

L'APPORT DES LOGICIELS DE CALCUL NUMÉRIQUE : CAS DES APPROXIMATIONS VIA L'ANALYSE NUMÉRIQUE DANS UNE ÉCOLE D'INGÉNIEURS TUNISIENNE

| MERJANE* CHIRAZ, IBEN HAJ ALI NAJOUA** ET KOUKI*** RAHIM

Résumé | L'Analyse Numérique traite des problèmes d'approximations qui ne sont pas résolubles dans un environnement papier-crayon. La résolution de ce type de problèmes nécessite l'utilisation d'un logiciel de calcul numérique. Parallèlement, un enseignement d'Analyse Numérique est dispensé dans l'école d'ingénieurs « EI ». Nous nous proposons dans cet article d'examiner l'organisation mathématique et l'organisation didactique en interrogeant les documents officiels et les enseignants de mathématiques.

Mots-clés : Analyse Numérique, logiciel, organisation mathématique, organisation didactique, transposition

Abstract | Numerical Analysis deals with approximation problems that are not solvable in a paper-and-pencil environment. Solving this type of problems requires the use of numerical calculation software. At the same time, Numerical Analysis teaching is provided in an engineering school « EI ». In this article, we propose to examine the mathematical organization and the didactic organization by questioning official documents and mathematics teachers.

Keywords: Numerical Analysis, software, mathematical organization, didactic organization, transposition

I. INTRODUCTION

Dans Kilani et al. (2022), l'approximation absurde $(0,95)^{97} \cong -3,85$ est obtenue en utilisant le développement de Taylor à l'ordre 1 de la fonction $(1 + x)^{97}$ au point 0,05. Cette même absurdité (un nombre strictement positif est presque égal à un nombre strictement négatif) persiste en utilisant la différentielle. Alors, nous nous sommes posé la question : quelle est la méthode d'approximation adéquate pour obtenir une valeur approchée convenable ? Les approximations numériques sont présentes dans le cursus de la formation d'ingénieur aussi bien comme outil que comme objet d'enseignement (Douady, 1986) notamment dans le module Analyse Numérique dont l'objet consiste à fournir des algorithmes susceptibles de donner des solutions numériques à des problèmes de mathématiques issus de l'analyse classique et qui sont fastidieux à faire dans un environnement papier-crayon sinon impossibles. Ceci nécessite l'implémentation d'algorithmes dans un logiciel de calcul numérique.

Par ailleurs, notons qu'en 2023 FunSearch qui est un large Language Model¹ (LLM) combiné avec un évaluateur a découvert de nouvelles solutions à deux problèmes ouverts en mathématique. Aussi, en 2024 AlphaGeometry qui est un LLM combiné avec une méthode symbolique a obtenu un score proche du médaillé d'or humain aux olympiades de mathématiques pour des problèmes de géométrie.

* Université de Carthage (ENICAR) – Tunisie – chiraz.morjen@enicar.ucar.tn

** Université de Tunis ESSECT (LR11ES02 – LARIME) – Tunisie – NAJOUA.HAJALI@essect.u-tunis.tn

*** Université de Tunis el Manar (IPEI El Manar) – Tunisie – rahim.kouki@ipeiem.utm.tn

¹ Large Language Model, LLM (Les grands modèles de langage) constituent une catégorie de modèles de fondation entraînés à l'aide d'immenses quantités de données pour comprendre et générer des textes en langage naturel, ainsi que d'autres types de contenu, afin d'accomplir un large éventail de tâches. <https://www.ibm.com/fr-fr/think/topics/large-language-models>

Ainsi les systèmes : LLM + évaluateur ou bien LLM + méthode symbolique sont experts en mathématique².

Notre ambition est de concevoir un système intelligent qui sera capable de fournir la méthode d'approximation adéquate pour un calcul approché donné. Nous nous posons alors la question : par quel système, allons-nous coupler un LLM pour y arriver ? Un début de réponse à cette question peut être envisagé en utilisant la « Retrieval-Augmented Generation » (RAG³) qui est une méthode d'optimisation des réponses d'un LLM. En cherchant des données et des connaissances spécifiques externes (ces données vont être extraites du corpus que nous allons concevoir), la RAG prétraite ces données ensuite les intègre au LLM ce qui permet d'améliorer ses réponses en limitant considérablement ses hallucinations. Dans cette optique, une étude des documents officiels correspondants à l'enseignement de l'Analyse Numérique s'impose afin de déterminer les méthodes numériques d'approximations à enseigner et les prescriptions relatives à leurs enseignements pour cerner le corpus nécessaire au fonctionnement de la RAG.

