

UTILISATION DES OUTILS GRAPHIQUES INTERACTIFS DYNAMIQUES POUR FAVORISER LE DÉVELOPPEMENT DE LA PENSÉE MATHÉMATIQUE : UNE ÉTUDE DES PRATIQUES ENSEIGNANTES

| KHALLOUFI-MOUHA* FATEN

Résumé | Cet article explore l'utilisation des outils graphiques dynamiques interactifs, construits dans des environnements de géométrie dynamique, comme des outils de médiation sémiotique et discursive pour soutenir l'apprentissage des élèves. En adoptant une approche discursive et sémiotique et à travers une étude de cas centrée sur l'utilisation de la situation Poulie dans Cabri, l'article examine comment ces outils aident à introduire et institutionnaliser des concepts abstraits, tels que la mesure d'un arc orienté, dans une classe de 2^e année secondaire (16-17 ans) en Tunisie. Les résultats, structurés autour de cinq projets focaux de l'enseignant, identifiés lors de l'analyse d'une discussion collective, soulignent l'importance de ces outils comme médiateurs pour favoriser la pensée mathématique abstraite, gérer les conflits commognitifs et guider les élèves vers un discours mathématique formalisé. L'étude conclut par des implications pour la conception d'outils pédagogiques efficaces et la formation des enseignants à l'exploitation de leur potentiel sémiotique et discursif dans l'enseignement des mathématiques.

Mots-clés : outils graphiques interactifs dynamiques, pratiques enseignantes, cadre discursif et sémiotique, environnements de géométrie dynamique

Abstract | This article explores the use of dynamic interactive graphical tools, constructed within dynamic geometry environments, as semiotic and discursive mediation tools to support student learning. By adopting a discursive and semiotic approach and through a case study focused on the use of the Pulley Situation in Cabri, the article examines how these tools help introduce and institutionalize abstract concepts, such as the measure of an oriented arc, in a second-year secondary school class (16-17 years old) in Tunisia. The results, structured around five teacher focal projects identified during the analysis of a collective discussion, highlight the importance of these tools as mediators for fostering abstract mathematical thinking, managing commognitive conflicts, and guiding students toward formalized mathematical discourse. The study concludes with implications for the design of effective pedagogical tools and the training of teachers in leveraging their semiotic and discursive potential in mathematics education.

Keywords: Dynamic interactive graphical tools, teaching practices, discursive and semiotic framework, dynamic geometry environments

I. INTRODUCTION ET PROBLÉMATIQUE

En dépit de l'abondance des travaux portant sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques avec l'utilisation d'outils technologiques, il demeure essentiel d'approfondir notre compréhension de la manière dont les enseignants exploitent les potentialités de ces outils en classe, ainsi que d'explorer comment leurs usages spécifiques influencent l'apprentissage des élèves. Hoyles et al. (2013) soulignent que le principal défi de l'intégration des ressources technologiques réside dans la compréhension de leur utilisation en contexte scolaire pour favoriser des changements effectifs et améliorer les apprentissages en mathématiques. Dans cette perspective, ce travail propose, à travers une étude de cas, d'analyser l'exploitation des potentialités discursives et sémiotiques d'un logiciel de géométrie dynamique par un enseignant, en vue de soutenir le développement de la pensée mathématique chez les élèves.

* Faculté des Sciences de Bizerte, Université de Carthage, 7021 Bizerte – Tunisia – fkhalloufi@fsb.ucar.tn

Les logiciels de géométrie dynamique permettent de construire des objets dynamiques et interactifs, offrant une rétroaction immédiate sous forme de changements visuelles et dynamiques résultant des actions de l'utilisateur. Ces changements reflètent des propriétés mathématiques sous-jacentes. L'utilisation de ces objets en classe influence l'interaction entre les acteurs et façonne les pratiques des enseignants (Khalloufi-Mouha et Brini, 2022 ; Khalloufi-Mouha, 2024). De plus, ces objets dynamiques et interactifs peuvent susciter l'émergence de formes de discours encore informelles, basées sur leur manipulation directe, mais riches en significations mathématiques. Ces discours contiennent des récits que l'enseignant ou un expert peut interpréter dans un discours mathématique (Antonini et al., 2020 ; Khalloufi-Mouha, 2022).

