

CARACTÉRISER ET SUIVRE LES APPRENTISSAGES DES ÉLÈVES EN ALGÈBRE AU COLLÈGE EN LIEN AVEC LEUR APPARTENANCE À UNE CLASSE

| GRUGEON-ALLYS* BRIGITTE ET PILET** JULIA

Résumé | Cette communication porte sur l'évolution des apprentissages algébriques d'une cohorte de près de cinq cents élèves français entre le début et la fin de la dernière année du collège (classe de troisième, 14-15 ans). Les évolutions sont mises en relation avec la composition des classes auxquelles les élèves appartiennent. Les variations importantes mises en avant interrogent les relations éventuelles avec les pratiques enseignantes.

Mots-clés : apprentissages, algèbre, évaluation, étude à grande échelle, praxéologies

Abstract | This paper looks at the evolution of algebraic learning in a cohort of nearly five hundred French students between the beginning and end of the last year of middle-school (14-15 years). The evolutions are related to the composition of the classes to which the students belong. The major variations highlighted raise questions about possible links with teaching practices.

Keywords: Learning, algebra, assessment, large-scale studies, praxeologies

I. POURQUOI UNE TELLE ÉTUDE ?

Cette communication s'inscrit dans des recherches visant à établir des liens entre les pratiques d'enseignement et les apprentissages des élèves à partir d'études à grande échelle. Lors du précédent GT9 à EMF 2022, nous (Pilet et al., 2024) avons présenté les principaux résultats de l'enquête française PRAtiques d'Enseignement Spécifique aux Contenus (Praesco) second degré qui avait dressé un panorama des pratiques déclarées des enseignants de mathématiques de la dernière année de l'enseignement secondaire inférieur (classe de 3^e de collège). Dans la continuité, nous présentons ici une étude exploratoire à grande échelle qui porte sur l'évolution, sur un an, des apprentissages algébriques d'une cohorte de près de cinq cents élèves français de même niveau scolaire que Praesco. Les évolutions sont mises en relation avec la composition des classes auxquelles les élèves appartiennent.

Partant du processus de transposition didactique (Chevallard et Joshua, 1991), nous considérons qu'un élève apprend dans plusieurs classes successives, avec des enseignants dont les pratiques sont souvent différentes, notamment dans l'enseignement de l'algèbre, ce qui peut avoir des implications sur ses apprentissages. En début de classe de troisième, les élèves ont étudié l'algèbre pendant deux ans. Ils ont donc déjà développé une activité algébrique qui peut être différente d'un élève à l'autre et plus ou moins adaptée à la suite de leur scolarité. Un enseignant de début de troisième peut donc être confronté à une hétérogénéité importante des connaissances de ses élèves en algèbre et être amené à faire des choix pour les faire progresser.

De plus, certains chercheurs (Bressoux, 2012 ; Nye et al., 2004) s'intéressent à l'effet potentiel de l'environnement de la classe sur l'apprentissage des élèves. L'effet de classe est lié à la composition de la classe, en particulier, le nombre d'élèves, le niveau scolaire moyen des élèves et à l'hétérogénéité qui

* Univ Paris Est Creteil, Université de Paris, CY Cergy Paris Université, Univ. Lille, UNIROUEN, LDAR, F-94010Creteil – France – brigitte.grugeon-allys@u-pec.fr

** Univ Paris Est Creteil, Université de Paris, CY Cergy Paris Université, Univ. Lille, UNIROUEN, LDAR, F-94010Creteil – France – julia.pilet@u-pec.fr

en résulte ainsi qu'aux pratiques de l'enseignant de la classe. Pour contribuer à la compréhension des mécanismes sous-jacents aux apprentissages des élèves, nous cherchons à caractériser, d'une part, les connaissances que les élèves construisent en algèbre au cours de l'année scolaire de troisième et, d'autre part, l'évolution de ces connaissances en fonction de l'appartenance à une classe.

II. APPORTS THÉORIQUES

Nous nous inscrivons dans la continuité des recherches menées en France depuis les années 1990 (Grugeon, 1997) sur l'évaluation des élèves en algèbre et sur la régulation de l'enseignement. Nous utilisons l'évaluation automatisée *Pépité* (Grugeon-Allys et al., 2023) qui vise à étudier le raisonnement des élèves de manière holistique, à partir d'une étude épistémologique et institutionnelle enrichie d'une étude cognitive. Elle repère la réussite aux tâches évaluatives et caractérise les savoirs et raisonnements construits par les élèves en référence à ceux attendus par les programmes en 3^e et aux niveaux scolaires précédents. Elle associe les réponses incorrectes des élèves à des types d'erreurs répertoriés *a priori*. Les études antérieures utilisant *Pépité*, principalement qualitatives, ont mis en évidence des schémas récurrents dans les niveaux de justification des élèves en algèbre. L'étude quantitative présentée dans cette contribution s'inscrit dans cette continuité et l'examine sur un large échantillon d'élèves.