Dans cet article, nous nous interrogeons sur comment l'Analyse Numérique est enseignée dans une école d'ingénieurs tunisienne « EI ». Nous nous proposons d'examiner le passage du savoir savant au savoir enseigné. Tout d'abord, nous allons présenter, une analyse en termes de transposition didactique externe qui consiste à analyser la réélaboration et les organisations mathématique et didactique du cours d'Analyse Numérique, en général, dans les programmes des différentes filières du cursus d'ingénierie. La deuxième dimension renvoie à une analyse en termes de transposition didactique interne à travers laquelle nous comptons comprendre comment les approximations sont enseignées mais surtout s'il y a une conformité entre ce qui est recommandé par les programmes et ce qui est scénarisé par les enseignants. Aussi, nous nous intéressons à observer comment se crée le besoin de l'utilisation de logiciels de calcul numérique. Nous avons opté pour l'analyse d'une série d'exercices, du TP correspondant d'enquêter auprès des enseignants. Nous donnons enfin, les conclusions et des perspectives.

II. L'ANALYSE NUMÉRIQUE COMME SAVOIR SAVANT

L'Analyse est au carrefour des mathématiques et de l'informatique. Son utilité réside dans la résolution des problèmes qu'il est difficile ou impossible de résoudre avec l'Analyse Classique. Dans Quarteroni et al. (2007), on distingue trois grands axes de l'Analyse Numérique. Le premier, traite des méthodes directes et itératives de la résolution des systèmes linéaires ainsi que les approximations des vecteurs et des valeurs propres. Le second, il s'intéresse à la résolution des équations et des systèmes d'équations non linéaires, l'interpolation polynomiale et l'intégration numérique. Quant au troisième axe, il porte sur la résolution des équations différentielles ordinaires, aux équations aux dérivées partielles, les polynômes orthogonaux et les problèmes aux limites.

L'Analyse Numérique couvre un large spectre de notions mathématiques allant de l'algèbre linéaire jusqu'aux problèmes aux limites. Elle résout les problèmes de la réalité physique. Dans ce travail nous nous focalisons sur la mécanique. Ainsi la résolution de tels problèmes nécessite sept étapes. Voici plus de précision sur ces étapes. Pour résoudre un problème d'Analyse Numérique selon (Quarteroni, Ricardo, et Saleri, 2007). La première étape consiste en la formulation du problème. Après, vient le choix de la méthode numérique adéquate. La troisième étape consiste en l'implémentation de la méthode à l'aide d'un logiciel de calcul numérique. Après, vient l'analyse des erreurs puis la cinquième

² Pour plus de précisions consulter : <http://dx.doi.org/10.13140/RG.2.2.15542.68168>

³ Génération augmentée de récupération : <https://cloud.google.com/use-cases/retrieval-augmented-generation?hl=fr>

étape qui est la validation des résultats. La sixième est l'optimisation des performances et l'amélioration de la précision et enfin la septième étape consiste à présenter et interpréter les résultats.

Pour résoudre, par exemple, une équation de la forme $f(x) = 0$ où f est une fonction. On commence par formuler le problème en identifiant les données et les inconnues. Ensuite, on choisit la méthode adaptée à cette équation. Puis, on vérifie l'existence de la solution. Cela étant, on choisit une condition initiale x_0 qui garantit la convergence de la méthode. Enfin, on fixe un critère d'arrêt selon la précision souhaitée. Les documents officiels précisent-ils les étapes qui sont à la charge de l'enseignant et celles qui sont à la charge des apprenants.