Dans l'objectif de contribuer aux travaux explorant la problématique des pratiques enseignantes lors de l'intégration d'un environnement informatique et le rôle de l'enseignant dans l'exploitation de ces outils pour promouvoir l'apprentissage des élèves, cette étude focalise son attention sur l'utilisation d'outils graphiques dynamiques interactifs et examine comment ces outils peuvent être utilisés en tant que médiateurs discursifs et sémiotiques permettant de soutenir l'évolution chez les élèves d'un discours contextualisé lié à une pensée empirique vers un discours mathématique. L'étude s'appuie sur le cadre théorique et analytique développé dans Khalloufi-Mouha (2022) à travers la combinaison de la théorie de la médiation sémiotique et l'approche commognitive, et vise à identifier comment l'enseignant peut utiliser les potentialités sémiotiques et discursives de ces outils dynamiques et interactifs pour favoriser le développement d'un discours mathématique chez les élèves.

II. OUTILS GRAPHIQUES DYNAMIQUES INTERACTIFS

Lors des dernières années, plusieurs travaux se sont intéressés aux caractéristiques du discours développé par les élèves lors de l'utilisation d'environnements de géométrie dynamique (EGD). Dans cette perspective, Ng (2016) a distingué les médiateurs visuels dynamiques des médiateurs visuels statiques. Cette distinction a été approfondie par Antonini et al. (2020), Baccaglini-Frank (2021) et Weingarden et al. (2024) qui ont introduit la notion de médiateurs dynamiques et interactifs (DIM *dynamic interactive mediators*). Ces objets numériques, construits dans des environnements technologiques, peuvent être manipulés et fournissent une rétroaction immédiate sous forme de changements dynamiques. Pour les experts en mathématiques, ces changements représentent des réalisations d'objets mathématiques (Baccaglini-Frank, 2021). Les auteurs ont souligné le potentiel de l'interactivité et du dynamisme de ces médiateurs dans le processus de construction de significations mathématiques. Intégrés comme outils pédagogiques, ils permettent une exploration concrète des concepts abstraits via la manipulation de représentations graphiques et algébriques, ce qui peut favoriser un engagement et une participation active des élèves en classe (Baccaglini-Frank, 2021 ; Lisarelli, 2023). En se plaçant dans la lignée de ces travaux, cet article focalise son attention sur un type particulier des médiateurs dynamiques interactifs : les *médiateurs graphiques dynamiques interactifs*. Ces derniers représentent une simulation de situations concrètes manipulables directement par les élèves dans un environnement de géométrie dynamique, tout en fournissant une rétroaction interprétable par un expert en terme de relations mathématiques. Grâce à leurs potentialités sémiotiques et discursives, ces médiateurs peuvent permettre aux élèves de développer une signification personnelle en lien avec les rétroactions fournies et de s'engager dans l'élaboration de récits susceptibles d'évoluer vers la construction des objets mathématiques visés. Ce travail explore la façon dont l'enseignant exploite les potentialités sémiotiques et discursives de ces médiateurs graphiques dynamiques interactifs pour promouvoir l'apprentissage de concepts mathématiques abstraits.

