

VITESSE EN CALCUL ET EN MÉCANIQUE, EST-CE VRAIMENT LA MÊME CHOSE ? UNE ÉTUDE DE PRAXÉOLOGIES DANS LES DEUX DISCIPLINES

| HITIER* MATHILDE ET GONZÁLEZ-MARTÍN** ALEJANDRO

Résumé | La vitesse est une notion commune aux cours de mécanique et de calcul (comme dérivée). En nous appuyant sur la Théorie anthropologique du didactique (TAD), nous nous sommes alors intéressés aux pratiques autour de la dérivée en cinématique dans ces cours au postsecondaire. Une analyse de manuels et d'entretiens avec des enseignants fait ressortir d'importantes différences entre les deux disciplines, ce qui, selon nos analyses, risque d'impacter la capacité des étudiants à faire des liens entre ces disciplines.

Mots-clés : vitesse, dérivée, mathématiques et autres disciplines, Théorie Anthropologique du Didactique (TAD), enseignement collégial

Abstract | Velocity is a notion present in both mechanics and calculus courses (as derivative). Using the Anthropological theory of the didactic (ATD), we studied practices in the two courses relating to the derivative in a kinematic context at college level. Our analysis of textbooks and interviews with teachers reveals major differences between the two disciplines. According to our analysis, these differences may have an impact on students' ability to make links between these disciplines.

Keywords: Velocity, derivative, mathematics and other disciplines, Anthropological Theory of the Didactic (ATD), college education

I. INTRODUCTION

La physique est reconnue comme le domaine scientifique le plus étroitement lié aux mathématiques (Liu, 2022). En particulier, la notion de dérivée, une des notions clés du cours de calcul, est née de considérations géométriques (pente), mais aussi physiques (p. ex., vitesse). Elle se retrouve alors au cœur de l'étude du mouvement (cinématique) en mécanique. Pour les étudiants en sciences au postsecondaire, il est assez courant de suivre un cours de calcul et un cours de mécanique la même année, voire le même semestre. Les étudiants sont alors confrontés à l'utilisation de la dérivée dans deux contextes différents. Qui plus est, des recherches récentes soulignent un rôle de « filtre » des cours de calcul dans les études en sciences pouvant expliquer des taux élevés d'abandon dans ces programmes (p. ex., Biza et al., 2022).

De nombreuses recherches en didactique des mathématiques identifient la dérivée comme une notion difficile à saisir pour les étudiants (p. ex., Thompson et Harel, 2021). Cette notion est présente dans plusieurs disciplines scientifiques et, en particulier, « les mathématiques pour les non-spécialistes des mathématiques [...] constituent un domaine de recherche très dynamique » (Biza et al., 2023, p. 2247)¹. Cependant, nous avons identifié des points de vue contradictoires dans la littérature concernant le rôle des contextes physiques dans l'apprentissage de la dérivée : alors que certains chercheurs considèrent qu'un contexte physique peut soutenir l'apprentissage, d'autres relèvent des difficultés liées aux contextes appliqués, en soulignant les conceptions erronées existantes sur la vitesse et l'accélération en cinématique (Hitier et González-Martín, 2022a).

* Université de Montréal – Canada – mathilde.hitier@umontreal.ca

** Université de Montréal – Canada – a.gonzalez-martin@umontreal.ca

¹ Toutes les citations en français à partir d'une source en langue tierce sont des traductions libres de notre part.

Les considérations qui précèdent suggèrent la nécessité de mener davantage de recherches « sur les relations entre le calcul et ces disciplines clientes [...], en prêtant attention aux pratiques de ces disciplines » (Biza et al., 2022, p. 400). Par conséquent, notre programme de recherche vise à étudier les pratiques dans les cours de calcul et de mécanique qui explorent la notion de dérivée dans la cinématique unidimensionnelle. En particulier, nous cherchons à mettre en évidence les cohérences et les incohérences entre les pratiques des deux disciplines, par exemple autour de la notion centrale de vitesse.

II. CADRE THÉORIQUE

De par son approche institutionnelle où les cours de calcul et de mécanique peuvent être considérés comme des institutions distinctes, la théorie anthropologique du didactique (TAD - p. ex., Chevallard, 2002) fournit des outils utiles pour étudier les pratiques dans chacun de ces cours. L'un de ces outils est la notion de praxéologie, qui est constituée de deux blocs : un bloc pratique (*praxis*) et un bloc théorique (*logos*). Le premier se compose d'un type de tâche, T , et une technique, τ , pour accomplir cette tâche et le deuxième comprend la justification, ou technologie, θ , elle-même soutenue par une théorie plus large, Θ . Ainsi, le bloc *logos* justifie et explique le bloc *praxis*. Plusieurs praxéologies partageant une même technologie peuvent être groupées en une organisation mathématique locale (OML) et plusieurs OML autour d'une même théorie forment une organisation mathématique régionale (OMR). Chevallard (2002) précise que « tous les [...] éléments constitutifs des praxéologies [...] migrent [...] par *transposition* d'institution à institution » (p. 5, italiques dans le texte), cette transposition pouvant affecter chacun de ces éléments. Ainsi, les praxéologies peuvent différer d'une institution à une autre ce qui amène notre question de recherche : Comment les effets transpositifs s'expriment-ils dans les praxéologies autour de la notion de vitesse en cinématique dans le cours de mécanique et le cours de calcul ?

