes, mais contextuellement différents, impliquant la démonstration de l'alignement de trois points. Chaque élève résout individuellement ces problèmes à intervalles réguliers de deux semaines, permettant d'observer l'évolution de leurs stratégies et de mieux comprendre comment ils articulent les propriétés géométriques dans leurs raisonnements. L'objectif est donc d'identifier les variables qui facilitent ou entravent la construction de preuves afin de proposer des ajustements pédagogiques, notamment en optimisant la présentation des énoncés et en développant des outils didactiques plus adaptés. Ainsi, la

* Faculté de formation des enseignants, Université Al Makassed de Beyrouth – Liban – micheline.fayad3@gmail.com

question centrale de cette recherche est la suivante : Dans quelle mesure la formulation d'un problème de démonstration en géométrie influence-t-il la capacité des élèves à construire une preuve ?

II. CONTEXTE ET CADRE THÉORIQUE

1. *Annonce du cadre théorique utilisé dans cette recherche*

Cette étude, porte sur la capacité des élèves à interpréter les informations d'un énoncé pour construire une preuve en géométrie. Le cadre théorique dans lequel notre travail de recherche s'inscrit est la théorie des situations didactiques de Brousseau, avec la mise en avant de la notion de variables didactiques.

L'expérience consiste à complexifier trois problèmes géométriques isomorphes en manipulant certaines variables didactiques telles que le type du problème présenté ainsi que son ordre de présentation, afin d'étudier l'effet de ces variables sur la qualité de la production des élèves et sur leur construction de la preuve

2. *Notion de variables didactiques*

« Les variables didactiques permettent à l'enseignant de moduler les conditions d'un problème pour faire apparaître ou disparaître certaines connaissances. Elles influencent directement les stratégies et les conceptions des élèves face aux situations d'apprentissage » (Brousseau, 1997, p. 42). Donc, selon Brousseau, ce sont des éléments contrôlables par l'enseignant influençant la manière dont les élèves abordent un problème en modulant sa difficulté à travers sa structure, la présentation des données, et le contexte dans lequel le savoir est mobilisé.

Dans cette recherche, plusieurs variables didactiques sont manipulées pour observer leur impact sur la capacité des élèves à construire des preuves géométriques :

- a) Le type de problème géométrique : L'étude inclut des problèmes issus de différents sous-domaines de la géométrie (euclidienne, analytique, et situations de la vie réelle), permettant de comparer les difficultés rencontrées par les élèves dans différents contextes.
- b) L'ordre de résolution : L'étude analyse si l'ordre dans lequel les six élèves résolvent les trois problèmes isomorphes influence la résolution en favorisant la familiarité croissante avec les concepts et les types de preuves.

Ces variables aident à comprendre la mobilisation des connaissances et des compétences de raisonnement des élèves, ainsi que la nature des erreurs qu'ils commettent et les stratégies qu'ils utilisent.

3. *Argumentation, preuve et démonstration*

Plusieurs didacticiens ont distingué entre argumentation, preuve et démonstration, trois concepts interconnectés et notions clés en enseignement des mathématiques. L'argumentation est un processus de raisonnement basé sur des justifications intuitives, contextuelles ou exploratoires, facilitant l'explication, la conjecture et l'apprentissage, sans suivre nécessairement une structure déductive formelle. Elle constitue une étape intermédiaire vers une validation plus rigoureuse.

La preuve, quant à elle, est une justification déductive établissant la vérité d'une proposition mathématique. Issue d'une argumentation exploratoire (Mariotti, 2000) ou contextuelle (Balacheff, 1987), elle nécessite une formalisation rigoureuse, souvent difficile pour les élèves (Duval, 1995).

Alors que la démonstration est une preuve institutionnalisée respectant les normes académiques et les règles formelles du raisonnement mathématique, assurant une justification rigoureuse et communicable (Hanna, 2000). Toulmin (1958) souligne son rôle pédagogique en reliant argumentation intuitive et raisonnement formelle. Son enseignement explicite est essentiel à l'apprentissage.