III. CADRE THÉORIQUE

Le travail est basé sur l'utilisation l'approche sémiotique et discursive (ASD) développée dans Khalloufi-Mouha (2022) à travers la combinaison de la théorie de la médiation sémiotique (Bartolini-Bissi et Mariotti, 2008) et l'approche commognitive (Sfard, 2008). Cette approche s'intéresse à la communication mathématique en classe, en particulier dans le cas de l'utilisation d'une ressource technologique comme les environnements de géométrie dynamique. L'ASD introduit le concept de « *projet focal de l'enseignant* » comme une unité d'analyse des actions discursives et sémiotiques de l'enseignant et propose le schème analytique associé à ce concept comme outil d'analyse afin de l'opérationnaliser (Khalloufi-Mouha, 2022). Le projet focal de l'enseignant est défini comme « le projet dans lequel l'enseignant cherche à engager ses élèves et qu'il interprète comme son obligation pour avancer dans son activité d'enseignement. » (Khalloufi-Mouha, 2022, p.157). Un projet focal de l'enseignant peut être décelé à travers les outils de communication qu'il utilise dans ses différentes interventions. Ainsi, chaque projet focal est caractérisé essentiellement par le vocabulaire utilisé et par les médiateurs visuels et sémiotiques mis en œuvre par l'enseignant. Dans le cas de ce travail, l'analyse des différents projets focaux de l'enseignant permettra d'identifier comment l'enseignant peut utiliser les outils graphiques dynamiques interactifs, construits à l'aide des environnements de géométrie dynamique, comme des outils de médiation sémiotique et discursive pour promouvoir la construction des objets mathématiques visés. L'analyse se focalise sur deux niveaux : *le niveau de spécialisation* (repérer si le discours relève du domaine des mathématiques) et *le niveau d'objectivation* (étudier dans le discours de l'enseignant les différents niveaux de l'évolution des significations mathématiques qui émergent de l'interaction de plusieurs signes articulés dans une ou plusieurs interventions de l'enseignant pour guider le processus d'objectivation). L'étude des projets focaux de l'enseignant ne se limite pas à l'analyse unilatérale de son discours en négligeant celui de l'élève. Le concept de projet focal (PF) offre une perspective qui examine la communication en classe principalement sous l'angle du discours de l'enseignant. Ainsi, l'utilisation de l'ASD permet d'éclairer la façon dont les médiateurs dynamiques sont utilisés par l'enseignant pour faire évoluer le discours des élèves vers un discours mathématique portant sur les concepts en jeu. Le travail est guidé par la question de recherche suivante : *Dans quelle mesure l'enseignant peut-il faire recours à des outils graphiques dynamiques interactifs construits à l'aide d'un EGD, comme médiateurs sémiotiques et discursifs pour permettre aux élèves de passer d'un discours empirique vers un discours mathématique ?*

Pour explorer cette question, cet article présente l'étude de cas d'un enseignant qui a fait appel à l'environnement de géométrie dynamique Cabri et à la situation Poulie (Genevès, Laborde et Soury-Lavergne, 2005 ; Khalloufi-Mouha, 2009) pour introduire la notion de mesure d'un arc orienté à des élèves de 2^e année de l'enseignement secondaire Tunisien (16/17 ans)

IV. DESCRIPTION DU MÉDIATEUR GRAPHIQUE UTILISÉ DANS CETTE ÉTUDE

La situation Poulie développée dans Cabri propose un outil graphique interactif qui représente une poulie autour de laquelle une ficelle est enroulée (voir Figure 1). La première extrémité de la ficelle est représentée par le point M qui se déplace sur la poulie lorsque la ficelle est enroulée ou déroulée en utilisant l'outil déplacement de Cabri. La deuxième extrémité de la ficelle, représentée par le point G, peut être déplacée vers le haut ou vers le bas en utilisant l'outil déplacement afin d'expérimenter l'idée de l'enroulement. La longueur de la ficelle peut être augmentée ou diminuée à travers le déplacement des extrémités du segment [AB], ce qui permet de réaliser plusieurs tours. L'apport de cet outil graphique consiste essentiellement à fournir un champ d'expérimentation de la métaphore de

l'enroulement de la droite des réels sur le cercle trigonométrique où la ficelle est utilisée comme un signe qui fait référence à la droite des réels.