Chevallard définit la transposition didactique externe, comme étant la transformation du savoir savant à un savoir à enseigner (Chevallard, *Pourquoi la transposition didactique ?*, 1982). Cette transposition s'opère dans la noosphère et par les prescripteurs qui vont décider quels savoirs vont être enseignés et comment ils vont être adaptés pour répondre aux exigences institutionnelles. Ainsi, nous nous sommes posés les questions : Quels sont les axes de l'Analyse Numérique qui vont être enseignés ? Quels sont les acteurs de la transposition didactique externe de l'Analyse Numérique ? Est-ce que le choix du savoir à enseigner est préalablement établi par le ministère, ou bien il est à la charge de l'enseignant ? Comment l'Analyse Numérique en tant que savoir savant va être adaptée pour qu'elle devienne un savoir à enseigner ? Quels sont les choix didactiques prescrits et les moyens pédagogiques déployés pour opérer cette transposition externe ?

Pour répondre à ces questions nous avons consulté les documents officiels afin d'examiner la transposition didactique externe de l'Analyse Numérique. Avant d'analyser ces documents nous présentons l'institution sur laquelle porte notre investigation.

III. PRÉSENTATION DE L'INSTITUTION

Le terrain d'investigation est une école d'ingénieurs Tunisienne que nous notons « EI » afin de garder l'anonymat. Cette institution a ouvert ses portes en 2002 en tant qu'Ecole Supérieure de Technologie et d'Informatique ensuite transformée, depuis septembre 2012, en une Ecole Nationale d'Ingénieurs. Elle offre quatre formations en : Génie Informatique (Info), Mécatronique (MECA), Génie des Systèmes Infotroniques (GSI) et Génie des systèmes Industriels et Logistique (GSIL). Elle est, également, habilitée à délivrer les diplômes de Doctorat en Génie Electrique et un Mastère de Recherche en Automatique, Robotique et Traitement de l'Information. D'après les différents plans d'études (ENICARTHAGE, 2019), l'Analyse Numérique est enseignée en 1^{re} année du cycle Ingénieur. Les élèves ingénieurs inscrits en 1^{re} année sont âgés entre 20 et 21 ans. La majorité des élèves ingénieurs de l'institution « EI » viennent des Instituts Préparatoires aux Cycles d'Ingénieurs.

Dans les paragraphes qui suivent, nous présentons d'abord l'Analyse Numérique dans le savoir à enseigner via une analyse les documents officiels à savoir le guide des études d'ingénieur, les matrices de compétences et les plans d'étude des filières de l'institution « EI ». Ensuite, nous consacrons un deuxième paragraphe pour l'Analyse Numérique comme savoir enseigné en faisant une analyse d'une série d'exercices et en menant une enquête qualitative auprès des enseignants de mathématiques de l'Institution « EI ». L'objectif de l'enquête consiste à comprendre l'organisation mathématique et didactique de l'Analyse Numérique qui a été établie à partir des documents officiels et la série d'exercices. Nous terminons notre travail par présenter les conclusions et les perspectives de notre investigation.

IV. L'ANALYSE NUMÉRIQUE DANS L'ENSEIGNEMENT

Afin d'apporter les éléments de réponses aux questionnements posés précédemment, notre paragraphe comportera deux volets : le premier concerne l'Analyse Numérique dans le savoir à enseigner et le second concerne l'Analyse Numérique dans le savoir enseigné.

1. *L'Analyse Numérique dans le savoir à enseigner*

Les documents officiels relatifs au cursus d'ingénieurs l'institution « EI » se résument en le guide des études d'ingénieur, les Matrices de compétences relatives aux différentes filières et les différents plans d'études relatifs aux différentes filières. Nous nous proposons de les examiner dans l'objectif de relever les consignes émises par la noosphère sur le savoir à enseigner concernant l'Analyse Numérique.

2. *Place de l'Analyse Numérique dans le guide d'ingénieur*

Le guide des études ingénieurs (ministère de l'Enseignement supérieur et de la Recherche scientifique de Tunisie, 2022) est destiné aux élèves des classes terminales du secondaire souhaitant poursuivre des études d'ingénieur. Il donne un aperçu des parcours possibles et des spécificités de la formation en ingénierie. Il est aussi destiné aux étudiants qui s'intéressent aux études d'ingénieurs et souhaitant changer de parcours universitaire. Ce guide donne une brève description du profil de l'ingénieur à l'issue de sa formation initiale ainsi que dans le milieu professionnel.