III. MÉTHODOLOGIE

Cet article fait partie d'un projet de recherche plus large (voir Hitier, 2024) mené dans un grand Collège d'enseignement général et professionnel (Cégep). Au Québec, les étudiants doivent suivre un programme préuniversitaire de deux ans au niveau collégial avant de pouvoir entrer à l'université. Dans ce Cégep les étudiants en sciences suivent généralement un cours de calcul différentiel (Cal I)² et un cours de mécanique lors de leur premier semestre d'études collégiales.

Notre projet de recherche est structuré en trois phases : une analyse praxéologique de manuels de calcul et de mécanique (voir Figure 1), sélectionnés de façon à être relativement représentatifs des manuels utilisés généralement dans la province, mais aussi en Amérique du Nord en général, tout en équilibrant le nombre de manuels en anglais et en français (voir Hitier, 2024 ; Hitier et González-Martín, 2022a) ; des entrevues avec des enseignants de calcul et de mécanique (voir Figure 2) et l'observation d'un cours de calcul et d'un cours de mécanique ; un questionnaire et des entrevues basées sur la résolution de tâches avec des étudiants. Dans cet article, nous présentons des résultats basés sur notre analyse de manuels et nos entretiens avec les enseignants.

Dans les manuels de calcul, nous nous sommes intéressés aux tâches en lien avec la cinématique (position, vitesse et accélération) se trouvant dans les premières sections sur la dérivée (introduction et calcul). Nous nous sommes donc arrêtés juste avant les sections sur son application (optimisation, taux

² Ce cours inclut les notions de limite (définition « intuitive » sans « ε - δ »), continuité et dérivée ainsi que leurs applications à l'étude de courbes, problèmes d'optimisation et taux de variation reliés (voir Hitier, 2024).

reliés, tracé de courbes, règle de l'Hôpital, etc.). Dans les manuels de mécanique, nous nous sommes donc concentrés sur le chapitre concernant la cinématique à une dimension qui introduit les notions de vitesse et d'accélération instantanées et qui fait le pendant du contenu analysé en calcul qui ne traite que de fonctions réelles à une variable. Les chapitres parlant de mouvement circulaire ou de mouvement en deux dimensions ou plus n'ont donc pas été analysés. Dans tous les manuels, nous avons analysé les exemples résolus dans la partie théorique et les exercices proposés aux étudiants en identifiant le bloc pratique (tâches et techniques), ainsi que le bloc théorique (explications présentes ou non dans le manuel). Chaque (sous-)question était considérée comme une tâche ou combinaison de tâches. Si une même sous question demandait de réaliser des activités différentes, chaque activité était considérée comme une tâche.

Manuels de calcul			Manuels de mécanique		
CP	Charron and Parent (2014)	Fr.	Ba	Benson et al. (2015)	Fr. ^a
HA	Hamel and Amyotte (2018)	Fr.	Kt	Knight (2017)	Angl.
HH	Hughes-Hallett (2013)	Angl.	LP	Lafrance and Parent (2014)	Fr.
StEC	Stewart (2013)	Angl.	Sa	Séguin et al. (2010)	Fr.
StC	Stewart (2016) ^b	Angl.	SJ	Serway and Jewett Jr. (2014)	Angl.

^a Traduction française d'un manuel anglophone.

^b Nous avons considéré deux éditions de Stewart puisqu'elles présentent des différences importantes dans les chapitres analysés.

Figure 1 – Manuels analysés, voir Hitier (2024) ou Hitier et González-Martín (2022a) pour les références complètes

Les enseignants participants ont été sélectionnés sur une base volontaire parmi les enseignants de calcul et de mécanique du Cégep de notre étude. Nous avons conduit des entrevues semi-dirigées vers la fin du semestre d'automne 2020 avec EC1–EC4 et EM1–EM3 et vers la fin du trimestre d'hiver 2021 avec EC5 et EM4 dont nous avons aussi observé les cours.

Enseignants de calcul		Enseignants de mécanique	
EC1	Environ 15 ans d'expérience	EM1	Entre 10 et 15 ans d'expérience
EC2	Environ 15 ans d'expérience	EM2	Environ 15 ans d'expérience
EC3	Environ 20 ans d'expérience	EM3	Environ 15 ans d'expérience
EC4	Entre 5 et 10 ans d'expérience	EM4	Environ 20 ans d'expérience
EC5	Environ 5 ans d'expérience		

Figure 2 – Enseignants et leur expérience d'enseignement au niveau collégial au moment de l'étude

IV. LA VITESSE DANS LES MANUELS DE CALCUL ET DE MÉCANIQUE

1. Analyse praxéologique des manuels de calcul

Nous avons analysé un total de 607 tâches réparties en 381 questions et sous-questions d'exemples et exercices. L'ensemble des tâches analysées pour chaque discipline constitue une OMR en lien avec la cinématique en une dimension. Dans cet article, nous nous concentrons sur l'OML autour de la vitesse (dérivée de la position), OML_v (voir Figure 5 en annexe). Cette OML, qui regroupe 42,2 % des tâches analysées dans les manuels de calcul, est prédominante par rapport aux OML autour de l'accélération (en moyenne 16,7 % des tâches) et de la secousse (en moyenne 0,1 % des tâches analysées). Nous retrouvons aussi dans trois manuels (CP, HA et HH), des tâches (en moyenne 1,4 % des tâches analysées) faisant intervenir la dérivée, mais n'appartenant pas aux OMLs précédentes (p. ex., déterminer la dérivée de la vitesse). Parmi les tâches d' OML_v , certaines appartiennent aussi à l'OML autour de l'accélération (en moyenne 8,4 % des tâches analysées, soit près de 20 % des tâches d' OML_v), par exemple des tâches demandant de déterminer si un objet est en train d'accélérer ou décélérer. Cependant aucune de ces tâches n'est présente dans tous les manuels.

