

LE PROCESSUS DE MATHÉMATISATION DANS L'ÉLABORATION D'UN PROBLÈME EXTRA-MATHÉMATIQUE POUR L'ÉCOLE PRIMAIRE

| YVAIN-PRÉBISKI* SONIA

Résumé | Le travail du Léa MaPcV consiste tout d'abord à créer une situation de la vie quotidienne sous forme vidéo pour promouvoir la modélisation mathématique. Nous focalisons sur le passage de la situation réelle vers un problème mathématique, nous montrons comment la création d'une telle situation amène, dès son élaboration, à considérer les rapports dialectiques entre la mathématisation horizontale et la mathématisation verticale, et analysons l'impact des choix des concepteurs sur l'activité des élèves.

Mots-clés : mathématisation, modélisation, problem posing, fragment de réalité, école primaire

Abstract | The work of LEA MaPcV consists firstly in creating an everyday life situation in video form to promote mathematical modelling. Focusing on the transition from a real-life situation to a mathematical problem, we highlight how the creation of such a situation leads, from the design on, to consider the dialectical relationships between horizontal mathematization and vertical mathematization and analyse the impact of the designers' choices on the pupils' activity.

Keywords: mathematization, modelling, problem posing, piece of reality, primary school

I. INTRODUCTION

1. *Contexte de l'étude*

Le collectif français Léa¹ MaPcV (Mathématisation de problèmes concrets sous forme vidéo, [Mathématisation de problèmes concrets en vidéos \(MaPcV\) — LéA \(ens-lyon.fr\)](#)) s'est formé en septembre 2023. Il regroupe des enseignant·es du premier degré, des formateur·trice·s du premier degré, une inspectrice de l'Éducation Nationale et deux chercheuses en didactique des mathématiques. Son objectif est de mener sur trois années une recherche collaborative visant à favoriser l'enseignement et l'apprentissage de la modélisation à l'école primaire en y incluant des réflexions sur la formation. Ce collectif est héritier d'un groupe mathématique qui existait depuis plus de 10 ans et dont l'originalité était de proposer des problèmes sous forme vidéo (<https://educabagnols.net>). Le travail pour l'année 2023-2024 a essentiellement porté sur l'élaboration de deux problèmes sous forme vidéo, l'un à destination d'élèves de CM1 et CM2 (Grade 5 et 6), l'autre pour des élèves de CE1 et CE2 (Grade 3 et 4) avec l'objectif de permettre de mettre en œuvre dans les classes une véritable activité de modélisation mathématique. Les enseignant·es ont ensuite expérimenté ces problèmes dans leurs classes.

2. *Éléments théoriques de l'étude*

Proposer un problème sous forme vidéo, dont la spécificité est d'être issu de la vie quotidienne nécessite une première étape pour le rendre accessible à un traitement mathématique, ce qui relève de la mathématisation horizontale (Yvain-Prébiski, 2023). De plus, le traitement mathématique, aspect vertical de la mathématisation, doit mobiliser des connaissances mathématiques accessibles aux élèves de l'école primaire. Ces deux aspects de la mathématisation empruntés à Treffers et repris dans la

* Université Claude Bernard Lyon 1, S2HEP UR 4148, Villeurbanne, 69622 – France – sonia.yvain@univ-lyon1.fr

¹ Lieu d'éducation associé porté par l'Institut Français de l'Éducation (IFÉ) au sein de l'ENS de Lyon.

Realistic Mathematics Education (Freudenthal, 1991) sont constitutifs de l'activité de modélisation mathématique.

Treffers, in his thesis of 1978, distinguished horizontal and vertical mathematising not sharply but with due reservations: Horizontal mathematising, which makes a problem field accessible to mathematical treatment (mathematical in the narrow formal sense) versus vertical mathematising, which effects the more or less sophisticated mathematical processing. (Freudenthal, 1991, p. 40)

Dans de précédentes recherches (Yvain-Prébiski, 2021, 2023), nous avons défini les formes de la mathématisation horizontale en jeu dans une activité de modélisation de situations extra mathématiques (voir figure 1). Le processus de mathématisation vertical relève lui du traitement mathématique une fois effectué le passage de la situation de départ à un problème mathématique.