Nous nous plaçons dans la théorie anthropologique de la didactique (TAD) (Chevallard, 1999), qui repose sur l'hypothèse que les objets mathématiques n'existent pas en soi mais émergent des pratiques des enseignants à travers les activités mathématiques qu'ils développent dans leurs classes et qui peuvent différer d'un enseignant à l'autre. En TAD, toute activité humaine est modélisée sous un modèle unique, appelé *praxéologies*, en termes de types de tâches, de techniques utilisées pour résoudre ces tâches d'un type donné, des savoirs et des raisonnements permettant de justifier les techniques, et de théories qui les justifient. Les praxéologies ne sont pas isolées mais structurées les unes par rapport aux autres. Elles s'agrègent en particulier en praxéologies locales autour justifications communes.

À partir d'une synthèse de recherches en didactique de l'algèbre, nous avons défini un modèle de référence de l'algèbre élémentaire (Grugeon-Allys et al., 2023) structuré en cinq praxéologies mathématiques locales : *Modéliser (M)*, *Prouver (P)*, *Représenter (R)*, *Calculer numériquement (CN)*, *Calculer algébriquement (CA)*. Le tableau 1 indique le nombre d'items de *Pépité* pour chacune.

Tableau 1 – Nombre d'items de l'évaluation *Pépité* par praxéologie locale

Praxéologies locales	Nombre d'items	Item du test
Calculer numériquement	3 / 24	1.1 / 1.2 / 1.3
Calculer algébriquement	7 / 24	5.1 / 5.2 / 5.3 / 7.1 / 7.2 / 7.3 / 10.3
Modéliser	3	3.1 / 10.1 / 10.2
Prouver	7 / 24	2.1 / 2.2 / 2.3 / 4.1 / 4.2 / 4.3 / 6
Représenter	4 / 24	3.2 / 8.1 / 8.2 / 9

Les figures 1 et 2 illustrent deux exercices de *Pépité* relevant de deux praxéologies distinctes. Les tableaux 2 et 3 en donnent les analyses *a priori* distinguant des techniques relevant de niveaux de justification distincts et dont le codage est présenté dans le paragraphe suivant.

Exercice 1 : Reconnaître des égalités correctes.				
Coche les égalités correctes				
1.1	☐ $10^3 \times 10^2 = 10^6$	☐ $10^3 \times 10^2 = 10^5$	☐ $10^3 + 10^2 = 10^5$	☐ $10^3 \times 10^2 = 10^{32}$
1.2	☐ $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{5}$	☐ $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{6}$	☐ $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$	☐ $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{7}{6}$
1.3	☐ $2 + 3 \times 4 = 14$	☐ $3 \times 4 + 2 = 14$	☐ $3 + 2 \times 4 = 20$	☐ $2 + 3 \times 4 = 20$

Figure 1 – Énoncé de l'exercice 1 de l'évaluation Pépîte relevant du calcul numérique

Tableau 2 – Analyse a priori de l'item 1.2 de l'exercice 1

Fraction choisie	Analyse a priori de l'item 1.2	Code
3/5	Addition des numérateurs et des dénominateurs	V3 CN_Ancien
3/6	Addition des numérateurs et produit des dénominateurs	V3 CN_En-Construction
5/6	Règle incorrecte pour réduire au même dénominateur	V3 CN_En-Construction
7/6	Correct	V1 CN_Idoine

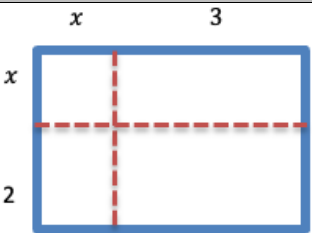
Exercice 3 : Déterminer et reconnaître l'aire d'un rectangle		
L'élève voit l'item 3.2 après avoir répondu à l'item 3.1.		
	3.1/ Détermine l'aire du grand rectangle (bleu) pour toutes valeurs de x	
	Brouillon	Résultat
3.2/ Choisis la ou les expression(s) donnant l'aire du grand rectangle (bleu)		
☐ $(x + 2)(x + 3)$ ☐ $x + 2 \times x + 3$ ☐ $2(2x + 5)$ ☐ $2x(x + 3)$ ☐ $x + 2(x + 3)$ ☐ $x^2 + 5x + 6$		

Figure 2 – Énoncé de l'exercice 3 de l'évaluation Pépîte relevant de la représentation et du calcul algébrique

Tableau 3 – Analyse a priori de l'item 3.1 de l'exercice 3

Solutions	Analyse a priori de l'item 3.1	Code
$(x + 2)(x + 3)$	Utilisation de la définition de l'aire d'un rectangle (avec commutativité)	V1, CA_ Idoine, R_ Idoine
$x^2 + 5x + 6$	Expression développée de l'aire	V1, CA_ Idoine, R_ Idoine
$x + 2(x + 3)$	Utilisation de la définition de l'aire d'un rectangle mais sans parenthèses pour un des facteurs	V3, CA_En-construction, R_ En-construction
$x + 2 \times x + 3$	Utilisation de la définition de l'aire d'un rectangle mais sans parenthèses	V3, CA_ En-construction, R_ En-construction
$2(x + 3 + x + 2)$	Confusion entre aire et périmètre	V3, CA_ En-construction, R_ En-construction
$2x \times 3x$; $5x^2$; $6x^2$	Traduction abrégative	V3, CA_ Ancien, R_ Ancien