En Résumé, l'ingénieur, dans les divers domaines de ses activités, joue un rôle essentiel en assumant des fonctions clés liées aux études, à la recherche et développement, à la production, à la maintenance, à la gestion et à l'organisation. Ces fonctions lui confèrent différentes responsabilités, allant de l'ingénieur concepteur à la direction d'une entreprise ou à un poste de cadre administratif supérieur (ministère de l'Enseignement supérieur et de la Recherche scientifique de Tunisie, 2022).

La formation en ingénierie semble conférer à l'ingénieur des compétences de base techniques, analytiques et organisationnelles. L'octroi de ces compétences est tributaire outre de la volonté et l'engagement personnel de l'élève ingénieur, de la qualité de la formation des différentes filières d'ingénierie. Le guide de l'ingénieur ne fournit pas de détails quant au savoir à enseigner dans les écoles d'ingénieurs et spécialement celui relatif à l'Analyse Numérique. Néanmoins, un grand intérêt est porté aux prérequis mathématiques des étudiants voulant intégrer les écoles d'ingénieurs où il est impératif à tous les étudiants qui ont passé deux années dans les instituts préparatoires de passer un concours de mathématiques pour toutes les spécialités sauf celles appartenant au domaine agricole et de la géologie.

Afin de comprendre la place de l'Analyse Numérique dans la formation nous avons interrogé les matrices de compétences relatives aux trois filières d'ingénieries dans l'institution « EI ». Nous présentons ci-après l'Analyse Numérique dans les matrices de compétences.

3. *Place de l'Analyse Numérique dans les matrices de compétences*

Une matrice de compétences est un tableau qui présente les compétences supposées acquises par l'ingénieur selon le métier qu'il entreprend d'exercer. Dans les différentes filières de l'institution « EI », l'Analyse Numérique fait partie des modules qui permettent de développer chez l'élève ingénieur des compétences qui doivent être acquises à la fin de son cursus. Le degré d'appropriation de ces compétences est mesuré en trois niveaux : niveau basique, niveau intermédiaire et niveau avancé. Chaque métier exige un certain nombre de compétences acquises à un certain niveau. Si l'on considère les modules d'Analyse Numérique 1 et Analyse Numérique 2, ils font partie des modules qui permettent de développer un certain nombre de compétences à des niveaux différents.

Pour l'ingénieur en informatique, l'Analyse Numérique contribue à développer trois compétences qui sont : « analyser les statistiques des données », « déployer une solution » et « prendre des décisions ». Ces compétences sont exigées à des niveaux différents selon les métiers à exercer. Notons que la compétence « déployer une solution » est exigée à un niveau basique pour un développeur et pour un expert des médias numériques et à un niveau avancé pour un testeur et un intégrateur, mais il n'y a pas de métiers, selon la matrice de compétences, où cette compétence est exigée à un niveau intermédiaire.

A l'instar de l'ingénieur en informatique, pour l'ingénieur en mécanique l'Analyse Numérique contribue à développer trois compétences qui sont « Aptitude à connaître et à comprendre un large champ de sciences fondamentales », « capacité à modéliser et à simuler des systèmes mécaniques », « capacité à avoir l'esprit d'analyse et d'attention à l'égard des détails ». Cette dernière est exigée seulement à un niveau avancé pour tous les métiers.

Pour la filière GSIL, l'Analyse Numérique est impliquée dans le développement d'une seule compétence à savoir « Aptitude à connaître et à comprendre un large champ de sciences fondamentales ». La plupart des métiers exige un niveau basique de cette compétence alors qu'aucun métier n'exige un niveau de compétence avancé.

Dans les matrices de compétences, il n'y a pas de prescriptions concernant le contenu à enseigner des différents modules, il n'y a pas d'exigences explicitement formulées quant au contenu de l'Analyse Numérique. Les prescripteurs n'ont donné de directives ni sur le savoir à enseigner ni son organisation.

Dans ce qui suit nous présentons l'Analyse Numérique dans les différents plans d'étude.