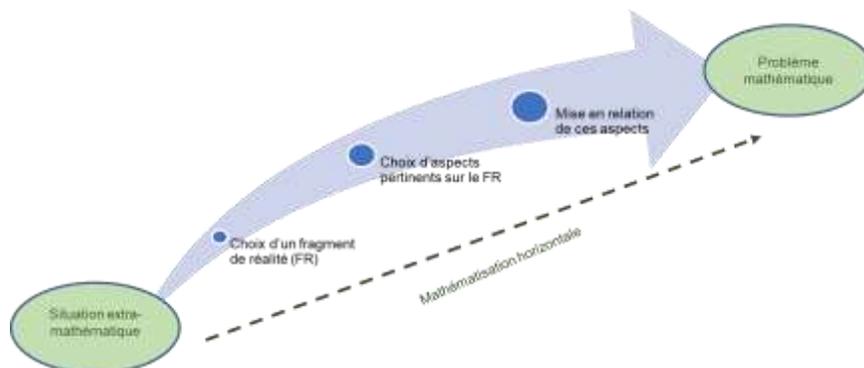


Figure 1 – Formes de la mathématisation horizontale

Nous mettons ainsi en évidence deux étapes intermédiaires pour passer de la situation extra-mathématique à un problème mathématique : tout d'abord le choix d'un fragment de réalité à partir duquel on va se questionner, le choix d'aspects pertinents (éléments de contexte, grandeurs...) du fragment de réalité pour envisager un traitement mathématique conduisant à un problème susceptible d'un traitement mathématique (PSTM), et enfin la mise en relation des aspects pertinents retenus conduisant au problème mathématique qui va être étudié. La figure 2 illustre l'ensemble du cycle de modélisation pour notre étude mettant en évidence le processus de mathématisation.

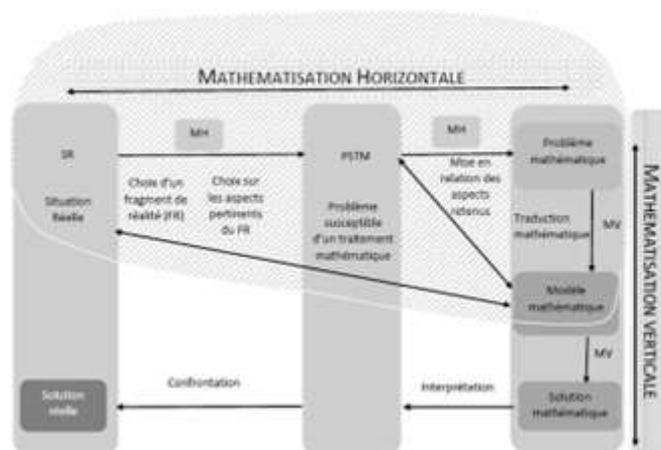


Figure 2 – Le cycle de modélisation de notre étude

Ce choix de représentation vise à mettre en lumière l'interconnexion entre la mathématisation horizontale et celle verticale dans une activité de modélisation à partir d'une situation ancrée dans le réel. En particulier, les doubles flèches à partir de modèle mathématique vers « la situation réelle » et

vers « le problème susceptible d'un traitement mathématique » illustrent que, dès la phase de l'identification des variables pertinentes et de leur mise en relation le solveur réfléchit à un traitement mathématique possible, voire à choisir un modèle existant en cohérence avec cette identification. Comme montré dans Yvain-Prébiski (2021), l'axe horizontal de notre schéma peut être vu comme un zoom explicite sur ce qui se joue entre les étapes « *simplifying / structuring* » et « *mathematizing* » du cycle de Blum & Leiss (2007) (figure 3).