Pour distinguer les savoirs et les justifications utilisés par les élèves dans les items de chaque praxéologie locale, nous définissons *a priori* quatre niveaux de justification hiérarchisés (Grugeon-Allys, 2016 ; Grugeon-Allys et al., 2023) et relatifs aux praxéologies locales de référence (voir Annexe) :

- *Idoine* : justification algébrique idoine avec formulation des propriétés des savoirs attendus,
- *Faiblement idoine* : justification algébrique idoine sans formulation des propriétés des savoirs attendus,
- *En construction* : justification algébrique idoine sur des tâches d'application directe mais justification incomplète ou inadaptée sur des tâches plus complexes qui laisse vivre des règles formelles erronées ou utilisées en dehors de leur domaine de validité. Les savoirs attendus ainsi que l'agrégation des différentes praxéologies sont en construction.
- *Ancien* : justification *via* l'arithmétique du primaire laissant vivre des erreurs liées à une non-négociation de la rupture épistémologique entre l'arithmétique et l'algèbre.

Ils permettent une analyse macroscopique de tous les items de *Pépité* avec le même codage afin de dépasser une analyse microscopique tâche par tâche. On peut alors identifier les savoirs et les justifications que chaque élève utilise majoritairement sur l'ensemble des items relevant de la même praxéologie locale. Les niveaux sont utilisés pour coder les réponses des élèves aux items comme illustré dans les tableaux 2 et 3. Nous considérons qu'un item est réussi si la réponse relève d'un niveau de justification idoine ou faiblement idoine, attendu en troisième.

Dans cette étude, nous interprétons les apprentissages des élèves en algèbre par des praxéologies dites *appprises* qui ne sont pas toujours mathématiquement adéquates. Elles sont décrites par un pourcentage¹ de réussite (et d'échec) aux items de *Pépité* et par un pourcentage relatif à chaque niveau de justification pour chacune des cinq praxéologies locales (donc 20 au total)².

Le nombre potentiel de praxéologies apprises est donc important, mais il y a certainement des praxéologies apprises d'élèves qui sont similaires, en particulier avec des pourcentages proches sur les mêmes niveaux de justification sur plusieurs praxéologies locales (par exemple des pourcentages élevés de niveau *Idoine* sur plusieurs praxéologies locales). Par conséquent, nos questions de recherche sont les suivantes : existe-t-il des élèves avec des praxéologies apprises similaires ? Nous voulons savoir quelles praxéologies locales et quels niveaux de justification caractérisent le mieux ces similitudes et si elles varient entre le début et la fin de l'année.

III. MÉTHODOLOGIE

La Direction de l'Évaluation, de la Prospective et de la Performance (DEPP) a pris en charge la construction de l'échantillon et la passation du test. Nous n'avons échangé ni avec les enseignants ni avec les élèves. L'enquête était prévue sur 771 élèves de 36 classes de troisième devant passer *Pépité* une fois en début d'année et une fois en fin d'année. Après nettoyage des données³, les analyses portent sur 25 classes et 454 élèves qui ont répondu au test de début d'année (test 1) puis de fin d'année (test 2). Les réponses des élèves ont été analysées et codées suivant les praxéologies locales du modèle de référence de l'algèbre et les niveaux définis précédemment. Ces codes définissent des variables

¹ La somme du pourcentage de réussite avec celui d'échec ne fait pas nécessairement 100 % puisque les items non traités par l'élève et les réponses non analysées par le logiciel *Pépité* ne sont pas considérés.

² Chaque item met en jeu une ou plusieurs praxéologies. Pour chacune, la réponse de l'élève est codée « 1 » sur le niveau de justification qu'elle met en jeu, « 0 » sur les autres niveaux. Le pourcentage est calculé à partir de la sommation des « 1 » pour chaque niveau de justification sur chaque praxéologie, sur l'ensemble des réponses de l'élève.

³ Nous avons vérifié la passation des deux tests et gardé les classes de plus de 15 élèves ayant passé les deux tests.

statistiques structurant les bases de données. Nous utilisons des analyses descriptives multivariées de type analyses en composantes principales (ACP) et des classifications ascendantes hiérarchiques (CAH) pour déterminer des groupes d'élèves et les variables (niveaux technologiques sur chaque praxéologie locale) qui les déterminent le mieux. Une ACP identifie les dimensions les plus pertinentes d'un ensemble de données pour obtenir une vue d'ensemble des similitudes entre les individus, ici les élèves. Elle consiste à construire de nouvelles variables, les composantes principales, qui déterminent un ou plusieurs plans factoriels. Ces derniers maximisent l'information du nuage de points-individus qui y sont représentés. Cela nous permet de situer les élèves entre eux (proximité ou éloignement). À la suite de cette analyse, une CAH identifie des groupes d'élèves ayant des praxéologies apprises proches. Nous présentons ci-dessous quelques résultats et renvoyons à Grugeon-Allys et Pilet (2024) pour plus de détails.