Si nous nous concentrons maintenant sur OML_v, nous constatons qu'en moyenne³ 34,1 % des tâches de cette OML font appel à la définition de la vitesse comme taux de variation, 30,5 % s'appuient sur la définition de la vitesse comme dérivée de la position en fonction du temps (essentiellement par l'utilisation de techniques de différentiation), 25,5 % sur la définition de la vitesse comme pente du graphique de la position en fonction du temps, et 14,4 % sur la vitesse comme limite de vitesses moyennes. Cependant, la majorité des tâches de cette OML (64,8 % en moyenne) ne vont pas au-delà des définitions données dans la partie théorique des manuels, c'est-à-dire qu'elles sont basées ou bien uniquement sur l'utilisation de formules (42,2 % des tâches en moyenne), que ce soient les règles de dérivation ou la définition comme limite, ou bien sur la lecture de graphiques (9,0 % des tâches en moyenne). Pour ce qui est des autres tâches dont la technique est justifiée par la définition de la vitesse comme taux de variation, nous constatons que la technologie présentée dans les manuels est le plus souvent déficiente. Par exemple, dans les tâches demandant de déterminer la hauteur maximale d'un corps en chute libre, il faut interpréter que la hauteur maximale est atteinte lorsque la vitesse est nulle. Or, à l'exception de HA, les manuels utilisent ce fait sans autre forme d'explication.

En somme, la vitesse occupe une place importante dans l'application de la dérivée en contexte cinématique dans les manuels de calcul, cependant, la majorité des tâches se résume à une application de définition et de formules. De plus, les tâches permettant d'aller plus loin, en particulier celles basées sur l'aspect covariationnel de la dérivée, par leurs explications limitées, ne s'attachent généralement pas à développer un tel raisonnement.

2. *Analyse praxéologique des manuels de mécanique*

Comme dans les manuels de calcul, la vitesse instantanée est définie dans les manuels de mécanique à la fois comme limite de vitesses moyennes, dérivée de la position en fonction du temps et pente du graphique position-temps. Cependant, alors qu'en calcul, la vitesse est l'un des aspects de la dérivée (au même titre que la pente de la droite tangente), les manuels de mécanique définissent d'abord la vitesse graphiquement et comme limite de vitesses moyennes avant de mentionner qu'en mathématiques, il s'agit d'une dérivée. De plus, en calcul, les définitions de la vitesse comme limite considèrent toujours des vitesses moyennes exprimées sur un intervalle dont l'une des extrémités est l'instant auquel nous cherchons à connaître la vitesse (p. ex., Figure 3), alors que, dans les manuels de mécanique, ces vitesses moyennes semblent plutôt exprimées sur un intervalle « centré au point d'intérêt » (KT, p. 37) ou au moins, autour de cet instant (p. ex., Sa). Ceci constitue une première différence notable entre calcul et mécanique.

Définition 3.8

Soit x , la position d'une particule à l'instant t . La **vitesse instantanée** de cette particule au temps $t = a$, notée $v_{t=a}$, est donnée par

$$v_{t=a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}, \text{ lorsque la limite existe, où } \Delta x = x(a + \Delta t) - x(a).$$

Figure 3 – Définition de la vitesse dans CP (p. 146)

Nous avons analysé 1572 tâches réparties en 1248 questions et sous-questions d'exemples et exercices dans les manuels de mécanique. Contrairement au calcul, l'OML autour de l'accélération (en moyenne 59,6 % des tâches) est presque aussi importante qu'OML_v (en moyenne 60,7 % des tâches, voir Figure 6 en annexe), alors que l'OML autour de la secousse reste marginale (en moyenne 0,2 %

³ Certaines tâches s'appuyant sur plus d'un élément de technologie, la somme des pourcentages qui suivent dépasse 100 %.

des tâches). Nous notons aussi une plus grande proportion de tâches appartenant à la fois à l'OML autour de la vitesse et de l'accélération (67,3 % des tâches d'OML_v). Pour une grande partie de ces tâches (en moyenne 53,7 % des tâches d'OML_v), cela est dû au fait que leur technologie repose (au moins en partie) sur l'utilisation des équations du mouvement uniformément accéléré (MUA) qui sont obtenues à partir de l'accélération constante en se basant sur le fait que l'accélération est la dérivée de la vitesse, elle-même dérivée de la position. Nous constatons aussi qu'en moyenne⁴ 25,1 % des tâches d'OML_v font appel à la définition de la vitesse comme taux de variation, 17,2 % sur la définition de la vitesse comme pente du graphique de la position en fonction du temps, 14,4 % des tâches de cette OML s'appuient sur la définition de la vitesse comme dérivée de la position en fonction du temps (en moyenne 6,9 % en utilisant la dérivation et 7,6 % en utilisant l'intégration), et 0,4 % sur la vitesse comme limite de vitesses moyennes. Ainsi, l'utilisation des formules de dérivation ou de la définition à l'aide d'une limite est beaucoup plus présente en calcul qu'en mécanique où domine l'utilisation des équations du MUA. Ceci constitue déjà une différence importante entre les praxéologies autour de la vitesse en calcul et en mécanique. Nous constatons cependant qu'en mécanique, tout comme en calcul, peu de tâches demandent aux étudiants d'aller au-delà des formules en utilisant un raisonnement faisant appel à la covariation (25,1 % des tâches en moyenne). De plus la technologie y est souvent déficiente, à l'exception cependant des tâches utilisant un diagramme du mouvement. Comme illustré à la Figure 4, de tels diagrammes représentent la position d'un objet à intervalles de temps égaux, ce qui permet de tracer des vecteurs proportionnels à la vitesse moyenne sur un tel intervalle de temps et à l'accélération moyenne sur deux intervalles de temps successifs.