Lors de la phase de travail par binôme, les élèves ont pu expérimenter la situation et la possibilité de passer par le point N plusieurs fois. Ce qui correspond à des mesures positives différentes de l'arc orienté d'origine I et d'extrémités N . L'analyse des discussions des différents binômes (Khalloufi-Mouha, 2014) a permis de déceler la coexistence d'une interprétation géométrique et numérique de la partie de la ficelle enroulée autour de la poulie. À travers une interprétation de la partie de la ficelle autour de la poulie comme étant un arc géométrique et de sa longueur comme étant la longueur de cet arc. En se basant sur l'activité des élèves et leur expérience de l'idée de l'enroulement, l'enseignant a cherché à mettre en place une discussion collective afin d'introduire la mesure algébrique d'un arc orienté.



Rayon de la poulie 1,00 cm

Longueur de la ficelle : $AB = 12,58$ cm

longueur de ficelle enroulée sur la poulie : 2,55 cm

Périmètre de la poulie : 6,31 cm

La ficelle est enroulée autour de la poulie de 0,40 tour

Placez le point N sur la poulie de façon que la longueur de l'arc d'extrémités I et N soit égale à 3.

1/ Quelle est la longueur de la ficelle nécessaire pour que le point N soit atteint par M pour la première fois ? Quelle est la longueur nécessaire pour atteindre N pour la deuxième fois ? puis la cinquième fois ? Conclure.

2/ On choisit un réel x négatif. Peut-on placer sur le cercle un point N qui correspond à ce réel. Expliquez

Figure 1 – Activité proposée aux élèves lors de la phase de travail par binôme.

V. MÉTHODOLOGIE

1. Dispositif expérimental

La séquence a été mise en place dans une classe de 16 élèves de 2^e année (16–17 ans) d'un lycée secondaire de la région de Bizerte, en Tunisie, dans un laboratoire d'informatique où les élèves étaient placés par binômes. Le déroulement de l'expérimentation a eu lieu en dehors des séances d'enseignement et les élèves ayant participé étaient volontaires. Les données recueillies comportent les enregistrements de la séance, les enregistrements des discussions lors de la phase de travail par binôme, les fichiers Cabri des élèves ainsi que leurs fiches de travail.

L'objectif mathématique de la séquence d'enseignement analysée est d'introduire l'objet mathématique arc orienté et la mesure d'arc orienté. Les élèves connaissent déjà la définition d'un arc géométrique et la longueur d'un arc géométrique dans le cadre d'une géométrie non orientée. L'introduction de l'arc orienté est un moment important au niveau du programme des mathématiques qui marque le passage vers la géométrie orientée et qui est source de beaucoup de difficultés chez les élèves (Khalloufi-Mouha, 2009).

2. La méthodologie d'analyse

La méthodologie d'analyse des données recueillies est basée sur l'utilisation du schème analytique (Tableau 1) pour analyser le discours de l'enseignant et l'interaction en classe lors de la phase de discussion collective. Le schème analytique regroupe un ensemble de critères formulés sous forme de questions permettant de guider l'analyse des données. La réponse à ces questions peut être décelée directement dans les différentes interventions de l'enseignant, à travers un ensemble d'indicateurs verbaux et textuels