IV. VARIATION DES APPRENTISSAGES DES ÉLÈVES SUR UNE ANNÉE SCOLAIRE

1. Groupes d'élèves au test de début d'année (test 1)

Nous identifions des groupes d'élèves ayant des caractéristiques d'apprentissage communes. L'ACP identifie un premier plan factoriel (62 % de l'information) avec six variables concernées : *Réussite*, *Échec*, *Calculer Numériquement_Faiblement_Idoine*, *Calculer Numériquement_En-Construction_Ancien*, *Calculer Algébriquement_Idoine* et *Représenter Adéquat_Faiblement_Idoine*. Il met en relation les niveaux de justification *Idoine* ou *Ancien* des praxéologies *Calculer Algébriquement* et *Représenter* et ceux de *Calculer Numériquement*. La CAH a conduit ensuite à l'identification de trois groupes d'élèves nommés EI-A1 (26 %), EI-B1 (39 %), EI-C1 (35 %) et dont les variables qui les caractérisent le mieux sont décrites dans la figure 3.

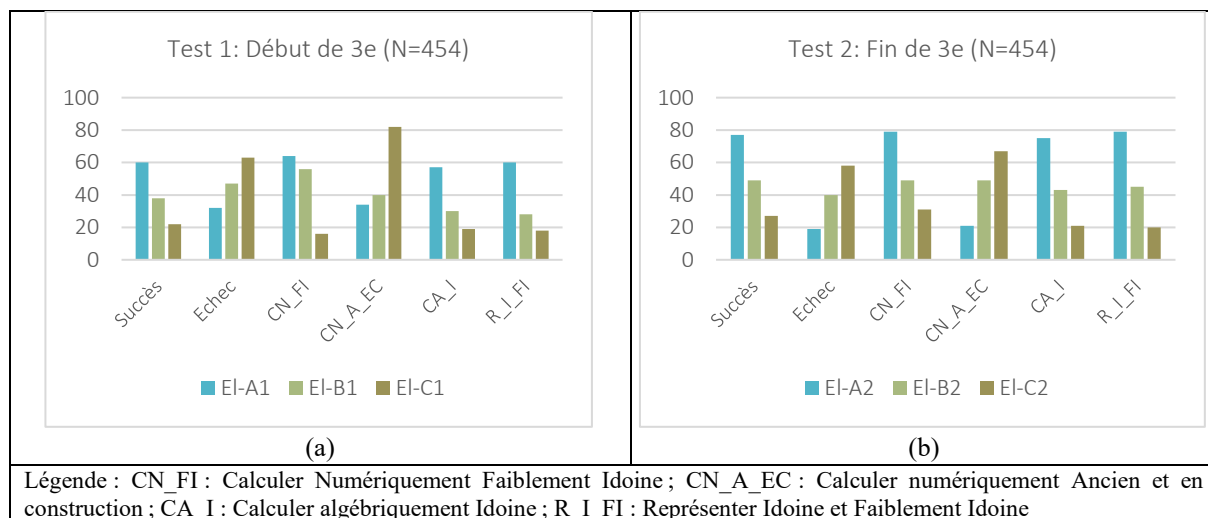


Figure 3 – Pourcentages des variables contribuant au premier plan factoriel du Test 1(a) et du Test 2 (b)

Le groupe EI-A1 se caractérise par un pourcentage moyen de *réussite* (60 %) double de celui d'*échec* (32 %), et par des pourcentages moyens sur les niveaux de justification *Idoine* ou *Faiblement_Idoine* relatifs aux trois praxéologies locales *Calculer Numériquement*, *Calculer Algébriquement* et *Représenter* proches de 60 %. Les élèves de EI-A1 commencent l'année scolaire avec des pratiques algébriques déjà bien établies.

Le groupe EL-B1 se caractérise par un pourcentage moyen de *réussite* (38 %) inférieur à celui d'*échec* (47 %), et par des pourcentages moyens sur les niveaux de justification *Idoine* ou *Faiblement_ Idoine* proches de 30 % sur *Calculer Algébriquement* et *Représenter*. Pour *Calculer Numériquement*, le pourcentage moyen sur le niveau de justification *Faiblement_ Idoine* (56 %) est le plus élevé par rapport celui des autres praxéologies et est supérieur à *En_Construction* et *Ancien* (40 %). Les élèves de EL-B1 commencent l'année en ayant construit un point d'appui sur le calcul numérique pour évoluer vers des pratiques algébriques.

Le groupe EL-C1 se caractérise par un pourcentage moyen de *réussite* (22 %) qui est le tiers de celui d'*échec* (63 %), et par des pourcentages moyens sur les niveaux de justification *Idoine* ou *Faiblement_ Idoine* relatifs aux trois praxéologies locales *Calculer Numériquement*, *Calculer Algébriquement* et *Représenter* inférieurs à 20 %. Le calcul numérique n'est pas un point d'appui pour ces élèves (82 % pour les niveaux *En_Construction* ou *Ancien* contre 16 % pour le niveau *Faiblement_ Idoine*). Les élèves de EL-C1 commencent l'année bien en dessous des attentes du collège.

