

CARACTÉRISATION DE LA NATURE DES AIDES SUGGÉRÉES PAR LES ENSEIGNANT·ES EN RÉOLUTION DE PROBLÈMES : LE CAS DES PROBLÈMES DE TYPE ESSAIS ET AJUSTEMENTS

| FAVIER* STÉPHANE

Résumé | Cette communication vise à caractériser la nature des aides suggérées par les enseignant·es dans le contexte de la résolution de problèmes. Elle s'inscrit dans la continuité du travail présenté dans le cadre du GT9 de l'édition de 2022. Notre point de départ est l'analyse des processus de résolution de problèmes par essais et ajustements mis en œuvre par des élèves du primaire et du secondaire 1 du canton de Genève. L'accès à des images inédites du travail privé des élèves (Coppé, 1993) est le levier qui nous permet de problématiser la question de l'aide à la résolution de problèmes au travers des propositions de régulations déclarées par les enseignant·es. Ainsi, après avoir présenté le dispositif mis en place dans le cadre de la formation initiale et continue de l'enseignement primaire du canton de Genève, nous analysons de quelle nature, procédurale ou constructive, sont les aides suggérées par les participant·es aux élèves. Il ressort une grande diversité des régulations envisagées, ce qui illustre le potentiel d'un tel dispositif de formation basé au plus près du travail des élèves.

Mots-clés : aide à la résolution de problèmes, régulation, essais et ajustements, travail privé des élèves, représentation du problème

Abstract | This paper aims to characterize the nature of the aids declared by teachers in the context of problem solving. It follows on from the work presented in GT9 of the 2022 edition. My starting point is the analysis of trial-and-error problem-solving processes carried out by primary and secondary 1 students in the canton of Geneva. Access to original images of students' private work (Coppé, 1993) is the lever that enables me to problematize the question of problem-solving aid through the propositions of regulation suggested by teachers. After presenting the program set up as part of initial and in-service training for primary school teachers in the canton of Geneva, I analyze the procedural or constructive nature of the aids suggested by the participants to their students. The wide variety of regulations envisaged illustrates the potential of such a training program, which is based as closely as possible on students' work.

Keywords: Problem-solving aid, regulation, trial-and-error, private student work, problem representation

I. INTRODUCTION

Cette communication s'inscrit dans la continuité du travail présenté dans le cadre du GT9 de la précédente édition d'EMF en 2022. En effet, notre point de départ est l'analyse du travail des élèves du primaire et du secondaire 1 du canton de Genève, plus particulièrement au niveau des processus de résolution de problèmes par essais et ajustements. Dans cette recherche¹ (Favier, 2022), nous avons montré qu'ajuster ne va pas de soi pour les élèves et que, notamment, le fait d'interpréter les rétroactions apportées par chaque essai est un implicite qui nécessite d'être mis en lumière auprès des élèves et par voie de conséquence auprès des enseignant·es notamment lors de temps dédiés en formation. Le travail que nous proposons ici rencontre les préoccupations de ce GT9 dans la mesure où nous nous appuyons sur l'activité réelle des élèves pour faire émerger, discuter et enrichir les

* Université de Genève – Suisse – stephane.favier@unige.ch

¹ Cette recherche s'est effectuée dans le cadre du projet financé par le Fonds national suisse de la recherche scientifique – FNS (Subside no 100019_173105 / 1) : « la résolution de problèmes comme objet ou moyen d'enseignement au cœur des apprentissages dans la classe de mathématiques : un point de vue fédérateur à partir d'études dans différents contextes. »

pratiques enseignantes en matière d'aide à la résolution de problèmes. De manière plus précise, c'est l'accès à des aspects inédits du travail privé des élèves (Coppé, 1993) qui est notre levier pour problématiser la question de l'aide à la résolution de problèmes au travers des régulations déclarées par les enseignant·es.

Ainsi, dans un premier temps nous décrivons le dispositif de formation mis en place dans deux contextes différents : en formation continue et en formation initiale de l'enseignement primaire du canton de Genève. Puis, nous présentons les aspects méthodologiques avant de détailler les analyses réalisées notamment du point de vue de la nature des aides suggérées par les participant·es.