Comprendre comment ces concepts sont perçus par les élèves et comment ils peuvent être enseignés de manière efficace aide à améliorer l'apprentissage de la preuve en géométrie.

III. MÉTHODOLOGIE

1. Conception de l'étude

Cette étude qualitative analytique s'appuie sur « l'entretien clinique » qui, selon Robert Glaser, vise à comprendre l'application des connaissances des élèves dans des situations d'apprentissage complexes et l'ajustement de leurs stratégies en fonction des tâches données ; ce qui permet de recueillir des données qualitatives précieuses sur leurs pensées afin de concevoir des programmes d'enseignement adaptés à leurs besoins cognitifs, favorisant ainsi l'acquisition des compétences en résolution de problèmes. Six participants ont été observés et interrogés à trois reprises, dans trois séances d'« entretien clinique », espacées de deux semaines pour limiter le transfert automatique des solutions ; ils ont résolu trois problèmes différents, mais isomorphes, choisis selon des variables didactiques, et impliquant l'alignement des trois points.

2. Les problèmes

Chacun parmi les six participants a été confronté séparément aux trois problèmes géométriques différent l'un de l'autre : P1 problème de géométrie euclidienne, P2 problème de géométrie analytique et P3 problème de géométrie de vie réelle (voir Annexe A). Lors de la première séance, chaque deux ont résolu la même version ; deux semaines plus tard, ils ont abordé une deuxième version, puis une troisième après encore deux semaines, suivant un ordre distinct. Ainsi, tous ont traité les trois versions dans des séquences variées. (Voir **Tableau 1** ci-dessous).

Tableau 1 – Répartition des trois versions différentes entre les six participants

Participants	1 ^{er} problème à résoudre	2 ^e problème à résoudre	3 ^e problème à résoudre
E1	P1	P3	P2
E2	P1	P3	P2
E3	P3	P2	P1
E4	P2	P1	P3
E5	P2	P1	P3
E6	P3	P2	P1

Les trois problèmes géométriques sont isomorphes car ils partagent des structures logiques et des objectifs communs en termes de démonstration : prouver l'alignement des points. Bien qu'ils diffèrent par leur contexte (euclidien, analytique, vie réelle) et leurs outils de résolution, les concepts fondamentaux de symétrie et d'alignement traversent tous les problèmes : tous impliquent des configurations géométriques qui requièrent des raisonnements similaires pour prouver que des points sont colinéaires, qu'il s'agisse d'un rectangle dans P1, des axes de coordonnées dans P2, ou de points clés d'un parc dans P3. Cette variété introduit une complexité cognitive, car les élèves doivent adapter leurs stratégies à chaque contexte. Cette complexité réside dans la présentation des informations où les

tâches ont été soigneusement choisies en fonction du type de problème géométrique afin d'explorer différentes facettes du raisonnement géométrique. Comparativement, P1 est plus familier aux élèves en raison de sa formulation traditionnelle reposant sur une construction classique avec symétries. Tandis que P2 et P3 introduisent des défis supplémentaires : P2 introduit un cadre analytique avec des coordonnées et une démonstration qui implique des calculs algébriques et des propriétés de points sur un plan cartésien ; P3 présente une situation de la vie réelle avec une description imagée, ce qui demande aux élèves de transposer une situation concrète en termes géométriques abstraits. Ces différences textuelles sont cruciales pour tester l'impact des variables didactiques sur la capacité des élèves non seulement à comprendre et à résoudre des problèmes de preuve géométrique, mais aussi à appliquer les mêmes concepts dans des contextes différents. Les élèves doivent produire des preuves formelles : raisonnement déductif pour P1 et P2, modélisation pour P3. Les variables didactiques ont été manipulées pour étudier l'effet de la présentation et de l'ordre des problèmes sur leurs performances. Pour assurer la validité de l'expérience, l'ordre a été contrôlé pour éviter l'application automatique de stratégies et assurer un raisonnement adapté, l'isomorphie des problèmes garantit même nature des tâches permettant une comparaison fiable et la présentation a été rigoureusement encadré pour éliminer les biais involontaires dans l'expérimentation.