2. Groupes d'élèves au test de fin d'année (Test 2)

Nous avons effectué la même analyse pour le test 2. Les variables qui contribuent le mieux au plan factoriel sont les mêmes (Figure 3). Elles conduisent à trois groupes, EL-A2 (25 %), EL-B2 (35 %), EL-C2 (40 %).

Les groupes du test 1 et du test 2 sont comparables sur l'ensemble des variables (Figure 3), mais avec des variations plus ou moins marquées pour certaines variables selon les groupes. Le pourcentage de *réussite* au test 2 est plus élevé qu'au test 1 pour chaque groupe (16 points de plus pour EL-A2, 11 pour EL-B2 et 5 pour EL-C2). Les élèves de EL-C2 progressent en *Calculer Numériquement*, le pourcentage moyen en *Faiblement_ Idoine* ayant presque doublé bien qu'il reste très faible (31 %). Mais les élèves de EL-C2 ne progressent pas sur le niveau *Idoine* pour la praxéologie *Calculer Algébriquement*, ni sur le niveau *Faiblement_ Idoine* pour la praxéologie *Représenter*. Le calcul numérique n'est toujours pas un point d'appui.

3. Variation sur l'année scolaire

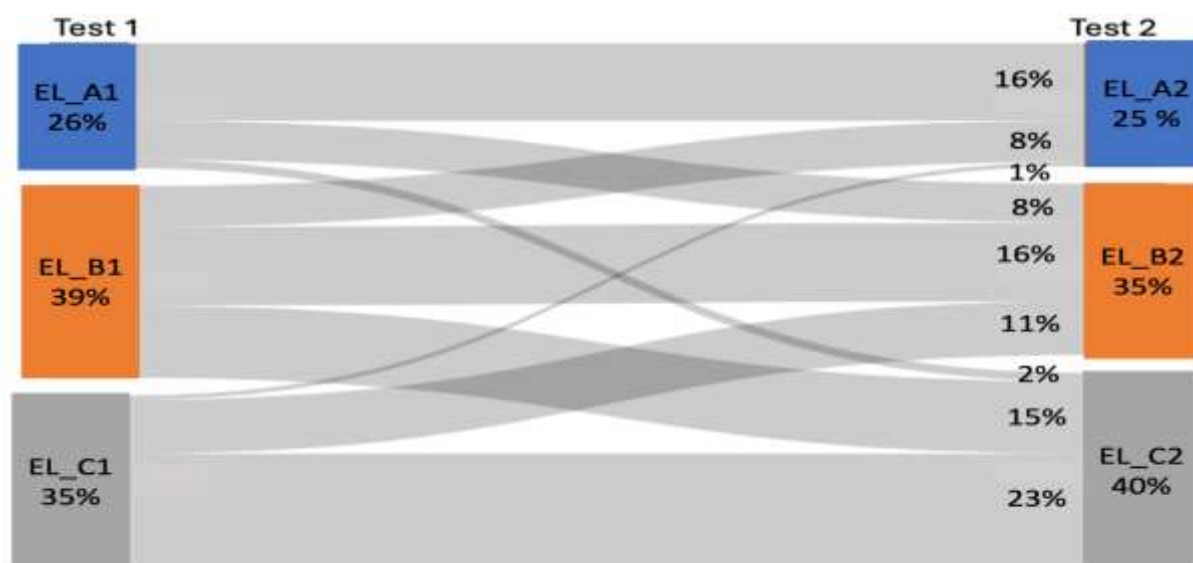


Figure 4 – Fluctuation de l'appartenance aux groupes entre le test 1 et le test 2

La composition des groupes varie légèrement entre les deux tests. El-C2 compte un peu plus d'élèves que El-C1 (environ 40 % contre 35 %) et mais c'est l'inverse pour El-B2 et El-B1 (35 % contre 39 %).

L'appartenance des élèves aux groupes évolue entre les tests 1 et 2 comme représenté dans le diagramme de la figure 4. Le pourcentage des élèves ayant progressé sans changer de groupe est de 45 % (16 % de El-A1 à El-A2, 16 % de El-B1 à El-B2 et 23 % de El-C1 à El-C2). Pour ces élèves, il n'y a pas eu de progrès majeurs relativement aux niveaux de justification qu'ils utilisent pour résoudre des problèmes algébriques. Le pourcentage des élèves ayant progressé en changeant de groupe est de 20 % (8 % de El-B1 à El-A2, 1 % de El-C1 à El-A2, 11 % de El-C1 à El-B2). À la fin de l'année, ces élèves ont acquis des praxéologies plus proches de ce qui est attendu en fin de troisième. Mais environ 25 % des élèves ont régressé et, à la fin de l'année, appartiennent à des groupes qui ont construit des praxéologies éloignées de ce qui est attendu (8 % de El-A1 à El-B2, 15 % de El-B1 à S El-C2 et 2 % de El-A1 à El-C2).