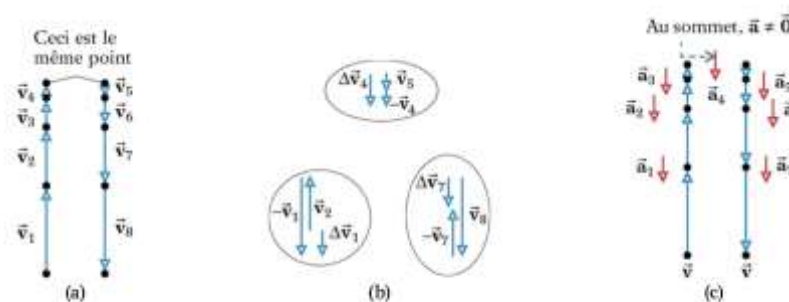


FIGURE 1.19

Le diagramme complet du mouvement d'une balle frappée vers le haut. (a) Les vitesses. (b) Le calcul de l'accélération. (c) Le diagramme complet.

Figure 4 – Exemple de diagramme complet du mouvement dans LP (p. 16).

Ainsi, nous avons pu identifier un petit noyau (5,2 % des tâches analysées en mécanique) de praxéologies autour de la vitesse reposant sur l'application des formules de dérivation et la définition comme limite, et qui sont communes au calcul et à la mécanique. Nous avons aussi pu constater que le contexte graphique occupait une place plus importante en mécanique qu'en calcul. Cependant, ici encore, la majorité des tâches reposent sur l'application de formules (essentiellement les équations de la cinématique), l'aspect covariationnel disparaissant rapidement après leur introduction.

⁴ Certaines tâches s'appuyant sur plus d'un élément de technologie, la somme du pourcentage précédent et de ceux qui suivent dépasse 100 %.

V. LA VITESSE DANS LES CLASSES DE CALCUL ET DE MÉCANIQUE

1. *La vitesse dans les cours de calcul*

Le manuel, StEC, est un point de référence pour les enseignants de calcul. Il est utilisé pour préparer la partie théorique (par exemple, EC5 nous nous dit qu'en préparant ses cours, il « le feuillette [pour se] rappelle[r] comment StEC présente [les choses et] environ 75 % du temps [il en] suit l'essentiel »), les exemples (par exemple, EC4 suit « surtout [...] les exemples qu'ils ont vus dans le manuel ») et les exercices (par exemple, EC3 « utilise [StEC] comme une source [pour les] tests, surtout comme source de problèmes »). Nous retrouvons ainsi dans le discours de nos participants « l'approche standard » (EC2) observée dans les manuels pour introduire la dérivée et qui consiste à s'intéresser au « problème de la tangente » et au « problème de la vitesse » pour constater que cela mène à une expression similaire : une limite de quotient des différences. Nous retrouvons aussi dans leur discours le constat fait lors de notre analyse de manuel que « la plupart [des] problèmes donnés aux étudiants sont vraiment axés sur [...] les aspects mécaniques d'être capable de résoudre les questions » (EC1). Ainsi, les pratiques autour de la vitesse observée dans les manuels semblent être un bon indicateur de ce qui se fait dans les cours de calcul.

2. *La vitesse dans les cours de mécanique*

Comme en calcul, les pratiques dans les cours de mécanique semblent elles aussi cohérentes avec ce qui ressort de notre analyse des manuels de mécanique. Ceci est particulièrement vrai pour EM1, EM2 et EM3, qui suivent une pédagogie plutôt basée sur l'apprentissage actif et la classe inversée, puisque, dans ce cas, il est souvent demandé aux étudiants de lire une partie du manuel avant chaque cours. Ainsi, pour EM1 l'«enseignant, c'est le manuel et [elle-même, EM1, est] l'auxiliaire d'enseignement». Elle précise aussi que les problèmes de pratique à la maison « sont [pour beaucoup] les mêmes que ceux du livre ».

Dans notre analyse de manuels, nous avons relevé une différence concernant l'intervalle sur lequel sont exprimées les vitesses moyennes dans le processus de la limite menant à la vitesse instantanée. Nos entrevues avec les enseignants nous ont permis de constater que dans les cours de mécanique, où bien cet intervalle de temps n'est pas explicitement spécifié (par exemple EM1 dit « ne [...] pas [être] vraiment certaine d'y avoir réfléchi »), ou bien il est centré autour de l'instant auquel la vitesse instantanée est recherchée. EM2 propose plusieurs raisons à cela, l'une étant la cohérence avec les mesures expérimentales :

Parce que c'est aussi comme ça que nous analysons certaines des données dans les labos [...], où nous avons de fait... le chronomètre à étincelles traçant les points de la rondelle à mesure qu'elle se déplace sur la table. En fait, [...] nous demandons la moyenne sur cet intervalle et nous supposons que c'est le milieu. Donc... lorsque vous tracez la vitesse moyenne, tracez-la au milieu de l'intervalle de temps.

