

DIFFICULTÉS ET CONCEPTIONS SUR LA PREUVE D'ÉTUDIANT.E.S DU SUPÉRIEUR : FILIÈRES GÉNÉRALES ET PROFESSIONNELLES, FORMATION DES ENSEIGNANT.E.S

| OUVRIER-BUFFET* CÉCILE ET DE VLEESCHOUWER** MARTINE

Résumé | L'enseignement et l'apprentissage de la preuve en mathématiques est un défi majeur pour la didactique, en particulier dans l'enseignement supérieur, où un manque d'études à grande échelle sur les conceptions des étudiant.e.s et évolutions dans leur rapport à la preuve est notable. Un questionnaire a été conçu pour évaluer ces conceptions. Des premières données collectées auprès d'étudiant.e.s en Belgique et de futur.e.s enseignant.e.s en France montrent une hétérogénéité significative dans leurs conceptions et compétences liées à la preuve.

Mots-clés : preuve, conceptions, questionnaire, étudiants d'université, enseignants

Abstract | The teaching and learning of proof in mathematics poses significant challenges in didactics, particularly in higher education, where large-scale studies on students' conceptions and their evolving relationship with proof remain scarce. To address this gap, a questionnaire was developed to explore these conceptions. Initial data collected from students in Belgium and prospective teachers in France reveal notable heterogeneity in their conceptions and skills related to proof.

Keywords: Proof, conceptions, questionnaire, undergraduate students, teachers

I. INTRODUCTION

Depuis plusieurs décennies, la recherche en didactique des mathématiques, au niveau international, a montré que l'apprentissage de la preuve en mathématiques demeure complexe, en particulier pour les étudiant.e.s, lors de la transition vers l'enseignement supérieur (p. ex., Alcock et Simpson, 2004 ; Gueudet, 2008 ; Gueudet et Vandebrouck, 2022 ; Selden et al., 2010). Au vu des premiers éléments ressortant d'un état de l'art sur la question (Ouvrier-Bufferet, 2023), nous pointons un double manque : il n'existe, à l'heure actuelle, ni étude à large échelle des conceptions des étudiant.e.s sur la preuve ni de l'évolution du rapport à la preuve des étudiant.e.s au fil de l'université. Par ailleurs, la double transition de Klein (p. ex., Klein 1932/2016) est une dimension à prendre en compte pour les étudiant.e.s se destinant au métier d'enseignant car elle éclaire une double difficulté : celle de passer du secondaire au supérieur (transition épistémologique), tout en entrant progressivement dans leur rôle d'enseignant.e.s (transition professionnelle). Rappelons la complexité de l'acculturation aux pratiques universitaires en termes d'activité mathématique pour les étudiant.e.s, et soulignons que, suivant les filières du supérieur, elle se problématise de différentes manières. L'étude proposée ici s'intéresse donc aux conceptions d'étudiant.e.s d'université, notamment dans leur rapport à la preuve et à ses fonctions dans l'activité mathématique, et s'appuie sur un questionnaire conçu pour identifier ces conceptions et analyser les obstacles rencontrés. De plus, la perspective comparatiste francophone (France, Belgique, Suisse) que nous envisageons permettra d'examiner comment ces transitions, épistémologique et professionnelle, s'opèrent dans différents contextes éducatifs.

* Laboratoire de Didactique André Revuz, Université Paris-Est Créteil – France – cecile.ouvrier-bufferet@u-pec.fr

** Laboratoire de Didactique André Revuz, IRDENa, Université de Namur – Belgique – martine.devleeschouwer@unamur.be

II. DES DIFFICULTÉS PERSISTANTES DANS L'APPRENTISSAGE DE LA PREUVE

Différentes synthèses (par exemple celles citées dans Gueudet et Vandebrouck, 2022 ; Selden et Selden, 2012 ; Stylianides, 2016) convergent sur les difficultés constatées des étudiant.e.s : des connaissances insuffisantes des concepts et théorèmes, une conceptualisation et une formalisation lacunaires, des manques de méta-connaissance sur la preuve, des difficultés dans l'articulation entre les dimensions sémantique, syntaxique et pragmatique, et, enfin, des obstacles lors de la rédaction de preuves. A la transition secondaire-supérieur, le changement de contrat didactique (Brousseau, 1998) et de rapport aux objets et processus liés à l'activité mathématique s'accompagne d'une acculturation aux pratiques mathématiques universitaires, beaucoup plus formelles. Les rapports à la preuve des enseignant.e.s universitaires, souvent mathématicien.ne.s, influencent nécessairement ces pratiques (p. ex., Dawkins et Weber, 2017). Si l'on s'intéresse aux futur.e.s enseignant.e.s, nous constatons une persistance de ces difficultés : Stylianides (2016) met en avant que la preuve occupe une place trop marginale dans les programmes scolaires, et que la formation des enseignant.e.s est souvent insuffisante, voire inadéquate, à tous les niveaux. Le rapport à la preuve peut donc être marqué par des lacunes épistémologiques chez les enseignant.e.s (p. ex., Lin et al., 2009).