Les praxéologies apprises par les élèves se répartissent en trois groupes au début et à la fin de l'année, avec des caractéristiques similaires. Ils sont cohérents en termes d'apprentissage en ce qui concerne les niveaux *Idoine* et/ou *Faiblement_ Idoine* des praxéologies locales représentatives *Calculer-Numériquement*, *Calculer-Algébriquement*, *Représenter* : pourcentage supérieur à 50 % pour El-A1 et El-A2, pourcentage entre 30 et 50 % pour El-B1 et El-B2, pourcentage inférieur à 30 % pour El-C1 et El-C2 (Figure 3). À la lumière de ces résultats, nous associons chaque groupe à une dominante décrite par le même niveau de justification sur ces trois praxéologies locales : *Idoine* et/ou *Faiblement_ Idoine* pour El-A1 et El-A2, *En construction* pour El-B1 et El-B2 et *Ancien* pour El-C1 et El-C2. De plus, nous constatons que les praxéologies *Modéliser* et *Prouver* ne sont pas représentatives dans la caractérisation des groupes, ce qui soulève des questions sur la place attribuée à ces praxéologies dans l'enseignement effectif actuel de l'algèbre en France.

Entre le début et la fin de l'année scolaire, malgré un taux de réussite plus élevé au test 2, les proportions d'élèves dans chaque groupe restent assez proches : un quart des élèves (El-A1 et El-A2) ont acquis les praxéologies attendues en fin de collège, entre 35 et 40 % des élèves (El-C1 et El-C2) gardent des praxéologies anciennes, entre 39 et 35 % des élèves (El-B1 et El-B2) ont des praxéologies en cours de construction. Cependant, certains élèves changent de groupe avec 20 % de progrès et 25 % de régression. Le calcul numérique est déterminant entre les groupes El-C1 et El-B2. Ces résultats sont comparables à ceux trouvés dans les travaux utilisant *Pépité*, mais ils sont plus riches car ils indiquent ce qui est le plus représentatif des praxéologies apprises des élèves.

V. VARIATION DES APPRENTISSAGES AU SEIN DE CHAQUE CLASSE

La composition d'une classe peut différer d'une autre, en fonction des praxéologies apprises des élèves qui composent la classe. En effet, il peut y avoir plus ou moins d'élèves avec des praxéologies idoines, anciennes ou en cours de construction, ce qui n'offre pas les mêmes conditions d'apprentissage aux élèves.

Afin d'étudier les liens entre la composition des classes au Test 1 et l'évolution des apprentissages des élèves, la figure 5 montre la variation de la distribution des élèves entre les deux tests au sein de chaque classe, en distinguant les élèves qui progressent sans changer de groupe (El-A1 à El -A2, El -B1 à El -B2, El-C1 à El -C2), avec changement de groupe (El-B1 à El-A2, El-C1 à El-B2, El-C1 à El-A2), et ceux qui régressent (El-A1 à El-B2, El-A1 à El-C2, El-B1 à El-C2).

Toutes les classes progressent, mais toutes n'affichent pas la même variation en termes d'apprentissage des élèves. En particulier, il y a des différences importantes d'une classe à l'autre entre les pourcentages d'élèves qui progressent en changeant de groupe. Seules deux classes n'ont aucun élève qui régresse (n° 1710604 et n° 2307079).

Toutefois, une nouvelle donnée vient interroger ces résultats. Le pourcentage d'élèves présents aux deux tests varie entre 52 et 100 % selon les classes. Nous n'avons donc pas toutes les données par classe et nous nous interrogeons sur les praxéologies apprises des élèves qui n'étaient pas présents aux deux tests. Une évolution de la méthodologie serait nécessaire pour objectiver la variation des apprentissages au sein de chaque classe.