3. *Les participants*

Les participants à cette étude sont des élèves de treize ans dans une école privée française multiculturelle du Liban Nord (École des Sœurs Maronites de la Sainte Famille, Saint Simon, Beit-Mellat, Akkar). Ils ont terminé la 8^e année et ont été promus en 9^e année. Selon leurs notes scolaires et leurs classements, ils sont considérés comme des élèves brillants en mathématiques.

4. *Procédures*

Les problèmes ont été présentés à chacun des participants en français. Deux semaines ont séparé les trois séances de résolution de problèmes l'une de l'autre, afin d'éviter toute comparaison, de réduire les chances d'utiliser les mêmes stratégies de résolution et de laisser la possibilité d'utiliser des stratégies plus avancées, ou du moins différentes, pour le deuxième et le troisième problème. Un crayon à mine, une boîte de géométrie et une feuille de papier avec l'énoncé du problème étaient à la disposition de chacun des participants. Ils avaient pour consigne de ne pas utiliser d'autre papier brouillon, d'écrire toutes ses tentatives de résolution sur la feuille fournie et d'encadrer ce qu'ils écrivent en cas d'erreur.

Les participants ont été interviewés selon la technique « entretien clinique ». Tout au long de l'entretien, on a pris soin de ne pas interférer dans le processus de résolution, ni de suggérer une quelconque voie de solution, ni d'exprimer une approbation, une surprise ou un choc face à l'une des réponses des participants. On a demandé à chacun « comment » et « pourquoi » il avait abordé le problème d'une manière ou d'une autre, notamment en lui posant des questions telles que : pourquoi avez-vous choisi cette méthode ? Qu'est-ce qui vous fait penser que cela vous aidera ? Quelle est la difficulté à laquelle vous avez fait face ? Pourquoi pensez-vous que cette méthode ne fonctionnera pas ?

Pendant le travail de chacun des participants, des notes de terrain ont été prises pour enregistrer toutes leurs tentatives de résolution. La séance a été enregistrée sur bande vidéo afin de garder une trace de leurs discours à voix haute et de leurs interactions avec l'intervieweur. L'objectif principal de ces entretiens et observations était de capturer l'émergence du problème de chacun d'entre eux, résolution et pensée géométrique, représentations et procédures, opérations mentales sous-jacentes et

une progression allant de l'argumentation vers la démonstration, pour plus tard comparer entre les plans de solutions et les stratégies de réflexion utilisées dans les trois séances.

IV. ANALYSE ET RÉSULTATS

1. *Analyse des productions de chacun des six participants*

E1 a démontré une flexibilité dans sa pensée en explorant différentes stratégies pour prouver l'alignement des points. Dans P1 (37 min), il a passé 15 min à réfléchir comment montrer que MÂE est plat, puis il a démontré que A est le milieu de [ME], en s'appuyant sur la congruence des triangles et la propriété de la médiane avec des raisonnements déductifs et visuo-spatiaux parfois peu rigoureux. P3 (40 min) lui a posé des difficultés : il a démontré la congruence des triangles ABC et ACD pour prouver que ABCD est un parallélogramme, puis appliqué le théorème des milieux. P2 (23 min), a été limité par une inversion des axes, l'amenant à privilégier la visualisation sans démonstration analytique formelle. Son raisonnement s'est fluidifié au fil des séances, mais il manque encore de structure analytique rigoureuse.