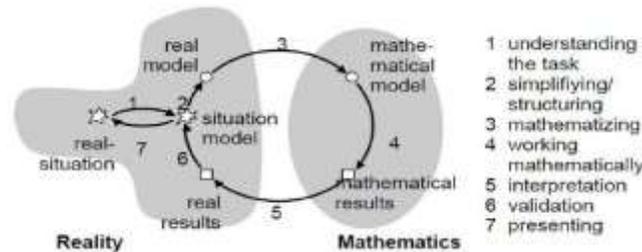


Figure 3 – Cycle de modélisation de Blum & Leiss (2007)

3. Question et hypothèses de recherche de notre étude

Notre question de recherche vise à étudier comment, dans l'élaboration d'une situation extra mathématique, sont pris en compte les rapports dialectiques entre la mathématisation horizontale et la mathématisation verticale par les enseignant·es et formateur·trice.s du collectif Léa MaPcv. Nous faisons l'hypothèse H1 que, les mettre en position de concepteurs d'un problème ancré dans le réel, posé sous forme vidéo, les amène à faire des allers-retours entre ces deux aspects de la mathématisation. En particulier, nous supposons que le collectif sera tiraillé entre l'exigence de proposer un contexte authentique et celle de permettre un travail mathématique accessible aux élèves de l'école primaire.

Cette activité de création d'un problème nous amène également à considérer des éléments inhérents au courant *Problem posing* qui fait l'objet d'une attention accrue au cours de la dernière décennie en tant que processus mathématique important en soi, et aussi en tant qu'approche visant à promouvoir d'autres compétences (Cai and Leikin, 2020). Globalement le terme « *problem posing* » dans l'enseignement des mathématiques fait référence à deux processus : celui de développement de nouveaux problèmes et celui de reformulation de problèmes existants. Lors de l'élaboration du problème, le collectif a décidé de ne pas poser explicitement de question mais de faire en sorte que les éléments apportés par la vidéo suggèrent fortement la question qu'ils souhaitent que les élèves traitent mathématiquement. Or élaborer un problème implique déjà des activités qui sont nécessaires à la résolution ultérieure du problème (Baumanns & Rott, 2024). Par conséquent, au regard de notre question de recherche, il nous semble pertinent, dans l'élaboration et la résolution du problème de modélisation par le collectif Léa MaPcV, d'analyser les activités inhérentes au processus de mathématisation. Autrement dit, nous visons à mettre en évidence les choix opérés par cette équipe conceptrice lors de l'élaboration du problème vidéo en les mettant en parallèle avec leurs attentes concernant l'activité des élèves. Nous faisons l'hypothèse H2 que les élèves n'entreront pas nécessairement dans le processus de mathématisation visé par les concepteurs. En effet, de précédentes études (Yvain-Prébiski, 2023) ont montré que lors du processus de mathématisation horizontale, les choix de grandeurs pertinentes, d'éléments de contexte se font au regard de la question qu'on souhaite étudier. Or dans la vidéo qui sera proposée, les élèves devront choisir eux-mêmes la question à traiter les plaçant en cela dans une activité de type « *problem posing* ». L'activité de modélisation des élèves sera alors intrinsèquement liée à la question qu'ils vont se poser. Notre hypothèse H2 est renforcée par les travaux récents de Hartmann & al. (2022) qui ont mis en évidence que poser un problème lié à la

modélisation (donc se poser une question dans notre étude) implique une activité de compréhension. Les concepteurs d'un problème ont leur propre compréhension de la situation créée. Nous relierons cette activité de compréhension au travail relevant de la mathématisation horizontale. En effet, le choix des fragments de réalité que les concepteurs décident de faire apparaître dans leur problème sont pilotés par la question qu'ils envisagent de porter à l'étude. La phase d'exploration du problème qui s'en suivra sera conduite en fonction de cette compréhension de la part du solveur.