Tableau 1 – Schème analytique utilisée pour explorer le discours de l'enseignant

Caractéristiques du discours de l'enseignant	Questions guidant l'analyse	Indicateurs pour l'analyse
Vocabulaire lié à l'utilisation de l'outil graphique	Processus de spécialisation - Quelles sont les caractéristiques du vocabulaire utilisé par l'enseignant lors de la discussion collective ? - Comment le vocabulaire évolue-t-il au fur et à mesure de l'utilisation des médiateurs graphiques dynamiques ? - Dans quelle mesure le vocabulaire est-il en lien avec l'objet mathématique visé ?	- Catégories des signes verbaux utilisés : artefact (lié directement à l'objet graphique), pivot ou mathématiques. - Les expressions et les énoncés produits par l'enseignant sont en lien avec l'outil graphique ou avec l'objet mathématique.
	Processus d'objectivation - Les interventions de l'enseignant portent-elles sur les processus ou sur les propriétés de l'objet en jeu ? - Comment l'enseignant exploite-t-il les transformations visibles des graphiques pour guider les élèves vers une abstraction ? - comment s'opère le passage des objets concrets vers les objets abstraits (réification) ? - Est-ce que l'enseignant utilise des termes communs pour regrouper des objets ayant un caractère commun (saming) ? - Est-ce que les interventions de l'enseignant évoquent les objets relatifs à l'objet mathématique en jeu de façons séparées ou comme propriétés du même objet ? (encapsulation)	- Passage de l'utilisation de verbes d'action vers des noms (nominalisation). - Transitions de la description de l'outil graphique et les rétroactions vers un vocabulaire formel (réification). - Vocabulaire spécifique lié aux rétroactions dynamiques de l'outil. - Utilisation de signes ou termes abstraits pour décrire les objets mathématiques. - Focalisation sur des processus ou des propriétés mathématiques observées via les graphiques dynamiques. - Encapsulation des processus en objets abstraits. - Introduction de nouveaux termes pour grouper un ensemble des aspects de l'objets graphique ayant des propriétés communes observées lors sa manipulation.- Passage à l'utilisation de termes mathématiques spécialisés pour remplacer un discours sur les processus (il s'agit de l'encapsulation des processus en un objet).

Caractéristiques du discours de l'enseignant	Questions guidant l'analyse	Indicateurs pour l'analyse
Médiateurs visuels lié à l'utilisation de l'outil graphique	- Quels sont les types de médiateurs visuels utilisés et comment sont-ils introduits ? - Quelles interactions entre les médiateurs visuels et discursifs sont observées ?	- Identification des types de médiateurs visuels introduits (symboles, graphiques ou autre). - Interaction entre les graphiques et le discours de l'enseignant. - Références explicites aux rétroactions dynamiques des graphiques dans le discours. - Interprétation mathématique des phénomènes observés dans les graphiques.

VI. RÉSULTATS

L'objectif de cette étude est d'explorer comment l'enseignant utilise des médiateurs graphiques dynamiques interactifs comme des outils de médiation sémiotique et discursive afin de promouvoir l'apprentissage des élèves. Plus précisément, l'analyse se concentre sur l'exploitation de la situation Poulie dans Cabri par l'enseignant pour orchestrer les échanges en classe, faire émerger des significations mathématiques et guider les élèves dans la transition entre un discours contextualisé lié aux pratiques empiriques et le discours mathématique lié à une conceptualisation théorique de l'objet mathématique en jeu.

L'analyse de la discussion collective a permis d'identifier cinq projets focaux (Khalloufi-Mouha, 2022).

- PF1 : Démarrage de la discussion collective et initiation au partage des significations personnelles élaborées à la suite de l'exploration de l'outil graphique
- PF2 : Utilisation de la situation Poulie afin d'amener les élèves à se rendre compte de l'existence de plusieurs mesures algébriques de l'arc orienté
- PF3 : Retour sur la définition déjà introduite de l'arc orienté afin de résoudre le Conflit Commognitif
- PF4 : Retour sur l'activité avec la situation Poulie afin de surmonter le conflit commognitif et justifier l'existence de plusieurs mesures pour un arc orienté
- PF5 : Co-construction de l'expression de la mesure algébrique d'un arc orienté

Dans le PF1, l'enseignant fait une référence directe à la manipulation de l'outil graphique « situation Poulie » et à l'enroulement de la ficelle autour de la poulie. Cette référence a permis à l'enseignant d'initier le processus de confrontation entre les différentes significations personnelles pour guider les élèves vers l'élaboration d'une signification commune partagée par toute la classe et institutionnalisée par l'enseignant. Cela constitue une initiation au processus sémiotique qui s'appuie sur l'interaction avec l'outil graphique dynamique comme une activité partagée par tous les élèves.