E2 a mobilisé dans P1 (35 min) un raisonnement déductif, analogique et par essai-erreur, avec des justifications basées sur les propriétés géométriques et la symétrie. Il a pu prouver l'alignement des points par deux méthodes différentes : tout d'abord en utilisant la superposition des triangles puis en utilisant la symétrie pour construire un rectangle et appliquer la propriété de ses diagonales. Ensuite, P3 (43 min), temps plus long a été pour lui plus difficile où il a modélisé un parc, prouvé que ABCD est un parallélogramme et appliqué le théorème des milieux pour renforcer la démonstration. Pour P2, où la durée de résolution a drastiquement diminué (19 min), E2 a annoncé : « *J'ai appris à utiliser les coordonnées et cela m'aide à aller plus vite ici.* » ; ce qui indique que le raisonnement est devenu plus fluide à ce stade. Il a démontré l'alignement par la congruence des triangles en plaçant les points dans un repère orthonormé, mais ses justifications manquaient parfois de rigueur formelle.

E3 a pris beaucoup de temps (50 min) à résoudre P3 ; il a démontré l'alignement via le théorème des milieux en prouvant que ABED est un parallélogramme, passant d'une argumentation intuitive à une démonstration formelle. Le temps a diminué significativement pour les deux autres versions indiquant une adaptation progressive au type de raisonnement exigé. Dans P2 (30 min), il a placé les points dans un repère et invoqué la réciproque du théorème des milieux pour conclure que O est le milieu de [SL] ; mais ses justifications, reposant sur des observations directes sans vérifications analytiques précises, manquaient de rigueur. Puis dans P1 (18 min), il a appliqué la symétrie et les propriétés des rectangles pour prouver l'alignement via la réciproque du théorème des milieux **par un raisonnement déductif et spatial**.

E4 a abordé dans P2 (36 min), l'alignement des points en prouvant la congruence des triangles et en utilisant la propriété de la médiane avec une progression intuitive suivie d'une tentative de preuve manquant de rigueur formelle. Ensuite, le passage à P1 a montré une amélioration de l'efficacité, avec une réduction du temps (22 min) ; E4 a prouvé l'alignement par la congruence des triangles et un raisonnement déductif basé sur la symétrie et le parallélisme. En revanche, le temps de résolution a augmenté dans P3 (30 min), ce qui suggère une difficulté accrue face à la modélisation de situations concrètes. E4 a utilisé la congruence des triangles pour établir l'alignement. Ses justifications combinaient observations visuelles, propriétés géométriques et approches empiriques, bien que parfois incomplètes.

E5 a utilisé le théorème de Pythagore dans P2 (34 min) pour calculer les longueurs SO et OL dans les triangles rectangles SEO et OFL, ce qui lui a permis de conclure l'alignement des points S, O et L.

par un raisonnement déductif, visuo-spatial et algébrique avec une progression allant de l'argumentation intuitive à une démonstration formelle, bien que parfois imprécis. Ensuite, dans P1 où le temps de résolution est réduit (23 min), E5 a pu prouver l'alignement par deux méthodes différentes : Tout d'abord, il a appliqué le théorème de Pythagore pour calculer les longueurs MA et AE dans les triangles TAM et LAE, prouvant ainsi qu'ils sont deux triangles rectangles. Puis dans une deuxième méthode, il a construit la médiane [PS] dans le triangle PME, qui est rectangle en E, et a démontré l'alignement des points M, A et E en remarquant visuellement que S et A sont confondus, tout en utilisant la propriété de la médiane. Son raisonnement a progressé d'une argumentation exploratoire à une preuve empirique, mais manquant de rigueur théorique.

Finalement dans P3 où la durée de résolution a augmenté (33 min), E5 a annoncé : « *Il est difficile de tout visualiser sans figure précise. Il y a trop d'éléments à gérer en même temps.* » ; il a exploité la symétrie et la propriété des diagonales d'un rectangle avec une progression structurée mais des justifications souvent intuitives.

E6 a pris beaucoup de temps à résoudre P3 (54 min), il a modélisé la situation avec un rectangle, appliqué le théorème des milieux pour prouver que l'entrée se trouvait au milieu du segment reliant les stations de bus, tout en exploitant la symétrie des diagonales. Ensuite, le temps a diminué significativement pour les deux autres versions, indiquant une adaptation progressive au type de raisonnement exigé.