II. DESCRIPTION DU DISPOSITIF DE FORMATION

1. *Objectifs*

Ce dispositif d'une durée d'une heure environ s'inscrit dans une formation sur la résolution de problèmes qui s'adresse à des enseignant·es du primaire. Les objectifs spécifiques de ce dispositif sont multiples. Tout d'abord, nous cherchons, à l'appui de l'analyse du travail privé des élèves (Coppé, 1993), à sensibiliser les participant·es à la question de la représentation du problème (au sens de Julo, 1995). Nous visons également à révéler les difficultés des élèves au niveau des ajustements et notamment des manières d'ajuster qui peuvent être très limitées chez certain·es élèves. Ainsi, à l'appui des difficultés révélées et de l'analyse a priori du problème centrée sur les différentes manières d'ajuster, nous cherchons à problématiser la question de l'aide à la résolution de problèmes de manière contextualisée pour ce type de problèmes d'essais-ajustement. Voici l'énoncé du problème étudié qui avait été proposé à des élèves de 4^e année de primaire dans le canton de Genève (élèves de 7-8 ans) dans le cadre de notre recherche doctorale (Favier, 2022) :

Le jeu de cartes²

Chaque carte de mon jeu représente soit un triangle, soit un carré. Je tire au hasard 15 cartes. Je compte tous les côtés des figures dessinées sur les cartes que j'ai tirées et je trouve 49. A ton avis, combien ai-je tiré de triangles et de carrés ?

2. *Analyse a priori du problème du jeu de cartes*

Une résolution algébrique n'est évidemment pas envisageable pour des élèves si jeunes. En proposant un tel problème, nous nous attendons à ce que les élèves procèdent principalement par essais et ajustements. Réaliser un essai consiste, pour ce problème, à proposer des valeurs possibles (ou une configuration selon le registre de représentation sémiotique employé) pour chacune des grandeurs c'est-à-dire le nombre de cartes représentant un triangle et le nombre de cartes représentant un carré. Selon les élèves, ces valeurs peuvent embarquer une des contraintes du problème (le nombre total de cartes ou le nombre total de côtés) ou aucune. Ensuite, tester cet essai consiste à vérifier si les contraintes du problème sont vérifiées. Si toutes les contraintes du problème sont vérifiées alors cet essai est solution du problème (preuve par ostension). Dans le cas contraire, l'essai est invalidé et l'élève peut/doit procéder à un autre essai. C'est à ce niveau que le type d'interprétation de la rétroaction impacte fortement l'ajustement. En effet, nous distinguons trois types de rétroaction. Le niveau le plus basique consiste à invalider l'essai sans tirer d'information supplémentaire utile pour un autre essai. Mais il est possible de remarquer si le nombre de la grandeur testée (par exemple le nombre total de côtés) est supérieur ou inférieur à la valeur communiquée dans l'énoncé. Dans ce cas nous parlerons

² Adapté d'un problème extrait des documents d'application des programmes français (Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche, 2005, p. 7-9).

d'interprétation qualitative de la rétroaction. Cette information devra être ensuite interprétée en termes d'ajustement possible (par exemple enlever ou rajouter une carte ou bien échanger une carte triangle par une carte carré, etc.). Enfin, le niveau le plus fin consiste en rechercher précisément l'écart entre la valeur testée et la valeur communiquée dans l'énoncé. Nous obtenons ainsi une interprétation dite quantitative de la rétroaction qui devra elle aussi être traduite en termes d'ajustement possible. Ce niveau peut permettre de déterminer le nombre de cartes à échanger par exemple. Nos analyses (Favier, 2022) ont montré que les élèves, même plus âgés, ne procèdent peu voire pas à des interprétations de nature qualitative ou quantitative de leurs essais.