Une autre raison avancée est mathématique, basée sur le théorème des accroissements finis, qui dit « qu'il y a un point [dans l'intervalle] où [la pente de] la tangente correspond à [la pente de] la sécante » (EM2), c'est-à-dire qu'il garantit l'existence d'un instant dans l'intervalle de temps où la vitesse instantanée sera exactement la vitesse moyenne sur l'intervalle. Or, dans les « modèles » (EM1) considérés dans le cours de mécanique, l'accélération est constante et le graphique de la position en fonction du temps est donc une parabole, cas particulier où cet instant se trouve exactement au milieu de l'intervalle.

Nos entretiens avec les enseignants de mécanique nous permettent aussi de mettre en lumière deux points de rupture qui n'étaient pas ressortis aussi clairement de nos analyses de manuels. D'une part, le fait qu'en mécanique, la vitesse n'est pas seulement obtenue comme dérivée de la position, mais aussi comme primitive de l'accélération. D'autre part, le fait que « la vitesse est un vecteur [avec] une magnitude et une direction » (EM3). Il s'agit d'une rupture importante avec le cours de calcul, ce que souligne EM2 :

On parle toujours de mouvements unidimensionnels, mais [...] immédiatement, on parle de vecteurs [...] on dérive des vecteurs [...] des vecteurs qui sont des fonctions du temps [...] donc [...] dans un certain sens, [les étudiants] n'obtiennent jamais cette base à moins qu'ils ne prennent Cal III [le cours optionnel de calcul multivariable] et même alors [...] c'est au quatrième semestre. Nous sommes au premier semestre, donc [...] nous sommes foutus !

Les enseignants mettent alors l'accent sur l'aspect graphique. En particulier, EM2 utilise les diagrammes de mouvement comme une façon de contourner le processus de la limite en travaillant plutôt de façon discrète :

Cette notion de ce qu'on appelle les diagrammes de mouvement, où vous prenez un mouvement continu et vous le divisez en morceaux discrets [...] Et en le divisant en morceaux discrets, vous n'avez pas à vous soucier de [...] « voici une fonction continue, je dois parler de ce taux de variation, je dois introduire des limites bla bla bla », et tout ça. Alors, on peut, en quelque sorte, vous savez, esquiver la balle. C'est comme : « Je vais vous enseigner les dérivées, mais pas vraiment ! Voici un peu de maths discrètes, ouais ! » D'accord, nous dessinons nos points [...], même si c'est fourbe dans le sens où nous ne leur apprenons pas à penser à la vitesse correctement...

Nous voyons se dessiner ici une approche discrète de la dérivée qui est en fort contraste avec l'approche continue du cours de calcul. Nous pensons que cela pourrait être lié au fait que la mécanique est une science expérimentale qui s'appuie sur des données ponctuelles (par exemple celles obtenues avec un chronomètre à étincelles permettant d'obtenir un diagramme du mouvement), ce qui peut donner du sens à cette approche discrète.

VI. DISCUSSION ET CONCLUSION

Notre étude des praxéologies autour de la notion de vitesse dans les cours de mécanique nous a permis d'identifier des éléments théoriques communs entre ces deux cours. Cependant, au-delà de ces éléments, nous notons, d'une part, une notion de vitesse plus riche en mécanique, avec son aspect vectoriel, et d'autre part, la possibilité d'une approche discrète qui peut sembler en contradiction avec l'aspect covariationnel sur lequel repose la notion de dérivée.

Notre analyse de manuels révèle clairement les différences dans les praxéologies autour de la vitesse comme dérivée en contexte cinématique. En calcul, la définition comme limite et l'utilisation de formules de dérivation sont omniprésentes ; de façon paradoxale, les tâches proposées se centrent de façon importante sur ces deux éléments et l'utilisation d'un raisonnement covariationnel et des notions de cinématique est relativement absente. Ceci s'aligne avec les observations faites par rapport aux cours de mathématiques pour d'autres disciplines, qui adoptent des approches « très mathématiques » (p. ex., Biza et al., 2022). En mécanique, nos analyses révèlent également une situation paradoxale : grand nombre de tâches se basent sur l'utilisation de formules déjà prêtes et alors le développement d'un raisonnement cinématique est négligé ; qui plus est, l'utilisation de praxéologies propres aux cours de calcul est très marginale. Par ailleurs, les données provenant des enseignants apportent plusieurs autres informations importantes, indiquant une conception de la vitesse en mécanique qui est plus riche que celle utilisée en calcul. Ainsi, confrontés à des praxéologies très différentes entre les deux cours, il serait logique de se demander quels sont les impacts pour les étudiants et leur compréhension de la vitesse et de la dérivée. Nos résultats indiquent que les étudiants compartimentalisent les praxéologies et qu'ils

s'adaptent aux pratiques à l'intérieur de chacun des cours (p. ex., Hitier et González-Martín, 2022b, 2023).