Dans P2 (28 min), E6 a utilisé des approches visuelles et géométriques classiques, notamment la symétrie axiale et la superposition de triangles pour justifier l'alignement des points. Sa progression s'est déroulée en trois étapes : argumentation intuitive, preuve partielle et tentative de démonstration plus formelle. Bien que son raisonnement a été structuré, il manquait parfois de rigueur analytique.

Enfin, E6 a résolu P1 en seulement 15 min en s'appuyant sur les propriétés des parallélogrammes. Il a annoncé lors de la troisième séance : « Je sais déjà que les symétries jouent un rôle dans les alignements. Donc, je vais directement tracer les symétriques et utiliser la propriété du parallélogramme. ». Nous pourrions dire alors que l'acquisition d'une certaine familiarité avec les propriétés géométriques dans les versions précédentes lui a aidé à prouver l'alignement en un temps assez court.

2. *Synthèse de l'analyse des résultats*

C'est bien clair que l'ordre de présentation des versions a eu un impact significatif sur la performance des participants, en particulier ceux qui ont commencé par le problème de géométrie de vie réelle (P3), car cela leur a permis d'améliorer leur raisonnement spatial et analytique pour les problèmes suivants. Les types de problèmes ont également influencé la rapidité et la précision des résolutions, avec la géométrie euclidienne souvent résolue plus rapidement que la géométrie de vie réelle.

En effet, P1 a été généralement résolu plus rapidement par les participants, en particulier lors de la troisième séance (ex. E6 : 15 min), grâce à l'intégration des concepts euclidiens et l'usage fréquent de la symétrie et des propriétés des parallélogrammes au fil des séances. Les participants qui ont résolu P2 après avoir travaillé sur les autres problèmes ont montré une amélioration notable et progressive des compétences analytiques, avec une réduction du temps de résolution (ex. E1 et E2 : < 23 min en 3^e séance). Quant à P3, sa nature réaliste a initialement ralenti le processus de résolution (ex. E3 : 50 min et E6 : 54 min), posant des défis supplémentaires en raison de la nécessité de modéliser une situation réelle complexe mais facilitant ensuite les autres problèmes.

V. DISCUSSION

1. *Impact des variables didactiques choisies sur la capacité des élèves à construire la preuve géométrique*

L'analyse comparative des performances des six participants selon les types de problèmes géométriques et leur ordre de présentation révèle des variations significatives dans leurs capacités à construire des preuves. L'ordre $P1 \rightarrow P3 \rightarrow P2$ favorise un gain rapide en formalisme, mais révèle une faiblesse persistante dans les tâches contextualisées. Ainsi, l'ordre $P2 \rightarrow P1 \rightarrow P3$ montre une bonne maîtrise technique, mais une réticence persistante face à l'abstraction d'un problème de vie réelle. Alors que, l'ordre $P3 \rightarrow P2 \rightarrow P1$ du plus complexe au plus familier est le plus efficace en termes de progression : les élèves partent avec difficulté mais terminent avec maîtrise efficace (gain en autonomie stratégique).

Un effet d'entraînement a été observé lorsque plusieurs problèmes du même type étaient résolus, améliorant leurs performances au fil du temps, tout en favorisant le transfert des compétences acquises dans un type de problème à d'autres types, facilitant ainsi la résolution. Quant au type du problème, P1 est le type le plus rapidement résolu par les participants grâce à sa structure classique et familière ainsi que l'absence de nécessité de modélisation ou de traduction en outils analytiques.