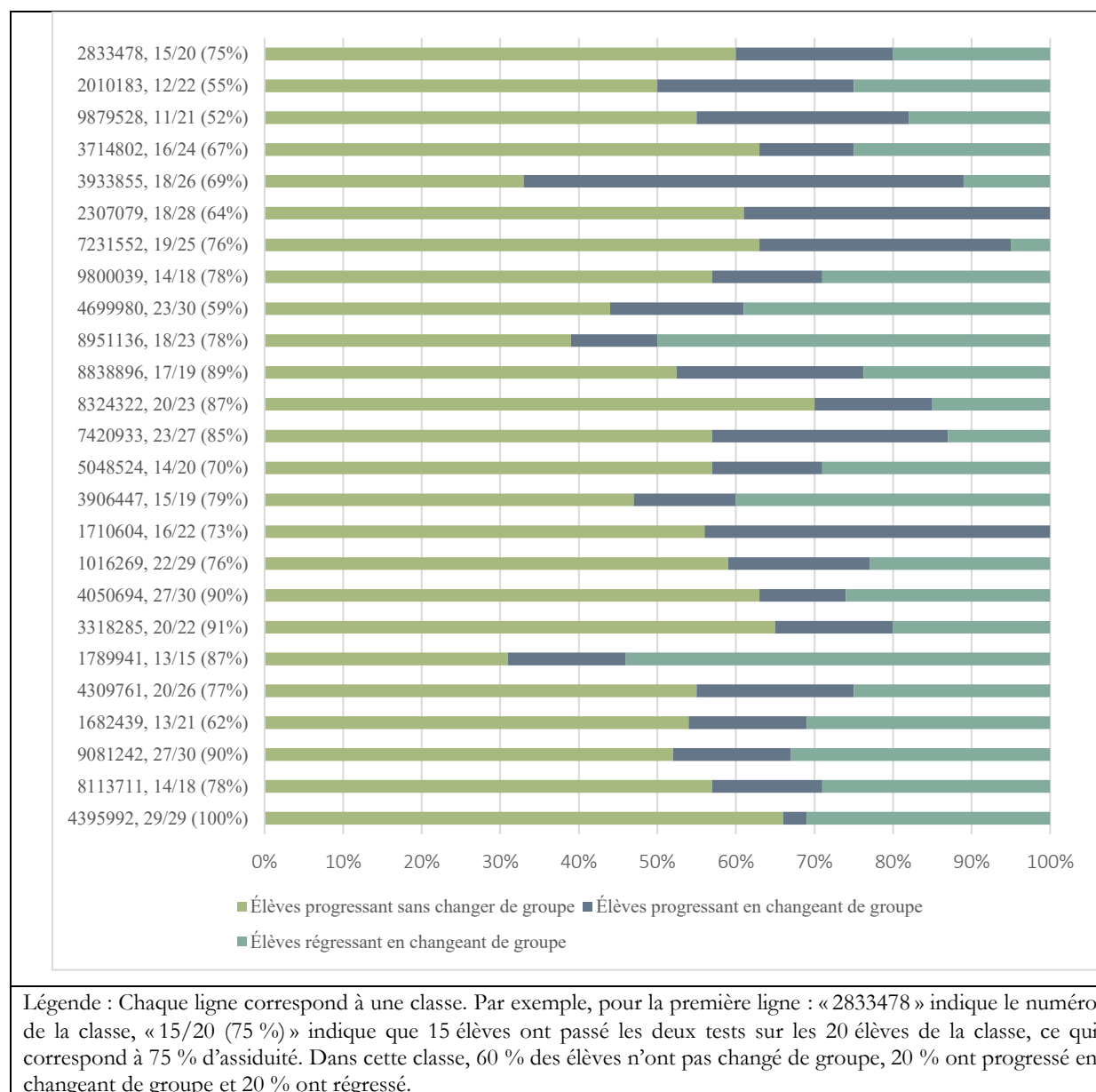


Figure 5 – Pour chaque classe (N=25), le pourcentage d'élèves progressant ou non entre les deux tests et pourcentage de présence aux deux tests

VI. CONCLUSION

L'originalité de cette étude statistique à grande échelle réside dans ses fondements didactiques, en particulier la caractérisation de l'algèbre élémentaire par cinq praxéologies locales et la hiérarchisation des savoirs et raisonnements des élèves par quatre niveaux technologiques. Ce modèle de référence de l'algèbre élémentaire structure les bases de données. Il a permis de définir des élèves similaires en termes d'apprentissage et d'étudier leur variation pendant une année. Les analyses statistiques utilisées, ACP et CAH, reflètent la qualité et la pertinence du codage des données. Elles sont mutuellement cohérentes et interprétables par rapport au modèle de référence, par exemple en ce qui concerne la description des groupes d'élèves.

De plus, mener une telle étude à grande échelle nécessite un soutien important des institutions scolaires, ici du rectorat de l'académie de Limoges, pour contacter les enseignants et les convaincre à participer sans qu'ils se sentent évalués. Même avec ce soutien, de nombreux élèves n'ont pas passé le deuxième test. Sur ce point, notre étude révèle une limite méthodologique concernant la prise en compte de l'absentéisme des élèves. Limiter cet absentéisme s'avère être une condition indispensable pour étudier la dépendance éventuelle entre l'évolution des apprentissages des élèves et l'effet classe.

Outre la composition de la classe, nous avons commencé à prendre en compte les choix et pratiques pédagogiques des enseignants qui peuvent influencer la variation des praxéologies apprises par les élèves. L'étude Praesco⁴ second degré a montré qu'il existe quatre groupes différents de pratiques d'enseignement. Elles dépendent notamment du fait que les enseignants mettent l'accent sur la résolution de problèmes algébriques ou sur l'aspect technique du calcul algébrique et qu'ils prennent en compte ou non les productions des élèves.

Une première analyse exploratoire croise les résultats au test de fin d'année de 426 élèves de 23 classes et les réponses à l'enquête Praesco des 23 enseignants correspondants sur une question à choix multiples concernant l'organisation de l'enseignement de l'algèbre. L'enseignant doit indiquer s'il termine en classe de troisième sa séquence sur les « Expressions algébriques » par « Factoriser des expressions littérales », ou par « Prouver des propriétés ou montrer que des expressions littérales sont équivalentes » ou par « Produire des expressions ». L'analyse s'appuie sur le test de comparaison d'espérance et le modèle Anova. Elle met en évidence que le taux de réussite moyen diffère de façon significative (p -valeurs $< 5\%$) selon, par ordre croissant, que les enseignants terminent par Factoriser, par Produire ou par Prouver. Les enseignants qui déclarent privilégier l'aspect *outil* de l'algèbre en travaillant la production d'expressions littérales ou la preuve ont des élèves qui réussissent mieux que ceux qui déclarent privilégier l'aspect technique du calcul.