Nous attribuons certains effets transpositifs que nous avons identifiés au fait que les deux disciplines ont des approches épistémologiques différentes : alors que le calcul étudie des fonctions, la mécanique est une science expérimentale qui s'appuie sur des données ponctuelles. Nous pensons alors qu'une collaboration accrue entre les professionnels de l'enseignement des mathématiques et des sciences (enseignants comme chercheurs) pourrait aider au rapprochement des disciplines et mitiger l'impact des effets transpositifs observés sur les étudiants. Finalement, les résultats présentés dans cet article ne concernent que l'un des aspects de la dérivée dans d'autres disciplines, soit la vitesse en contexte cinématique. Il serait alors intéressant d'étudier les effets transpositifs autour d'autres aspects de la dérivée ou d'autres notions centrales du calcul, comme l'intégrale et leur impact sur l'apprentissage de ces notions par les étudiants.

RÉFÉRENCES

- Biza, I., González-Martín, A. S. et Pinto, A. (2022). 'Scaffolding' or 'Filtering': A review of studies on the diverse roles of calculus courses for students, professionals and teachers. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 8(2), 389-418.
- Biza, I., Viirman, O., Bašić, M., Florensa, I., Gueudet, G., Hitier, M., Kontorovich, I., Thoma, A. et Wawro, M. (2023). An introduction to TWG14: University mathematics education. Dans P. Drijvers, C. Csapodi, H. Palmér, K. Gosztanyi et E. Kónya (dir.), *Proceedings of the Thirteenth Congress of European Research Society in Mathematics Education, Budapest (CERME13)* (p. 2243-2250). Alfréd Rényi Institute of Mathematics et ERME.
- Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude. 1. Structures et fonctions. Dans J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot et R. Floris (dir.), *Actes de la 11^e école d'été de didactique des mathématiques* (p. 3-22). La Pensée Sauvage.
- Hitier, M. (2024). *Apprentissage de la dérivée au postsecondaire : analyse des pratiques entre les cours de calcul et de mécanique, et identification de ruptures et continuités*. [Thèse de doctorat, Université de Montréal]. Papyrus. <https://umontreal.scholaris.ca/items/a5fc1f96-0840-4991-afe0-cecae8ae3252>
- Hitier, M. et González-Martín, A. S. (2022a). Derivatives and the study of motion at the intersection of calculus and mechanics: a praxeological analysis of practices at the college level. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 8(2), 293-317.
- Hitier, M. et González-Martín, A. S. (2022b). "It all depends on the sign of the derivative" : A praxeological analysis of the use of the derivative in similar tasks in mathematics and mechanics. Dans J. Hodgen, E. Geraniou, G. Bolondi et F. Ferretti (dir.), *Proceedings of the Twelfth Congress of European Research Society in Mathematics Education (CERME12), 2-7 février 2022, Bozen-Bolzano, Italie* (p. 2421-2428). University of Bozen-Bolzano et ERME. <http://erme.site/wp-content/uploads/2023/02/indexPROCEEDINGS.pdf>
- Hitier, M. et González-Martín, A. S. (2023). "Like finding the acceleration": A praxeological analysis of a calculus/mechanics task with and without its physics context. Dans P. Drijvers, C. Csapodi, H. Palmér, K. Gosztanyi et E. Kónya (dir.), *Proceedings of the Thirteenth Congress of European Research Society in Mathematics Education (CERME13), 10-14 juillet 2023, Budapest, Hongrie* (p. 2379-2390). Alfréd Rényi Institute of Mathematics and ERME. http://erme.site/wp-content/uploads/2024/01/CERME13_proceedings_frontmatter-1.pdf

- Liu, P.-H. (2022). A structuralist view for interpreting the role of mathematics in physics. *ZDM – Mathematics Education*, 54(7), 1657–1670.
- Thompson, P. W. et Harel, G. (2021). Ideas foundational to calculus learning and their links to students' difficulties. *ZDM – Mathematics Education*, 53(3), 507–519.

ANNEXES

Dans ces tableaux, nous distinguons les technologies purement mathématiques (« Maths pures ») des technologies en lien avec le contexte cinématique (« Cinématique »), indépendamment de l'institution à laquelle appartient le manuel (calcul ou mécanique) où elles apparaissent. Les crochets indiquent des éléments présents seulement dans certaines praxéologies en raison des groupements effectués. Nous avons aussi mis en italique des éléments de technologie qui ne sont pas nécessairement explicites dans les manuels.