P2 prend plus de temps que P1, mais les performances s'améliorent nettement après un travail préalable sur d'autres versions ; ce qui indique une courbe d'apprentissage positive et une meilleure appropriation des outils analytiques après des expériences préalables. Quant à P3, malgré la charge cognitive élevée de la modélisation réelle et la difficulté à transposer une situation de la vie réelle en langage géométrique formel, les participants ont progressé plus rapidement sur les autres versions après avoir commencé par ce type ; ce qui suggère que les compétences mobilisées dans P3 ont favorisé une meilleure performance ultérieure même si le temps initial était élevé et les compétences acquises ont été transférées vers les autres types de problèmes. De ce qui précède, nous pouvons conclure que la construction de la preuve est un processus complexe qui dépend de multiples facteurs. Les variables didactiques étudiées (type de problème et ordre de présentation) affectent les stratégies des participants et la qualité de leurs raisonnements.

2. *Interprétation des résultats obtenus à la lumière du cadre théorique et de la littérature existante.*

L'interprétation des résultats obtenus pour tous les participants s'appuie sur des modèles pédagogiques et des théories pertinentes permettant d'éclairer la compréhension des processus d'apprentissage de la preuve en géométrie. Ces résultats peuvent être analysés en référence à la théorie des situations didactiques de Brousseau (1986), selon laquelle l'apprentissage de la preuve en géométrie se construit par la confrontation de l'élève à des problèmes dans un contexte où les variables didactiques (langage mathématique, type et ordre des problèmes) influencent les stratégies de résolution. Par exemple, E5 a mieux réussi en géométrie analytique grâce à sa familiarité avec le cadre numérique (système orthonormé), confirmant l'impact du cadre de référence et de la manière de présentation du problème sur la mobilisation des connaissances. L'interprétation des performances des étudiants montre que plusieurs difficultés peuvent être expliquées par la théorie du raisonnement déductif. Selon Duval (1995), la visualisation en géométrie bien que nécessaire, ne suffit pas pour construire une preuve. Les élèves doivent passer à un raisonnement formel, ce qui pose problème à certains lorsqu'ils doivent lier la visualisation aux justifications mathématiques formelles. Mariotti (2000), souligne que les élèves peinent à intégrer les étapes du raisonnement, surtout lorsqu'ils doivent

manipuler plusieurs représentations, comme le montre la confusion entre symétrie et milieu chez E6. L'analyse comparative des stratégies montre que les élèves qui ont résolu les problèmes dans l'ordre Réalité-Analytique- Euclidien (E3 et E6) ont mieux lié les concepts géométriques, ce qui peut être expliqué par le modèle de l'apprentissage en spirale de Bruner (1960), où la réintroduction de concepts à différents niveaux de complexité renforce la compréhension conceptuelle.

VI. CONCLUSION

Cette étude analyse l'impact des variables didactiques (type de problème et ordre de présentation) sur les stratégies de construction de la preuve en géométrie des élèves de 4^e année. Les participants qui ont résolu les problèmes dans l'ordre $P3 \rightarrow P2 \rightarrow P1$ montrent une meilleure capacité à appliquer des stratégies de preuve au contraire de ceux qui ont abordé P3 en dernier montrant une stabilité ou une régression face à ce type de problème. Donc, cette analyse renforce l'idée que l'ordre des problèmes influence l'apprentissage et la qualité des argumentations et que l'exposition à des tâches plus complexes en premier peut développer des stratégies plus efficaces à long terme. Alors que l'exposition progressive du plus familier vers le plus formel facilite une prise de conscience des outils analytiques, mais n'aide pas forcément à surmonter les obstacles liés à la modélisation. En outre, les temps de résolution ont révélé les difficultés rencontrées par les participants lors du passage entre différents cadres géométriques, confirmant les obstacles liés au transfert de connaissances. Les élèves performants ont su mobiliser des justifications rigoureuses adaptées à chaque type de problème, soulignant l'importance de la visualisation et l'articulation entre différents cadres géométriques. L'enseignement de la preuve devrait encourager l'autonomie, d'où l'importance d'adapter les tâches pédagogiques pour améliorer la transférabilité des compétences entre les différents registres géométriques, soutenant ainsi le développement de stratégies de preuve robustes. Des approches comme les preuves collaboratives, la correction des preuves, l'intégration des contextes réels, l'utilisation des fiches récapitulatives, des manipulations concrètes, des mini-tests avec feedback immédiat et des logiciels comme Géogébra sont recommandées. Les recherches futures pourraient étudier l'impact d'autres variables didactiques, comme le langage et le support visuel, sur l'apprentissage de la preuve en géométrie, élargir l'étude à d'autres niveaux scolaires et analyser l'évolution des stratégies de preuve sur le long terme.