Remerciements

Nous remercions la Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance (DEPP) du ministère de l'Éducation nationale français et l'académie de Limoges pour leur aide à la collecte des données ainsi que Muhammad Zubair Emritte, qui a réalisé les analyses statistiques lors de son stage de fin d'études à l'Université Paris Cité.

⁴ Note d'information DEPP-B4 21.11 (2021) <https://www.education.gouv.fr/media/74626/download> et document qui l'accompagne : 2021-E02 <https://www.education.gouv.fr/media/74607/download>

RÉFÉRENCES

- Bressoux, P. (2012) L'influence des pratiques enseignantes sur les acquisitions scolaires des élèves. *Regards Croisés sur l'Économie*, 12(2), 208-217. <https://doi.org/10.3917/rce.012.0208>
- Chevallard, Y. et Johsua, M.-A. (1991). *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné*. La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique de mathématiques*, 19(2), 221-265.
- Grugeon, B. (1997) Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire. *Recherches en didactique des mathématiques*, 17(2), 49-96.
- Grugeon-Allys, B. (2016). Évaluer en mathématiques : une approche didactique et épistémologique. Dans P. Detroz, M. Crahay et A. Fagnant (dir.), *L'évaluation à la lumière des contextes et des disciplines* (p. 63-90). De Boeck.
- Grugeon-Allys, B., Chenevotot-Quentin, F. et Pilet, J. (2023). Apports de modèles didactiques pour concevoir des parcours adaptatifs dans un environnement numérique. *Recherches en Didactique des mathématiques*, 43(3), 285-325.
- Grugeon-Allys, B. et Pilet, J. (2024). The algebraic learning of middle school students' evolution during a school year: a statistical large-scale study based on results in mathematics didactics. *Educational Studies in Mathematics*, 117, 533-564. <https://doi.org/10.1007/s10649-024-10347-z>
- Nye, B., Konstantopoulos, S. et Hedges, L. (2004). How large are teacher effects? *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 26(3), 237-257. <https://doi.org/10.3102/01623737026003237>
- Pilet, J., Coppé, S., Grugeon-Allys, B. et Horoks, J. (2024). Une étude à grande échelle des pratiques déclarées des enseignants du secondaire français. Dans A. Adihou (dir.), *Actes du 8^e colloque EMF2022, 12-16 décembre 2022, Cotonou, Bénin* (p. 734-746). Les éditions de l'Université de Sherbrooke.

ANNEXE
CARACTÉRISATION DES NIVEAUX DE JUSTIFICATION SELON LES PRAXÉOLOGIES
MATHÉMATIQUES RELATIVES À L'ALGÈBRE

Praxéologie	Niveau de justification	Description en référence aux niveaux de l'institution scolaire
Modéliser	Idoine	M_TS Usage des lettres pour produire des expressions littérales complexes, des formules cohérentes aux relations entre grandeurs.
	Faiblement idoine	M_S Usage des lettres pour produire des expressions littérales (premier degré avec parenthèses), des formules cohérentes aux relations entre grandeur.
	En construction	M_F Usage des lettres pour produire des expressions littérales simples (premier degré sans parenthèses) qui sont souvent incorrectes dans des cas plus complexes
	Ancien	M_I Pas ou peu d'usage des lettres ou de façon abrégative. Usage de démarches arithmétiques
Prouver	Idoine	P_TS Usage de justification algébrique correcte (notamment le contre-exemple)
	Faiblement idoine	P_S Usage de justification algébrique correcte
	En construction	P_F Usage de justification algébrique erronée ou mobilisant des arguments d'ordre légal
	Ancien	P_I Usage d'exemples pour prouver
Représenter	Idoine	R_TS Traduction correcte avec prise en charge d'une reformulation pour des expressions littérales complexes
	Faiblement idoine	R_S Traduction correcte avec prise en charge d'une reformulation pour des expressions simples du premier degré
	En construction	R_F Traduction correcte dans des cas simples (sans reformulation) sinon erreur de traduction (écriture en ligne pas à pas, égalité comme annonce de résultat)
	Ancien	R_I Traduction incorrecte avec des écritures abrégatives
Calculer algébriquement	Idoine	CA_TS Substitution correcte, usage correct des propriétés, dont les priorités opératoires, et réécriture d'expressions littérales complexes.
	Faiblement idoine	CA_S Substitution correcte, usage correct des propriétés, dont les priorités opératoires, et réécriture d'expressions littérales simples.
	En construction	CA_F Prise en compte des priorités opératoires dans des calculs simples ($ax+b$) et des erreurs sur le calcul littéral ($ax(b+c) \rightarrow axb+c$)
	Ancien	CA_I Pas de prise en compte des priorités opératoires et réécriture incorrects de type concaténation ($a+b \rightarrow ab, a^n \rightarrow na, ,$)
Calculer numériquement	Idoine	CN_TS Usage correct des propriétés et des parenthèses pour tous les nombres dans des expressions simples
	Faiblement idoine	CN_S Usage correct des propriétés et des parenthèses pour tous les nombres dans des expressions simples
	En construction	CN_F Prise en compte des priorités opératoires dans des calculs simples
	Ancien	CN_I Pas de prise en compte des priorités opératoires