Type de tâches			
Total	42,2%	Technique	Technologie
			Maths pures Cinématique
7,3%		Déterminer la vitesse (à un instant quelconque ou la fonction vitesse).	
6,3%	CP 5 (4,9%) HA 5 (5,3%) HH 5 (4,1%) SC 16 (8,7%) SE 9 (8,5%)	Par dérivation, déterminer la dérivée par rapport au temps de la fonction position.	Règles de dérivation. Vitesse comme dérivée de la position par rapport au temps.
1,0%	CP 1 (1,0%) HH 1 (0,8%) SC 2 (1,1%) SE 2 (1,9%)	Utiliser la définition formelle de la dérivée pour la fonction position à un temps quelconque.	Algèbre des limites. Vitesse comme limite de vitesses moyennes.
7,4%		Déterminer (ou estimer) la valeur de la vitesse d'un corps.	
2,2%	CP 3 (2,9%) HA 1 (1,1%) HH 1 (0,8%) SC 6 (3,3%) SE 3 (2,8%)	Calculer la limite de vitesses moyennes.	Algèbre des limites. Vitesse comme limite de vitesses moyennes.
1,8%	HA 2 (2,1%) HH 1 (0,8%) SC 4 (2,2%) SE 4 (3,8%)	Dériver la fonction position par rapport au temps et évaluer.	Règles de dérivation. Évaluation de fonction. Vitesse comme dérivée de la position par rapport au temps.
0,9%	CP 3 (2,9%) HH 1 (0,8%) SE 1 (0,9%)	Calculer, estimer ou lire la pente de la droite tangente au graphique de la fonction position ou du segment de droite si le graphique est linéaire à ce point.	[Formule de la pente.] Dérivée comme pente (de la tangente). [Formule de la pente.] Vitesse comme pente de (la tangente) au graphique de la position. Vitesse comme dérivée de la position par rapport au temps.
2,5%	CP 1 (1,0%) HA 1 (1,1%) HH 7 (5,8%) SC 3 (1,6%) SE 3 (2,8%)	Autres techniques	Technologies diverses.
3,7%		Déterminer le(s) intervalle(s) de temps où un corps avance dans une certaine direction.	
	HA 7 (7,4%) HH 1 (0,8%) SC 10 (5,4%) SE 5 (4,7%)	Interpréter le signe de la vitesse comme indiquant la direction du mouvement. Déterminer les intervalles de temps où la vitesse a le signe requis (techniques variées)	[Algèbre.] [Lecture de graphiques.] [Propriété des fonctions continues.] Vitesse comme taux de variation de la position. Le signe de la vitesse détermine la direction du mouvement. [Vitesse comme dérivée de la position.] [Vitesse comme pente du graphique de la position.]
1,8%		Déterminer le(s) instants/l'intervalle de temps où un corps est au repos/ne bouge plus.	
1,7%	CP 1 (1,0%) HA 2 (2,1%) SC 5 (2,7%) SE 3 (2,8%)	Interpréter le fait que le corps est immobile comme ayant une vitesse nulle. Trouver les zéros de la vitesse. [Rejeter les solutions négatives]	Résolution d'équations. Vitesse comme taux de variation de la position. Un corps est au repos quand sa position ne varie plus, c.-à-d. quand sa vitesse est nulle. Le temps n'est pas négatif.
0,1%	SC 1 (0,5%)	Interpréter le fait que le corps est immobile comme ayant une vitesse nulle. Identifier sur l'axe des abscisses les intervalles de temps où la pente est nulle.	Lecture de graphiques. Un segment de droite horizontal a une pente nulle
1,3%		Déterminer la hauteur maximale d'un corps en chute libre.	
	CP 2 (2,0%) HA 2 (2,1%) HH 1 (0,8%) SC 1 (0,5%) SE 1 (0,9%)	Interpréter quand le corps se trouve à hauteur maximale, c.-à-d. quand sa vitesse est nulle. Déterminer l'instant où la vitesse est nulle (techniques variées).	Interprétation des zéros de la dérivée comme extrema (test de la dérivée première). [Résolution d'équations.] [Propriétés de la parabole.] [Évaluation de fonctions.] Vitesse comme taux de variation de la position. La vitesse à hauteur maximale est nulle.
8,4%		Tâches communes avec l'OM locale autour de l'accélération [et de la secousse].	
	CP 2 (2,0%) HA 11 (11,7%) HH 10 (8,3%) SC 25 (13,6%) SE 7 (4,7%)	Techniques variées	Technologies diverses.
12,3%		Autres types de tâche.	
	CP 15 (14,7%) HA 13 (13,8%) HH 24 (19,8%) SC 10 (5,4%) SE 8 (7,5%)	Techniques variées	Technologies diverses.