3. *Scénario de la formation*

Le dispositif s'articule en plusieurs étapes. La première consiste en la présentation des outils d'analyse utilisés pour étudier le travail des élèves, à savoir les processus de représentation de problèmes (Julo, 1995) et les différents types d'interprétation des rétroactions. Sur ce deuxième aspect, comme le montre l'analyse a priori, le problème étudié offre un milieu ayant un caractère rétroactif (Hersant, 2010, p. 10) intéressant pour permettre aux élèves de valider ou d'invalidier leurs essais mais les rétroactions peuvent également être interprétées de manière qualitative voire même quantitative. C'est l'exploitation des interprétations de ces rétroactions par l'élève qui doit lui donner la possibilité, théoriquement, d'ajuster de manière pertinente afin de se rapprocher voire de trouver la solution. Une analyse a priori centrée sur les différentes manières d'ajuster est également réalisée collectivement lors de ce premier temps (cf section précédente). Ensuite, la deuxième étape consiste en la présentation de l'analyse des différents essais réalisés au cours de la résolution proposée par un groupe de deux élèves (voir annexe). Le groupe choisi n'interprète les rétroactions qu'à minima, c'est-à-dire seulement comme l'invalidation de leur essai mais n'en tire pas d'interprétation pour ajuster. Enfin, la dernière étape consiste en la problématisation annoncée : ayant une connaissance plus précise du travail privé de ce groupe d'élèves, quelle régulation proposer en tant qu'enseignant·e suite à l'essai numéro 8 ?

III. PROBLÉMATISER LA QUESTION DE L'AIDE EN RÉOLUTION DE PROBLÈMES

L'aide qu'un·e enseignant·e peut apporter à ses élèves lorsqu'ils et elles résolvent des problèmes est une question qui reste difficile à traiter qui plus est pour les problèmes dont les objectifs d'apprentissage mathématiques ne s'expriment pas en termes de savoirs mathématiques reconnus par l'institution scolaire. Notre travail a donc une visée prospective qui vise à documenter la nature des aides déclarées proposées par des enseignant·es dans le cadre d'une formation continue ainsi que par des futur·es enseignant·es en formation initiale. Pour analyser ces aides déclarées, nous nous appuyons sur la distinction entre les aides procédurales et les aides constructives (Pariès et al., 2009). Les aides procédurales recouvrent, entre autres, les indications données aux élèves par l'enseignant·e et susceptibles d'entraîner un changement dans les adaptations que doivent produire les élèves voire au niveau des mises en fonctionnement des connaissances investies. Elles se traduisent, par exemple, par l'ajout de questions intermédiaires dans le problème ou par l'indication de méthode de résolution *ad hoc*. Ces aides permettent, selon ces auteures, de débloquer certain·es élèves « en réduisant la difficulté mais en leur laissant du travail » (p. 105). Si les aides procédurales sont tournées vers le problème en lui-même, les aides constructives sont orientées vers les élèves pour qu'elles et ils puissent faire le lien entre le travail réalisé et les savoirs visés. Les interventions de l'enseignant·e qui amènent les élèves à « récapituler ce qu'ils viennent de faire, au moins en partie, à prendre une petite distance par rapport à leur action, à compléter, justifier ou expliquer ce qui a été fait » (*ibid.*) sont des illustrations de telles aides.

Dans le contexte de la résolution de problèmes, nous faisons l'hypothèse que les aides procédurales s'incarnent en particulier via les pistes, proposées par l'enseignant·e, que les élèves peuvent mettre en œuvre directement pour converger vers la solution sans que les indices qui amènent à ces pistes ne soient explicités d'une manière ou d'une autre. Quant aux aides constructives, nous supposons qu'elles maintiennent le potentiel de recherche du problème (Georget, 2009), donnent l'occasion aux élèves de prélever les indices pertinents dans cette situation qu'elles et ils vont pouvoir réinvestir dans un autre problème.

Ainsi, la question qui nous anime peut se formuler ainsi : de quelle nature sont les aides imaginées par les enseignants notamment lorsqu'ils et elles ont accès au travail privé des élèves ? Pour tenter d'y répondre, les données recueillies tiennent en une prise de notes des propositions des enseignants au cours de la formation continue et l'enregistrement audio pour ce qui concerne les enseignants en formation initiale. La section suivante présente les analyses produites.

IV. ANALYSES

L'ensemble des essais présentés et analysés au cours de la formation est rassemblé en annexe. Rappelons que nous amenons les enseignants à proposer une régulation suite à l'essai n° 8.