Les diverses interventions des élèves se sont caractérisées par un discours contextualisé basé sur l'utilisation de signes contextualisés en décrivant leur activité à travers l'utilisation de la situation Poulie et en identifiant les régularités observées. Leurs interventions ont révélé leur implication dans le projet focal de l'enseignant. L'exemple de l'intervention de Ikbel illustre les remarques précédentes « Ikbel: On a enroulé la ficelle pour atteindre N, la première fois c'est 3, pour la deuxième fois c'est 3 plus un tour du cercle c'est-à-dire le périmètre et comme ça on ajoute à chaque fois le périmètre ».

Dans le PF2, l'enseignant a cherché à amener les élèves à se rendre compte de l'existence de plusieurs mesures de l'arc orienté IN en s'appuyant sur leur activité avec la situation Poulie et sur leurs connaissances antérieures sur l'objet arc géométrique pour introduire le nouvel objet « arc orienté » et ses mesures. Dans ses interventions, l'enseignant fait une référence directe à la situation Poulie en utilisant des signes verbaux qui évoquent l'idée d'enroulement. Par la suite, l'enseignant a introduit une interprétation mathématique de la longueur de la ficelle enroulée comme étant une mesure de l'arc orienté d'origine I et d'extrémité N en évoquant l'existence de plusieurs mesures. L'étude du discours de l'enseignant a permis d'identifier une évolution au niveau du processus d'objectivation de la mesure d'arc orienté à travers l'interprétation mathématique de l'activité d'enroulement.

L'étude des différents projets focaux de l'enseignant ont permis de déceler sa façon d'utiliser la situation Poulie comme un outil sémiotique et discursif qui favorise la transition de l'expérience pratique (enroulement) vers l'interprétation théorique (mesures multiples) et par la suite vers une abstraction algébrique (expression de la mesure d'un arc orienté). Cela s'est traduit à travers une évolution du discours de l'enseignant, marqué par un passage d'une description contextuelle basée sur l'utilisation de verbes d'action tels que (« enrouler », « faire un tour ») à une conceptualisation mathématique basée sur l'utilisation d'un vocabulaire mathématique (« mesure de l'arc orienté », « Périmètre du cercle »). La participation des élèves dans la discussion a fait apparaître leur engagement dans les PF de l'enseignant en particulier le PF1 et PF2.

L'évolution de la discussion collective orchestrée par l'enseignant a été également marquée par un conflit commognitif¹ du fait que l'enseignant et les élèves ont utilisé deux discours qui peuvent être qualifiés d'incommensurables, c'est-à-dire, qui diffèrent au niveau des règles qui régissent l'activité mathématique. Le discours des élèves porte sur l'arc géométrique et relève de la géométrie non orientée où l'arc est un ensemble de points du cercle, caractérisé par une mesure positive qui ne dépasse pas le périmètre du cercle. Alors que, le discours de l'enseignant porte plutôt sur l'arc orienté, conçu comme une classe d'équivalence admettant une infinité de mesures qui diffèrent à 2π près. Afin de dépasser ce conflit, l'enseignant s'est également basé sur le rôle de l'outil graphique dynamique en tant qu'outil de médiation sémiotique et discursive. En fait, l'enseignant a fait un retour à l'activité d'enroulement dans la situation Poulie pour justifier les différentes mesures de l'arc orienté. Ce retour illustre le fonctionnement de la situation Poulie en tant qu'outil de médiation sémiotique pour justifier la pluralité des mesures d'un arc orienté. L'enseignant relie les actions concrètes (enroulement de la ficelle) à des concepts abstraits (droite des réels), renforçant ainsi la médiation entre expérience tangible et compréhension théorique. Dans cette perspective le discours de l'enseignant s'est caractérisé par une modification du vocabulaire utilisé pour permettre un passage à une interprétation abstraite de la ficelle enroulée comme droite des réels, ainsi que le passage vers l'utilisation d'un vocabulaire mathématique. À titre d'exemple, l'utilisation du terme « arc orienté » constitue un moment clé dans la discussion qui annonce un changement au niveau de l'objet mathématique en jeu. Cette façon d'utiliser des potentialités sémiotiques et discursives de la situation Poulie a été essentiellement attachée aux PF3 et PF4.