III. QUESTIONNEMENTS ET MÉTHODE

Notre questionnaire est donc double et a une vocation diagnostique d'une part et comparatiste d'autre part : Quelles sont les conceptions et difficultés d'étudiant.e.s d'université sur la preuve en mathématiques ? Comment évoluent-elles au fil des années universitaires, dans les pays francophones ? Pour aborder cette problématique, nous choisissons de concevoir et éprouver la portée de l'utilisation d'un questionnaire, pouvant être administré à différents niveaux de l'université, dans plusieurs pays. L'enjeu didactique réside à la fois dans le choix de contenus mathématiques adaptés (n'apportant pas un obstacle notionnel supplémentaire) et dans le choix de critères d'analyse fondés sur certains cadres spécifiques de la littérature en didactique de la preuve permettant un passage à l'échelle (d'analyses qualitatives aux analyses quantitatives).

Ainsi, le questionnaire a été conçu en s'appuyant sur des travaux antérieurs à large échelle portant sur les conceptions des étudiant.e.s au sujet de la preuve (Healy et Hoyles, 1998 ; Stylianou et al., 2015). Il est structuré en cinq parties et est disponible en ligne (<https://hal.science/hal-03987587>) : la première partie cherche à évaluer les compétences des étudiant.e.s à vérifier les hypothèses d'un théorème donné et à spécifier les instances de ce théorème. La deuxième partie évalue les compétences en termes de rédaction de preuves supposées « simples » (tant au niveau formel que conceptuel). La troisième partie permet d'appréhender les conceptions des étudiant.e.s lorsqu'ils évaluent des preuves données, à la fois dans des domaines mathématiques familiers et non familiers pour eux/elles. La quatrième partie explore la façon globale dont les étudiant.e.s perçoivent les preuves. Et la dernière partie recueille des informations sur les répondant.e.s. L'objectif principal du questionnaire est de saisir la diversité des conceptions des étudiant.e.s quant à la preuve en tant qu'objet mathématique, ainsi que leurs compétences à rédiger et évaluer des preuves dites simples (Ouvrier-Buffer, 2023). Ce questionnaire est destiné à être déployé dans plusieurs pays francophones (France, Belgique, Suisse) pour établir une comparaison des conceptions et des difficultés des étudiant.e.s de différentes filières et des futurs enseignant.e.s. Soulignons que les contenus mathématiques et types de preuves demandés ou donnés dans le questionnaire sont choisis de telle façon à ne pas être problématiques au niveau conceptuel, et ce, quel que soit le pays. Cette approche comparative vise à identifier les spécificités culturelles et institutionnelles qui peuvent influencer le rapport à la preuve, en particulier dans un contexte de double transition, épistémologique et professionnelle.

IV. PREMIERS RECUEILS DE DONNÉES

Des premières données ont été collectées auprès d'étudiant.e.s inscrits en première année d'université en mathématique ou en physique à l'université de Namur (Belgique) (De Vleeschouwer et Ouvrier-Buffer, 2024), en février 2023 et février 2024, et auprès de futur.e.s enseignant.e.s de mathématiques du secondaire, inscrit.e.s dans des cursus de formation en mathématiques à l'université en 2022 et 2023. Pour chaque groupe, la durée de passation a varié entre une heure et demie et deux heures. Nous avons obtenu entre 20 et 40 questionnaires renseignés (mais tous ne sont pas complets), ce qui permet des analyses qualitatives. Un recueil de données, à large échelle, en formation des enseignant.e.s à l'entrée de la formation est à venir en Suisse fin 2024 : il s'agit ainsi d'obtenir des données auprès d'un autre public, pays, niveau mais aussi de tester le questionnaire et les méthodes d'analyses des données, en mettant à l'épreuve les critères d'analyse et leur pertinence à plus grande échelle.

V. PISTES RETENUES POUR L'ANALYSE DES DONNÉES

Une première analyse des réponses est basée sur des critères éprouvés dans des études précédentes, notamment les typologies de Balacheff (1988), complétées par les critères mobilisés par Healy et Hoyles (1998) et Stylianou et al. (2015). Tout élément complémentaire permettant de classer les preuves produites par les étudiant.e.s est encore à l'étude au niveau qualitatif et rejoint les cadres théoriques et propositions de Sisco et Ouvrier-Buffer (EMF 2025, communication proposée dans le même GT).