4. Place de l'Analyse Numérique dans les plans d'étude des différentes Filières

Les plans d'études présentent une description du cursus de la formation d'ingénieur. Ils décrivent l'organisation des différents modules, le moment de leurs enseignements, les volumes horaires attribués ainsi que les fiches descriptives des modules d'enseignement

L'examen des différents plans d'étude nous a permis de relever certains points. L'Analyse Numérique est enseignée en 1^{re} année pour toutes les filières. Cependant, pour les trois filières suivantes : INFO (Informatique) – MECA (Mécatronique) – GSIL (Génie des Systèmes Industriels et Logistique), l'Analyse Numérique est présente au 1^{er} et au second semestre avec les intitulés : Module Analyse Numérique I (1^{er} semestre) et Module Analyse Numérique II. (2^e semestre). Pour la filière GSI l'Analyse Numérique est enseignée seulement au 1^{er} semestre sous le Module Analyse numérique.

L'enseignement de l'Analyse Numérique se présente sous forme de cours intégré (CI) et de travaux pratiques (TP). Le cours intégré renferme le cours et les travaux dirigés (TD) qui consistent en la correction des séries qui portent sur le cours dans un environnement papier-crayon et sans ordinateur. Ces séries sont données à l'avance aux apprenants et elles sont communes à tous les élèves ingénieurs de la filière. Les séances de (TP) se font obligatoirement dans des laboratoires d'informatiques avec des ordinateurs dotés du logiciel de calcul numérique MATLAB. Les étudiants sont amenés à travailler individuellement ou en binômes, à programmer sur MATLAB afin de résoudre les problèmes proposés dont il est impossible de résoudre dans un environnement papier-crayon. D'après les plans d'études, les volumes horaires semestriels, attribués au cours intégré (CI) et aux travaux pratiques (TP) ne sont pas les mêmes pour les différentes filières.

Nous remarquons l'absence totale des (TP) dans la filière informatique, bien que le volume horaire attribué aux modules d'Analyse Numérique I et d'Analyse Numérique II est important relativement à celui attribué aux autres filières (GSIL) et (MECA).

Les fiches descriptives des modules d'enseignement renfermeraient des informations utiles à l'enseignant pour organiser et concevoir son cours, (TD) et /ou son (TP). Elles donnent les objectifs de l'enseignement du module. Elles précisent les prérequis nécessaires que l'élève ingénieur devrait avoir et le plan du cours dans lequel nous trouvons les intitulés des chapitres, les parties qui les constituent. Elles fixent aussi le temps alloué aux cours, (TD) et (TP). Le mode d'évaluation est aussi précisé et quelques références bibliographiques sont fournies. A priori, l'enseignant est doté de plusieurs outils pour assurer la transposition interne à savoir le passage du savoir à enseigner au savoir enseigné.

Le module de l'Analyse Numérique I fait partie de l'axe « Algèbre Linéaire Numérique » et s'intéresse à la résolution des systèmes d'équations linéaires. Le module d'Analyse Numérique II fait partie du deuxième axe⁴ « fonctions et fonctionnelle ». Il traite la résolution des équations non linéaires, l'interpolation polynomiale et l'intégration numérique. Néanmoins, certains points ne sont pas explicitement formulés notamment l'organisation didactique du contenu du cours, (TD) et (TP). En effet, dans les fiches descriptives des modules d'enseignement d'Analyse Numérique on ne trouve pas d'objectifs clairs de l'enseignement. On trouve les intitulés des chapitres et ceux des paragraphes qui les constituent. Ils sont de même nature que l'Analyse Numérique comme savoir savant. On ne trouve pas de détails sur la manière d'organiser le cours, sur le choix des applications et le choix de logiciels de calcul numérique. Il n'y a pas d'indications dans le contenu qui permettent de décrire les étapes de résolution de problèmes numériques, les tâches à la charge des étudiants et celles à la charge de l'enseignant.

Concernant l'Analyse Numérique I et II, les fiches descriptives des filières (MECA) et (GSIL) donnent seulement le temps alloué aux séances de (TP). Il n'est mentionné aucune prescription quant aux parties du cours sur lesquelles il portera, ni sur le choix du logiciel de calcul numérique à utiliser. D'un autre côté, pour la filière (INFO) - sachant que pour cette filière il n'y a pas de TP - on prévoit une seule application sur MATLAB à la fin du chapitre « Méthodes itératives de résolution des systèmes linéaires » dans le module Analyse Numérique I et une autre à la fin du chapitre « Interpolation polynomiale » dans le module Analyse Numérique II. Pointons qu'il n'y a aucun détail sur la nature de cette application, ni sur les parties du chapitre sur lesquelles elle va porter. Le fait que cette application se fasse pendant les séances du cours, nous nous sommes posés la question comment l'enseignant va s'y prendre en cours (CI) pour intégrer le logiciel MATLAB dans son enseignement.