En lien avec le PF5 relatif à la co-construction de l'expression algébrique de la mesure d'un arc orienté, la situation Poulie continue à être utilisée par l'enseignant comme un outil de médiation sémiotique et discursive afin de guider les élèves à la formalisation algébrique de la mesure algébrique d'un arc orienté. En fait, l'enseignant s'est appuyé sur le caractère dynamique et interactif de l'outil graphique pour guider les élèves vers une formalisation mathématique reconnue par la communauté

¹ Sfard (2008) définit le concept de conflit commognitif comme étant « *the encounter between interlocutors who use the same signifiers (words or written symbols) in different ways or perform the same mathematical task according to differing rules* » (p. 161).

qui correspond à l'expression générale de la mesure algébrique de l'arc orienté $IN = 3 + 2k\pi$, où k est un entier relatif.

VII. CONCLUSION

L'objet de cette étude est d'explorer l'utilisation en classe d'un outil graphique dynamique interactif par l'enseignant, comme un outil de médiation sémiotique et discursive. Les résultats obtenus à travers l'étude de cas présenté dans cet article ont permis de faire apparaître comment l'enseignant a exploité les potentialités sémiotiques et discursives de la situation Poulie pour amener les élèves à construire la signification mathématique de la mesure algébrique d'un arc orienté. En fait, l'enseignant s'est appuyé sur l'aspect dynamique et interactif de la situation Poulie, expérimenté par tous les élèves lors de la phase de travail par binôme, pour guider les élèves à construire la signification mathématique de la mesure algébrique d'un arc orienté qui constitue un concept clé dans la transition de géométrie non orientée vers la géométrie orientée. L'articulation entre les signes contextualisés (signes artefact liés à la manipulation directe avec l'outil graphique), les signes mathématiques et les signes pivots (Bartolini-Bussi et Mariotti, 2008) a permis à l'enseignant de faire le lien entre le contexte empirique et le contexte mathématique afin d'initier chez les élèves un discours mathématique sur la mesure algébrique d'un arc orienté à travers le passage de récits sur la manipulation de l'enroulement dans la situation Poulie vers des récits sur la mesure d'un arc orienté. Cela a été identifié à travers l'étude de l'engagement des élèves dans les projets focaux de l'enseignant.

L'analyse a également révélé l'importance du rôle de l'outil graphique pour gérer le conflit commognitif qui s'est manifesté lors de la discussion qui a été marquée par des retour successifs dans le discours de l'enseignant vers l'expérimentation de l'enroulement de la situation Poulie et les rétroactions fournies, afin d'amener les élèves vers l'interprétation mathématique visée. En fait, l'interprétation numérique de la partie de la ficelle enroulée autour de la poulie a permis d'achever la discussion collective par une co-construction de la formule algébrique de la mesure d'un arc orienté.

Les résultats obtenus permettent de confirmer que l'exploitation de la part de l'enseignant des aspects dynamiques et interactifs d'un outil graphique dans un EGD fournit aux élèves la possibilité de développer à partir de leurs interactions avec cet outil un discours mathématique sur des objets mathématiques abstraits. Les résultats permettent également de souligner l'importance pour l'enseignant d'élaborer ou de choisir des outils graphiques dynamiques interactifs appropriés pouvant être utilisés comme des outils sémiotiques et discursifs permettant de promouvoir le développement d'un discours sur les objets mathématiques abstraits basés sur les rétroactions obtenues. Dans cette perspective, un nouveau travail est nécessaire pour étendre cette recherche à d'autres contextes éducatifs et à d'autres outils technologiques pour valider la généralisabilité des mécanismes identifiés. De plus, les résultats de cette recherche pourront appuyer l'exploration, dans un contexte de formation, des pratiques qu'un enseignant doit développer en lien avec l'utilisation des outils graphiques dynamiques interactifs en classe, en tant qu'outils de médiation sémiotique et discursive.