VI. PREMIERS CONSTATS

Les résultats attendus de cette analyse devraient confirmer les difficultés récurrentes observées dans la littérature. De plus, il est raisonnable d'envisager le fait que certains étudiant.e.s attribuent à la preuve une fonction uniquement utilitaire, en la concevant comme une simple validation d'énoncés successifs, voire même un format de discours à reproduire, plutôt que comme un processus mathématique à part entière (p. ex., Selden et al., 2010 ; Stylianou et al., 2015). Les résultats pourraient potentiellement révéler des différences significatives entre les contextes éducatifs francophones, avec des conceptions et des pratiques distinctes en fonction des pays. Une précaution est prise sur le recueil de données concernant la caractérisation des filières dont sont issu.e.s les étudiant.e.s, les contenus des enseignements sur la preuve précédant le questionnaire, les spécialités d'enseignement et de recherche des enseignant.e.s dispensant ces enseignements.

À ce stade, au sein d'un même niveau, année et filière universitaire, les réponses obtenues révèlent une hétérogénéité importante dans les conceptions des étudiant.e.s, avec une diversité tout aussi importante dans la rédaction de preuves, ce qui reflète des conceptions distinctes de l'activité mathématique reproduite par des étudiant.e.s et annonce déjà l'enjeu de parvenir à rendre compte de cette hétérogénéité lors du passage à l'échelle, sans perdre l'apport des analyses qualitatives que nous conduisons actuellement.

Le poster présentera l'état de cette recherche en cours : cadres et méthodes, justifications des choix des énoncés du questionnaire, argumentation des choix opérés quant aux critères d'analyse et résultats obtenus sur deux populations en Belgique (étudiant.e.s en mathématiques et physique) et en France (formation de niveau master de futur.e.s enseignant.e.s). Cette première étape dans la production de résultats sur les conceptions et difficultés d'étudiant.e.s sur la preuve en mathématiques nous permettra ainsi, en éprouvant le questionnaire et la grille d'analyse, d'envisager ensuite un suivi de cohorte au fil du cursus universitaire, et d'approfondir, dans le cadre de la formation des enseignant.e.s, la double transition de Klein.

RÉFÉRENCES

- Alcock, L. et Simpson, A. (2004). Convergence of sequences and series: Interactions between visual reasoning and the learner's beliefs about their own role. *Educational Studies in Mathematics*, 57(1), 1-32.
- Balacheff, N. (1988). Aspects of proof in pupils' practice of school mathematics. Dans D. Pimm (dir.), *Mathematics, teachers and children* (p. 216-235). Hodder & Stoughton.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. La Pensée Sauvage.
- Dawkins, P. C. et Weber, K. (2017). Values and norms of proof for mathematicians and students. *Educational Studies in Mathematics*, 95, 123-142.
- De Vleeschouwer, M. et Ouvrier-Buffet, C. (2024). Some undergraduate students' conceptions of proof. Dans *Proceedings of the fifth conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics (INDRUM2024)*.
- Gueudet, G. (2008). Investigating the secondary-tertiary transition. *Educational Studies in Mathematics*, 67, 237-254.
- Gueudet, G. et Vandebrouck, F. (2022). Transition secondaire-supérieur : ce que nous apprend la recherche en didactique des mathématiques. *EpiDEMES*, 1. <https://doi.org/10.46298/epidemes-7486>
- Healy, L. et Hoyles, C. (1998). *Justifying and proving in school mathematics*. Institute of Education, University of London.
- Klein, F. (2016). *Elementary mathematics from a higher standpoint. Volume I: Arithmetic, algebra, analysis*. Springer. (Ouvrage original publié en 1932)
- Lin, F.-L., Hsieh, F.-J., Hanna, G. et De Villiers, M. (dir.). (2009). *Proceedings of the ICMI study 19th conference: Proof and proving in mathematics education, Taipei, Taiwan*. The Department of Mathematics: National Taiwan University.
- Ouvrier-Buffet, C. (2023). Exploring students' conceptions of proof in high-school and university: A proposal for collaborations in Europe. Dans P. Drijvers, C. Csapodi, H. Palmér, K. Gosztonyi et E. Kónya (dir.), *Proceedings of the thirteenth congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13)* (p. 240-247). Alfréd Rényi Institute of Mathematics et ERME. <https://hal.science/hal-04410988v1>
- Selden, A. et Selden, J. (2012). Proof and proving at tertiary level. Dans G. Hanna et M. de Villiers (dir.), *Proof and proving in mathematics education* (p. 391-420). Springer.
- Selden, A., McKee, K. et Selden, J. (2010). Affect, behavioral schemas, and the proving process. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(2), 199-215.
- Sisco, C. et Ouvrier-Buffet, C. (2025, 26-30 mai). *La preuve en mathématiques : difficultés d'étudiants et apports potentiels des assistants de preuve* [Communication]. Colloque Espace Mathématique Francophone (EMF2025), Montréal, Canada.
- Stylianides, A. J. (2016). *Proving in the elementary mathematics classroom*. Oxford University Press.
- Stylianou, D. A., Blanton, M. L. et Rotou, O. (2015). Undergraduate students' understanding of proof: Relationships between proof conceptions, beliefs, and classroom experiences with learning proof. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 1(1), 91-134.