Nous nous sommes alors interrogés sur l'Analyse Numérique comme savoir enseigné, comment se fait l'organisation didactique de l'Analyse Numérique ? Pour cela nous avons analysé une série d'exercice et le TP correspondant et avons mené une enquête qualitative auprès des enseignants de mathématique de l'institution « EI ».

5. *Analyse Numérique comme savoir enseigné*

D'après l'analyse des documents officiels l'organisation mathématique et didactique sont à la charge de l'enseignant. Pour avoir plus de renseignements sur ces deux organisations nous avons analysé une série commune du module Analyse Numérique II de la filière (MECA) (notre choix est arbitraire). La série est une application au chapitre résolution des équations non linéaires ($f(x) = 0$). Elle est donnée à l'avance aux apprenants et corrigée pendant les séances de cours intégré (CI). Précisons que sa correction ne nécessite pas l'utilisation d'un logiciel. Elle se fait dans un environnement papier-crayon. L'objectif implicite de cette série est que l'apprenant apprenne différentes méthodes numériques

⁴ Précisons que l'Analyse Numérique II de la filière touche un peu au 3^e axe « Transformations, dérivations et discrétisations par le chapitre sur la résolution des équations différentielles.

d'approximations et les teste à la main pour les implémenter dans les séances de (TP). La série est composée de 4 exercices et le TP de 3. Les énoncés des exercices proposés contiennent la fonction à étudier ainsi que la méthode numérique à utiliser. De ce fait, c'est l'enseignant qui a pris en charge la formulation du problème et le choix de la méthode numérique. Il ne les a pas laissés à la charge de l'apprenant.

Cette analyse nous a amené à questionner tous les enseignants de mathématiques de l'institution « EI » qui sont au nombre de 11 pour mieux comprendre les choix adoptés au niveau de l'organisation mathématique et didactique.

L'implémentation des méthodes numériques nécessite la manipulation d'un logiciel de calcul numérique, des connaissances sur l'algorithmique et des méthodes d'approximation. Ainsi, le but du questionnaire (voir Annexe) est de comparer ce qui est prescrit dans les fiches modules par rapport à ce qui est fait en classe. Il permet aussi de relever des indicateurs sur la manière d'enseigner les méthodes numériques proposées par les fiches modules et de préciser les logiciels utilisés.

L'analyse des réponses a montré que la majorité des enseignants donne la méthode numérique à utiliser en séance de cours et de (TP). Ces enseignants pensent que les séances de (TP) aident beaucoup les élèves ingénieurs à mieux conceptualiser l'Analyse Numérique.

Les enseignants estiment que les compétences en algorithmiques sont nécessaires.

Par ailleurs, dans les directives de la noosphère, il n'y a pas d'indication sur l'utilisation des logiciels de calcul numérique dans les séances de cours intégré (CI). Certains enseignants n'utilisent pas de logiciels dans le cours intégré (CI) et d'autres utilisent soit MATLAB, soit MATLAB en ligne, ou Octave ou bien Scilab. Il se peut que ces enseignants enseignent un module d'Analyse Numérique où il n'y a pas de (TP). Un entretien avec les enseignants peut nous éclairer sur cette question. En séance de (TP), les élèves ingénieurs aussi bien que les enseignants utilisent seulement MATLAB alors que ce n'est pas prescrit. Nous pensons que c'est peut-être dû au fait que les ordinateurs sont équipés du logiciel MATLAB. D'un autre côté, la majorité des enseignants qui ont répondu jugent nécessaire de montrer l'utilité des logiciels de calcul numérique à leurs élèves ingénieurs. Un enseignant propose les méthodes de Gauss, LU et Cholesky, le second propose MATLAB et le troisième propose l'utilisation de MATLAB avec des simulations pour montrer la vitesse de convergence.

En ce qui concerne l'avis des enseignants sur les difficultés de leurs élèves ingénieurs à résoudre des exercices avec un logiciel de calcul numérique, un enseignant affirme que les élèves ingénieurs rencontrent des difficultés liées à l'utilisation du logiciel de calcul numérique. Un enseignant pense que ces difficultés sont liées à l'algorithmique. Deux enseignants affirment qu'ils n'ont pas de difficultés et deux enseignants ne savent pas si les apprenants rencontrent des difficultés ou non.