1. *Analyses des données recueillies en formation continue*

Une première proposition (R1³) faite par un enseignant consiste à demander aux élèves de faire un essai qui regroupe tous les triangles ensemble, d'une part, et tous les carrés d'autre part, de manière à gérer un nombre total de triangles et un nombre total de carrés. Les différents premiers essais proposés par le groupe d'élèves étudié présentent une succession de figures sans une gestion distincte des cartes représentant des carrés et des triangles. Cette aide a le potentiel, selon nous, d'avoir un effet au niveau de la représentation du problème puisque l'ordre de tirage considéré par ces élèves constitue une contrainte supplémentaire qui n'est pas utile pour cette résolution. Pour autant, nous considérons que cette aide est procédurale du fait que ce serait l'enseignant qui l'impose qui plus est sans amener les élèves à prendre conscience de cette contrainte et sachant que les difficultés observées chez ce groupe ne résident pas dans la constitution d'un essai mais dans la manière d'interpréter la rétroaction et ainsi d'ajuster.

Ensuite, une autre proposition (R2) vise à discuter de la manière d'interpréter la rétroaction. L'enseignant explicite que l'on obtient un certain nombre de côtés pour 15 figures et on doit amener les élèves à déterminer s'il en manque ou s'il y en a en trop et combien il en manque ou combien sont en trop. Cette aide nous semble de nature constructive dans la mesure où l'idée est de permettre aux élèves de faire le lien entre le résultat du test de l'essai et ce qui est visé par l'énoncé. Ceci correspond aux difficultés de ce groupe rappelées juste avant.

Une autre régulation (R3) souhaite faire apparaître les traces intermédiaires de la recherche des élèves avec la volonté que ces traces servent de support pour une intervention ultérieure de l'enseignante. Il est discutable de considérer cette idée comme une aide à proprement parlé. En effet, lors de la discussion cette enseignante expliquait que, pour intervenir efficacement auprès de ce groupe d'élèves, elle avait besoin d'informations supplémentaires et que pour cette raison elle souhaiterait avoir accès à quelques étapes de leur raisonnement. Il s'agit ainsi plutôt d'une demande qui n'a pas vocation à aider directement les élèves mais plutôt à aider l'enseignante à aider les élèves.

³ Nous abrégons chacune des propositions faites par un ou une enseignante par la lettre R pour Régulation suivie du numéro d'apparition de la proposition.

Un enseignant a suggéré (R4) de revenir sur les essais n° 5 et 6 réalisés dans le registre dessin : le nombre de côtés (49) y est représenté à l'aide de 4 barres dizaines et de 9 points unités. Son idée est que les élèves travaillent dans ce registre qu'il estime très opérationnel pour résoudre le problème. En l'état, nous considérons que cette aide est davantage procédurale dans la mesure où ce registre est imposé par l'enseignant et que ce registre avait été envisagé et exploité par les élèves puis abandonné.

L'introduction de matériel comme par exemple 49 barres a ensuite été envisagée par un enseignant (R5). Ce registre de représentation sémiotique non encore mobilisé par les élèves de ce groupe est susceptible de jouer sur la représentation qu'ont ces élèves du problème à résoudre, et à ce titre, aurait probablement permis de relancer la recherche voire de faire le lien entre un changement du nombre de figures d'un essai à l'autre et l'effet sur le nombre total de côtés. A priori, nous voyons ainsi un caractère plutôt constructif de cette aide. Néanmoins, dans cette régulation, l'enseignant n'a pas précisé s'il aurait laissé les élèves décider de ce que représente le matériel introduit. En effet, une barre peut représenter un côté comme il le suggère mais aurait tout aussi bien pu représenter une carte-carré ou une carte-triangle. Ainsi, le potentiel constructif de cette aide dépend également fortement de la représentation des élèves ce qui serait moins le cas si l'enseignant ne précise pas ce que représente ce matériel.

Enfin, la dernière proposition (R6) cherche à questionner les élèves à partir du constat réalisé à l'issue du test de l'essai : « s'il y a deux côtés de trop, comment faire pour enlever ces deux côtés ? ». De la sorte, cette aide a une visée constructive.