RÉFÉRENCES

- Antonini, S., Baccaglini-Frank, A. et Lisarelli, G. (2020). From experiences in a dynamic environment to written narratives on functions. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 6(1), 1-29.
- Baccaglini-Frank, A. (2021). To tell a story, you need a protagonist: how dynamic interactive mediators can fulfill this role and foster explorative participation to mathematical discourse. *Educational Studies in Mathematics*, 106(2), 291-312.

- Bartolini Bussi, M. G. et Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artefacts and signs after a Vygotskian perspective. Dans L. D. English, M. G. Bartolini Bussi, G. A. Jones, R. Lesh et D. Tirosh (dir.), *Handbook of international research in mathematics education* (2^e éd. révisée, p. 720-749). Lawrence Erlbaum Associates
- Genevès, B., Laborde C. et Soury-Lavergne S. (2005). The room of transformations and functions with Cabri-geometry. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, (numero speciale), 11-14.
- Hoyles, C., Noss, R., Vahey, P. et Roschelle, J. (2013). Cornerstone mathematics: Designing digital technology for teacher adaptation and scaling. *ZDM Mathematics Education*, 45, 1057-1070.
<https://doi.org/10.1007/s11858-013-0540-4>
- Khalloufi-Mouha, F. (2009). Étude du processus de construction du signifié de fonction trigonométrique chez des élèves de 2^e année section scientifique [Thèse de doctorat inédite]. Université de Tunis.
- Khalloufi-Mouha, F. (2014). Étude de l'évolution des signes langagiers lors d'une séquence d'enseignement intégrant un artefact technologique. *Spirale-Revue de recherches en éducation*, 54(1), 49-63. https://www.persee.fr/doc/spira_0994-3722_2014_num_54_1_1036
- Khalloufi-Mouha, F. (2022). Une stratégie de réseautage pour une analyse sémiotique et discursive des pratiques langagières de l'enseignant lors d'une discussion collective dans une séance intégrant un environnement informatique. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 22(1), 150-169. <https://doi.org/10.1007/s42330-022-00201-w>
- Khalloufi-Mouha, F. et Brini, M. (2023). Rôles des interactions enseignant-élèves dans l'intégration d'un logiciel de géométrie dynamique : le cas d'un enseignant du primaire en Tunisie. *Canadian Journal of Science, Mathematics, and Technology Education*, 22, 835-855. <https://doi.org/10.1007/s42330-022-00257-8>
- Khalloufi-Mouha, F. (2024). Evolution of teachers' professional learning when using a technological resource: A case study of a Tunisian primary school teacher. *Educational Studies in Mathematics*, 116, 281-306. <https://doi.org/10.1007/s10649-024-10320-w>
- Lisarelli, G. (2023). Transition tasks for building bridges between dynamic digital representations and cartesian graphs of functions. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 9, 31-55
<https://doi.org/10.1007/s40751-022-00121-2>
- Ng, O. L. (2019). Examining technology-mediated communication using a commognitive lens: The case of touchscreendragging in dynamic geometry environments. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17, 1173-1193. <https://doi.org/10.1007/s10763-018-9910-2>
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, development of discourses, and mathematizing*. Cambridge University Press.
- Weingarden, M., Lisarelli, G. et Baccaglini-Frank, A. (2024). Exploring mathematical learning opportunities afforded by a balanced scale digital activity. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 10, 382-394. <https://doi.org/10.1007/s40751-024-00147-8>