À travers cette analyse, nous émettons l'hypothèse que les organisations mathématiques des enseignants de mathématiques de l'institution « EI » sont presque similaires alors que les organisations didactiques ne le sont pas. Des entretiens avec les enseignants peuvent nous éclairer sur ces questions.

V. CONCLUSION ET PERSPECTIVES

L'Analyse Numérique est une branche des mathématiques qui résout des problèmes d'approximations en utilisant un logiciel de calcul numérique. Son enseignement est omni présent dans toutes les filières de l'institution « EI » objet de notre investigation.

L'analyse des documents officiels a montré que les directives de la noosphère sont d'ordre général. Elles donnent le profil général de l'ingénieur à l'issue de sa formation initiale sans donner de précisions

sur les spécificités des modules à enseigner et en particulier les modules d'Analyse Numérique. La noosphère fournit les intitulés des chapitres des modules d'Analyse Numérique mais ne fournit aucune information sur les organisations mathématiques et didactiques. Ces deux organisations sont à la charge de l'enseignant. La résolution d'un problème par l'Analyse Numérique se fait en sept étapes. Remarquons que la noosphère ne précise pas les étapes qui sont à la charge de l'enseignant et celles qui sont à la charge de l'apprenant. Pour avoir plus de précisions, nous avons analysé une série d'exercices relative au chapitre résolution des équations non linéaires ($f(x) = 0$) et le (TP) correspondant du module Analyse Numérique II de la filière (MECA). L'analyse a montré que seuls à la charge de l'apprenant sont : les étapes « l'implémentation de la méthode à l'aide d'un logiciel de calcul numérique », « l'analyse des erreurs » « la validation des résultats » « présentation et interprétation des résultats ». L'étape « l'implémentation de la méthode à l'aide d'un logiciel de calcul numérique » se fait pendant les séances de (TP). L'étape « l'optimisation des performances et l'amélioration de la précision » ne fait pas l'objet d'enseignement dans ce module. Les étapes « formulation du problème » et « choix de la méthode numérique adaptée » sont à la charge de l'enseignant. En effet dans tous les exercices proposés la fonction est donnée ainsi que la méthode d'approximation à utiliser. Ceci nous permet d'avancer que l'outil Analyse numérique risque de ne pas être disponible (au sens de Robert) dans les autres disciplines. Dans un prochain travail nous nous projetons d'analyser le savoir enseigné des autres filières et voir s'il y a similitudes ou des divergences avec la filière (MECA) dans l'objectif de comparer les organisations mathématiques et didactiques des différents enseignants. Notre projet est aussi d'investiguer au niveau des autres disciplines de la formation afin de voir comment l'apprenant mobilise ses connaissances d'Analyse Numérique et de mieux comprendre les différents niveaux de compétences basique, intermédiaire et avancé.

Dans un cours intégré (CI) les exercices de la série sont implicitement résolubles à la main c'est-à-dire sans logiciel. Cependant en TP les exercices sont résolubles avec logiciel. Nous n'avons aucune information concernant les applications du cours du (CI). Ceci nous amène à se poser la question est ce que l'apprenant est capable par lui-même de savoir si la résolution d'un exercice d'Analyse Numérique nécessite l'utilisation d'un logiciel ou non. Une analyse du cours et une investigation auprès des apprenants peuvent nous éclairer et nous donner des éléments de réponses.

Les approximations numériques des fonctions et leurs méthodes font l'objet d'enseignement, dans toutes les filières de l'institution « EI ». D'après l'enquête menée auprès des enseignants de Mathématique ces derniers pensent que l'utilisation des logiciels de calculs numériques pourraient améliorer la conceptualisation des élèves ingénieurs des différents concepts. Néanmoins, l'absence de travaux pratiques où l'apprenant peut manipuler un logiciel de calcul numérique a poussé certains enseignants à montrer pendant les séances de cours intégré l'importance de ces logiciels mais sans que l'apprenant ait l'occasion de manipuler lui-même le logiciel. D'un autre côté certains enseignants pensent que les difficultés des apprenants viennent essentiellement du langage de programmation.