2. *Analyses des données recueillies en formation initiale*

L'idée de la première proposition (R7) est de faire écrire aux élèves le résultat. L'enseignante explicite ainsi que cela a pour but « que ce soit plus concret qu'elles [les deux élèves du groupe] voient à quoi elles arrivent et qu'on reparte de ce nombre-là [...] et de les faire réfléchir en sens inverse partant du nombre et déconstruire le nombre en 4 et 3 par exemple s'il y a 52 de se dire il faut qu'on aille à 49 alors il faut que j'enlève un triangle ou un carré et de tâtonner comme ça ». Bien que dans l'évocation de cette proposition, une méthode soit imposée par l'enseignante, il semble quand même que l'idée sous-jacente est de permettre aux élèves de faire le lien entre le nombre total de côtés et la composition d'un essai. Une visée constructive semble donc dominer au travers de cette aide.

Enfin, la dernière proposition constituée de deux étapes est explicitée ainsi : « Je crois que j'aurais posé la question “combien de carrés et combien de triangles ont été tirés ?” pour voir s'ils [les élèves] arrivent à restituer combien de chaque a été tiré ». On retrouve dans cette aide (R8a), la même idée évoquée par le premier enseignant lors de la formation continue (R1) à savoir de traiter séparément les triangles et les carrés. Nous avons classé cette aide comme procédurale. L'enseignant précise ensuite « puis j'aurais demandé est-ce qu'on ne pourrait pas organiser autrement cette suite, ta trace, pour mieux voir où est-ce qu'on en est et qu'est-ce qu'on fait maintenant. Et après, dans une suite si on est toujours bloqué, j'aurais cherché le résultat avec eux et à partir de là, est-ce qu'on en a trop, est-ce qu'on en a pas assez, qu'est-ce qu'on peut faire avec nos triangles qu'est-ce qu'on peut faire avec nos carrés ». Cette seconde partie (R8b) concerne davantage les difficultés liées aux interprétations des rétroactions et aux manières d'ajuster donc de nature constructive.

V. DISCUSSION ET PERSPECTIVE

En nous penchant sur la nature des aides déclarées par les enseignant·es notamment lorsqu'elles et ils ont accès au travail privé des élèves, nous observons une grande variété des régulations proposées qui couvrent les deux natures, procédurale et constructive, avec une légère domination de cette

dernière. Le fait que les difficultés rencontrées par le groupe d'élèves dont le travail a été étudié aient été mises en évidence et que les objectifs d'apprentissages de ce problème aient été présentés et discutés au cours de la formation expliquent probablement cette prédominance. Néanmoins, bien que les objectifs d'apprentissage aient été abordés au préalable, aucune mise en relation explicite de l'aide proposée avec les apprentissages visés ni avec ce qui pourrait être institutionnalisé n'a été observée.

Par ailleurs, nous prenons conscience des difficultés de catégorisation a priori de ces aides car, comme l'expriment également Pariès et ses collègues :

« ce qu'une aide peut produire chez un élève dépend de facteurs très individuels qui vont de son attention (conjoncturelle) à son rapport au savoir et à l'état de ses connaissances ; cela dépend aussi de la tâche, du travail de l'élève, du moment où l'aide est donnée et de sa nature » (2009, p. 105)

Il nous semble ainsi que c'est plutôt un potentiel que nous caractérisons qui pourra s'exprimer ou non selon les situations. Par exemple, pour R7 l'objectif de l'enseignant est de donner l'occasion aux élèves de faire du lien mais selon la manière dont l'interaction va être menée par l'enseignant et la place qu'il va laisser aux élèves, une aide a priori de nature constructive pourrait finalement se transformer en situation en aide de nature procédurale. Un paramètre qui favorise ou limite l'expression de ce potentiel pour les aides de nature constructive est la représentation que les élèves se construisent du problème à résoudre. Le cas de R5 est un exemple assez évocateur de cette idée. Au-delà de l'expression effective de la nature d'une certaine aide, il est intéressant de souligner que prendre en considération la question de la représentation du problème constitue un indicateur précieux pour aider à caractériser la nature de ces aides dans le contexte de la résolution de problèmes. Ceci fait écho à ce qu'affirme Julo : « c'est l'impact sur l'activité de représentation qui constitue le critère décisif de toute démarche d'aide » (p. 173).