RÉFÉRENCES

- Balacheff, N. (1987). Processus de preuve et situations de validation. *Educational Studies in Mathematics*, 18(2), 147-176.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-115.
- Brousseau, G. (1986). Théorie des situations didactiques en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 45-110.
- Brousseau, G. (1986). *Théorie des situations didactiques*. La pensée sauvage.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics* (N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, et V. Warfield, dir. et trad.). Kluwer Academic Publishers.
- Bruner, J. S. (1960). *The process of education*. Harvard University Press.
- Duval, R. (1991). *Structure du raisonnement déductif et apprentissage de la preuve*. La pensée sauvage.

- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine : registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Peter Lang.
- Fujita, T. et Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: Towards a theoretical framing. *Research in Mathematics Education*, 9(1), 3-20.
- Glaser, R. (1976). *Cognitive psychology and instructional design*. Lawrence Erlbaum Associates.
- Hanna, G. (2000). Proof, explanation, and exploration: An overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44(1), 5-23.
- Hölzl, R. (1996). How does “dragging” affect the learning of geometry? *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 1, 169-187. <https://doi.org/10.1007/BF00571077>
- Laborde, C. (1995). Designing tasks for learning geometry in a computer-based environment. Dans L. Burton et B. Jaworski (dir.), *Technology in mathematics teaching – A bridge between teaching and learning* (p. 35-68). Chartwell-Bratt.
- Mariotti, M. A. (2000). Introduction to proof: The mediation of a dynamic software environment. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 25-53. <https://doi.org/10.1023/A:1012733122556>
- Toulmin, S. (1958). *The uses of argument*. Cambridge University Press.

ANNEXE A

LES TROIS VERSIONS DE PROBLÈMES

P1¹ (Problème de géométrie euclidienne)

- Tracer un rectangle PLAT.
- Construire le symétrique E de P par rapport à L et le symétrique M de P par rapport à T.
- Démontrer que les points E, A et M sont alignés.

P2² (Problème de géométrie analytique)

- Dans un repère orthonormé d'axes $x'Ox$ et $y'Oy$ placer les points G (2 ; 0), H (0 ; 3), P (2 ; 3) et L (2 ; -3).
- Quelle est la position des deux points L et P l'un par rapport à l'autre ? Justifier la réponse.
- Placer le point S symétrique de P par rapport à l'axe des ordonnées.
- Démontrer que H appartient au segment [PS].
- Prouver que les points S, O et L sont alignés.

P3² (Problème de géométrie de vie réelle)

Pour que les enfants de sa ville puissent jouer et s'amuser, le maire a créé un parc rectangulaire.

Il a installé un toboggan au premier coin. Une station de bus est localisée à l'extérieur du parc de sorte qu'elle est alignée avec le coin où se trouve le toboggan et à égale distance par rapport au coin où un banc est placé.

¹ P1 est tiré du livre scolaire national (8^e année éducation de base, page 59).

² J'ai moi-même inventé P2 et P3 de sorte qu'ils soient isomorphes avec P1.

Une autre station de bus est aussi située à l'extérieur du parc. Cette deuxième station est alignée avec le coin où se trouve le toboggan et elle est à égale distance par rapport à un 3^e coin où une balançoire est installée.

L'entrée du parc est au 4^e coin.

Démontrer que si une personne décide de marcher de la première station de bus à la deuxième station de bus en ligne droite, alors cette personne va passer par l'entrée du parc.