Dans une perspective d'ingénierie didactique, nous envisageons d'exploiter les potentialités des RAG afin d'aider les enseignants à concevoir des situations de classe. Nous nous sommes alors posés la question : quelles sont les contraintes sur le corpus que nous allons concevoir pour éliminer toutes les hallucinations d'un LLM.

RÉFÉRENCES

- Chevallard, Y. (1982). Pourquoi la transposition didactique ? Dans *Actes du Séminaire de didactique et de pédagogie des mathématiques de l'IMAG, Université scientifique et médicale de Grenoble* (p. 167-194). http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php?id_article=103
- Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2), 5-31. <https://revue-rdm.com/1986/jeux-de-cadres-et-dialectique/>
- ENICARTHAGE. (2019). *Document étudiants-Plan d'études*.
- Kilani, I., Kouki, R. et Beldi, M. (2022). Analyse mathématique et regard didactique sur les formules de Taylor en vue d'une meilleure conceptualisation. *Educação Matemática Pesquisa*, 24(3), 62-107. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2022v24i3p062-107>
- Ministère de l'enseignement supérieur et de la Recherche scientifique de Tunisie. (2022). *Guide des études d'ingénieurs*. Direction générale des études technologiques.
- Quarteroni, A., Ricardo, S. et Saleri, F. (2007). *Méthodes numériques. Algorithmes, analyse et applications* (J.-F. Gerbeau, trad.) Springer-Verlag Italia. https://www.ceremade.dauphine.fr/~bey/enseignement/Enseignement/All_enseignement_dauphine/Module_analyse_numerique/livre%20analyse%20num%C3%A9rique/fiche_numerique/bok%253A978-88-470-0496-2.pdf
- Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 18(2), 139-190. <https://revue-rdm.com/1998/outils-d-analyse-des-contenus/>

ANNEXE : QUESTIONNAIRE ENSEIGNANTS

- Q-1 :** Pensez-vous que certaines compétences en algorithmique seraient nécessaires aux étudiants pour apprendre les méthodes numériques ?
- Q-2 :** Pensez-vous que les séances de TP aident les élèves ingénieurs à mieux conceptualiser les méthodes numériques enseignées ?
- Q-3 :** Lors de la résolution d'exercices en séances de cours, précisez-vous la méthode numérique à utiliser.
- Q-4 :** Utilisez-vous des logiciels de calculs numériques dans votre cours intégré ?
- Q-5 :** Citer le(s) logiciel(s) que vous utilisez dans les séances du cours intégré.
- Q-6 :** Lors de la résolution d'exercices en séances de TP, précisez-vous la méthode numérique à utiliser ?
- Q-7 :** J'enseigne le TP avec un logiciel de calculs numériques.
- Q-8 :** Citer le(s) logiciel(s) que vous utilisez dans les séances de TP.
- Q-9 :** Citer le(s) logiciel(s) que vos élèves ingénieurs de 1^{re} année utilisent dans les séances de TP.
- Q-10 :** Pensez-vous que les élèves ingénieurs de 1^{re} année sont capables d'utiliser un moteur de recherche ?

- Q-11 :** Pensez-vous que les élèves ingénieurs de 1^{re} année sont capables de télécharger un logiciel ?
- Q-12 :** Pensez-vous que les élèves ingénieurs de 1^{re} année sont capables d'installer un logiciel ?
- Q-13 :** Dans le cadre du module Analyse Numérique 1, qui est proposé uniquement sous forme de cours intégré, avez-vous jugé nécessaire de montrer aux élèves ingénieurs de 1^{re} année l'utilité d'un logiciel de calcul numérique ?
- Q-14 :** Quels outils avez-vous utilisé pour montrer aux élèves ingénieurs de 1^{re} année l'utilité du logiciel de calcul numérique ? Pourriez-vous donner des exemples concrets de situations en classe ?
- Q-15 :** Pensez-vous que les élèves ingénieurs de 1^{re} année ont des difficultés à résoudre des exercices en utilisant un logiciel de calcul numérique ?
- Q-16 :** Si vous estimez que les élèves ingénieurs de 1^{re} année ont des difficultés à faire des exercices en utilisant un logiciel de calcul numérique, pensez-vous que ces difficultés sont d'ordre Mathématique – Technologique – Autres.