Pour conclure, ce travail d'analyse des régulations proposées par les enseignants nous semble ainsi être un axe de réflexion pertinent à aborder en formation car cela donne la possibilité, d'une part, d'appréhender ce que Julo (1995) met en avant, à savoir d'« avoir toujours le souci de stimuler et de développer cette activité de représentation » (p. 173) tout en ayant à l'esprit que « toute démarche cherchant à intervenir autoritairement sur la représentation pour la guider dans une direction donnée et lui imposer une certaine forme n'ayant aucune chance de succès » (Ibid). D'autre part, ce serait également une manière de quitter le contexte de ce type de problèmes qui se résolvent par essais et ajustements pour aller vers des outils didactiques plus généraux que sont justement les aides à visée procédurale et à visée constructive. Ceci permettrait de mener une réflexion sur la nature de l'activité mathématique que l'on souhaite provoquer chez les élèves et en lien avec les éléments qui seront institutionnalisés à l'issue de la recherche des élèves.

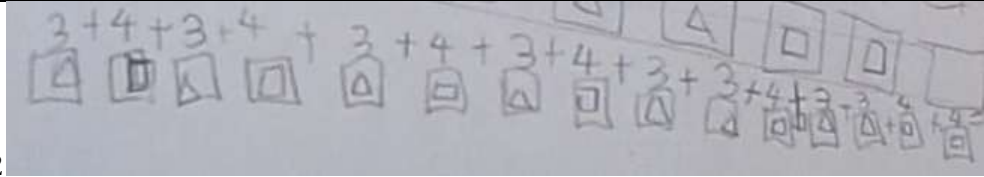
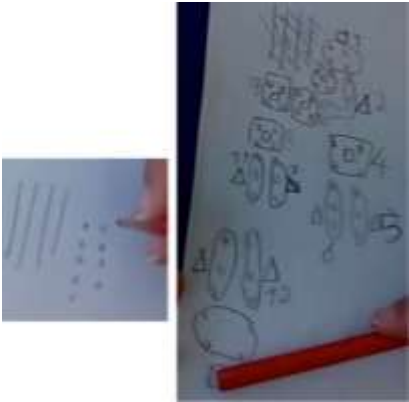
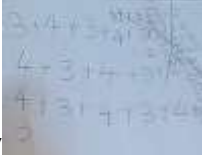
En guise de perspective du point de vue de la recherche, il nous apparaît nécessaire de poursuivre ce travail en procédant à une analyse systématique des régulations proposées pour affiner la caractérisation de ces aides pour les problèmes de recherche. Il nous semble indispensable de compléter la caractérisation actuelle par des éléments qui prennent en compte la représentation du problème.

RÉFÉRENCES

Coppé, S. (1993). *Processus de vérification en mathématiques chez les élèves de première scientifique en situation de devoir surveillé* [Thèse de doctorat inédite]. Université Claude Bernard.

- Favier, S. (2022). *Étude des processus de résolution de problèmes par essais et ajustements en classe de mathématiques à Genève* [Thèse de doctorat, Université de Genève]. <https://archive-ouverte.unige.ch/unige:159466>
- Georget, J.-P. (2009). *Activités de recherche et de preuve entre pairs à l'école élémentaire : Perspectives ouvertes par les communautés de pratique d'enseignants* [Thèse de doctorat, Université Paris Diderot - Paris 7]. HAL theses. <https://theses.hal.science/tel-00426603v1>
- Hersant, M. (2010). *Le couple (contrat didactique, milieu) et les conditions de la rencontre avec le savoir en mathématiques : De l'analyse de séquences ordinaires au développement de situations pour les classes ordinaires*. [Note de synthèse HDR, Université de Nantes].
- Julo, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques : Un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*. Presses universitaires de Rennes.
- Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche. (2005). *Documents d'accompagnement des programmes*. Scéren.
- Pariès, M., Robert, A. et Rogalski, J. (2009). Comment l'enseignant de mathématiques, en classe, met ses élèves sur le chemin des connaissances : un point de vue méthodologique en didactique des mathématiques. *Travail et apprentissages*, 3(1), 95-123.

ANNEXE
PRÉSENTATION DES DIFFÉRENTS ESSAIS PRODUITS PAR LES ÉLÈVES, ANALYSÉS AU COURS DE LA FORMATION

N° essai	Capture d'écran de l'essai produit	
N° 1		
N° 2		
N° 3		
N° 4		
N° 5		
N° 7		
N° 8	