Figure 5 – OM locale autour de la vitesse instantanée dans les manuels de calcul

Type de tâche	Technique	Technologie	
Total	60,6%	Maths pures	Cinématique
7,5%	Déterminer la valeur de la vitesse d'un corps en mouvement.		
4,6%	Ba 11 (3,1%) Kt 6 (3,5%) LP 10 (7,1%) Sa 28 (5,3%) SJ 13 (3,9%)	Appliquer la stratégie de résolution de problèmes pour un MUA.	Algèbre (résolution d'équation(s)). Équations du MUA.
1,3%	Ba 6 (2,3%) Kt 1 (0,4%) Sa 6 (1,5%) SJ 7 (2,1%)	(Tracer le graphique position-temps.) Calculer ou estimer la pente de la droite tangente au graphique de la fonction position ou du segment de droite si le graphique est linéaire à ce point.	[Formule de la pente.] Dérivée comme pente (de la tangente). [Formule de la pente.] Vitesse comme pente de (la tangente) au graphique position-temps. Vitesse comme dérivée de la position par rapport au temps.
1,1%	Ba 5 (1,4%) Kt 2 (0,9%) LP 3 (2,1%) Sa 2 (0,4%) SJ 3 (0,9%)	Dériver la fonction position par rapport au temps et évaluer.	Règles de dérivation. Évaluation de fonction. Vitesse comme dérivée de la position par rapport au temps.
0,4%	Ba 1 (0,3%) LP 1 (0,7%) Sa 4 (0,8%) SJ 1 (0,3%)	Autres techniques	Technologies diverses.
6,3%	Déterminer la valeur de la position (ou déplacement) d'un corps en mouvement.		
4,4%	Ba 21 (6,0%) Kt 6 (2,7%) LP 6 (4,3%) Sa 24 (4,6%) SJ 15 (4,5%)	Appliquer la stratégie de résolution de problèmes pour un MUA. [Autres techniques complémentaires, p. ex., soustraire les positions pour obtenir le déplacement.]	Algèbre (substitution et résolution d'équation(s)). Équations du MUA. [L'accélération due à la gravité est $-g$.] [La vitesse au repos ou à une position extrême est nulle.] [À vitesse constante, l'accélération est nulle.] [Expression de la vitesse constante.] [Expression du déplacement.]
1,9%	Ba 1 (0,3%) Kt 10 (4,5%) LP 4 (2,9%) Sa 6 (1,1%) SJ 2 (0,6%)	Autres techniques	Technologies diverses.
3,3%	Déterminer l'instant correspondant à une position donnée.		
3,3%	Ba 14 (4,0%) Kt 6 (1,8%) LP 7 (5,0%) Sa 14 (2,7%) SJ 7 (2,1%)	Appliquer la stratégie de résolution de problèmes pour un MUA.	Algèbre (substitution et résolution d'équation(s)). [Propriétés de la parabole (symétrie).] Équations du MUA. [La vitesse au repos ou à une position extrême est nulle.] [Le signe de la vitesse dépend de la direction du mouvement.] [Par symétrie, en chute libre, le temps mis pour revenir à la position initiale est le double du temps mis pour atteindre la hauteur maximale.] [Technologie en lien avec le contexte physique.]
0,1%	SJ 1 (0,3%)	Appliquer la stratégie de résolution de problèmes pour un MUA, la vitesse entre les deux paliers étant obtenue par dérivation.	Techniques de dérivation. Algèbre. Équations du MUA. Vitesse comme dérivée de la position. Sauf un temps positif fait du sens physiquement. L'accélération due à la gravité est $-g$.
2,9%	Déterminer la distance parcourue.		
2,8%	Ba 12 (3,4%) Kt 7 (3,1%) LP 6 (4,3%) Sa 3 (0,6%) SJ 6 (2,4%)	Appliquer la stratégie de résolution de problèmes pour un MUA. [Autres compléments de technique.]	Algèbre (substitution et résolution d'équation(s)). Équations du MUA. [L'accélération due à la gravité est $-g$.] [La vitesse au repos ou à une position extrême est nulle.] [Une vitesse constante correspond à une accélération nulle.] [Expression de la vitesse constante.] [Expression du déplacement.]
0,0%	Ba 1 (0,3%) SJ 2 (0,8%)	Autres techniques	Technologies diverses.
2,5%	Déterminer l'instant où deux corps en mouvement ont la même position.		
	Ba 15 (4,3%) Kt 2 (0,9%) LP 4 (2,9%) Sa 9 (1,7%) SJ 9 (2,7%)	Appliquer la stratégie de résolution de problèmes pour un MUA.	Algèbre (substitution et résolution d'équation(s)). Équations du MUA. [La vitesse au repos ou à une position extrême est nulle.] [Une accélération est égale à l'accélération moyenne sur les intervalles où elle est constante.] [Expression de l'accélération moyenne.] [Le signe de la vitesse détermine la direction du mouvement.] [Technologie en lien avec le contexte physique.]
2,2%	Déterminer l'accélération (constante ou instantanée).		
1,9%	Ba 7 (2,0%) Kt 6 (2,7%) LP 2 (2,4%) Sa 6 (1,1%) SJ 8 (2,4%)	Appliquer la stratégie de résolution de problèmes pour un MUA.	Algèbre (substitution et résolution d'équation(s)). Équations du MUA. [La vitesse au repos est nulle.] [Une vitesse constante correspond à une accélération nulle.] [Le signe de la vitesse dépend de la direction du mouvement.] [Technologie en lien avec le contexte physique.]
0,2%	Kt 2 (0,9%) SJ 1 (0,3%)	Autres techniques	Technologies diverses.
2,2%	Déterminer la hauteur maximale d'un corps en chute libre ou sur un plan incliné sans frottement.		
2,1%	Ba 10 (2,9%) Kt 5 (2,2%) LP 4 (2,9%) Sa 6 (1,1%) SJ 4 (1,2%)	Interpréter quand le corps se trouve à hauteur maximale, c.-à-d. quand sa vitesse est nulle. Déterminer l'instant où la vitesse est nulle (techniques variées).	Interprétation des zéros de la dérivée comme extrema (test de la dérivée première). [Pré-calcul] Équations du MUA. Vitesse comme taux de variation de la position. La vitesse à hauteur maximale est nulle. [Le signe de la vitesse dépend de la direction du mouvement.] [Par symétrie, le temps mis par un corps en chute libre pour revenir à sa position initiale est le double du temps mis pour atteindre sa hauteur maximale.] [Technologie en lien avec le contexte physique.]
0,1%	Ba 1 (0,3%) Sa 1 (0,2%)	Autres techniques	Technologies diverses.
33,6%	Autres types de tâche.		
	Ba 112 (32,0%) Kt 85 (37,9%) LP 38 (27,9%) Sa 218 (41,5%) SJ 100 (30,0%)	Techniques variées	Technologies diverses.

Figure 6 – OM locale autour de la vitesse instantanée dans les manuels de mécanique