II. MÉTHODOLOGIE DE RECHERCHE

Notre corpus de données est composé d'entretiens avec les différents acteurs du Léa MaPcV, des captations des trois réunions de travail du collectif concernant la création du problème de l'année pour le cycle 3 (grade 4 et 5) et celui du cycle 2 (grade 2 et 3) et de photos de productions d'élèves. Nous précisons que nos analyses sont toujours en cours. Tout d'abord, nous présentons dans cette section comment nous avons analysé la prise en compte des rapports dialectiques entre la MH et MV par le collectif lors de l'élaboration du problème (analyse relative à H1). Puis, concernant les mises en œuvre, nous exposons comment nous avons analysé la mise en œuvre par une enseignante du collectif exerçant en classe de double niveau CE2-CM1 (grade 3 et 4) au regard de H2. Un entretien avec cette enseignante (que nous nommerons E12) ainsi que son journal de bord complètent notre corpus de données.

1. Concernant l'étude relative à H1

H1 : Mettre des enseignant·es en position de concepteurs d'un problème ancré dans le réel, posé sous forme vidéo, les amène à faire des allers-retours entre l'aspect horizontal et vertical de la mathématisation.

Nous avons analysé qualitativement les trois captations des réunions de travail du collectif concernant la création du problème.

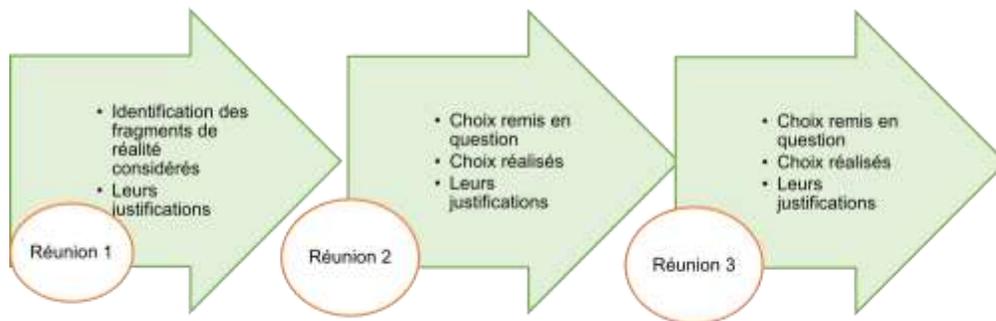


Figure 4 – Extraits de la méthodologie pour les trois temps de réunion

Nous avons pointé les choix et leurs justifications effectués en identifiant, selon notre cadre théorique, s'ils relèvent de la mathématisation horizontale ou de la mathématisation verticale. Ainsi nous avons suivi l'évolution des choix du collectif tout au long des trois réunions de travail en nous focalisant sur les fragments de réalité considérés et sur les raisons évoquées. Nous avons listé ces fragments et catégorisé ces raisons selon qu'elles évoquent une prise en compte du contexte réel proposé ou de celui du travail mathématique qui en découle. Nous présentons un extrait de ce travail d'analyse pour la première réunion en annexe 1.

2. Concernant l'étude relative à H2

H2 : Les élèves n'entreront pas nécessairement dans le processus de mathématisation visé par les concepteurs.

Concernant la mise à l'épreuve de H2, nous avons pour le moment seulement commencé l'analyse de la mise en œuvre d'une enseignante (E12) qui exerce en CE2-CM1 (grade 3 et 4). Pour ce faire, nous disposons de son journal de bord et de photos des activités des élèves (affiches réalisées, verbatims d'échanges, photos du tableau). Le journal nous donne accès à la mise en œuvre projetée par E12 ainsi qu'à ses régulations proposées au cours des séances. Nous précisons ici que E12 a l'habitude de proposer des activités de résolution de problèmes ouverts et a développé une certaine expertise dans leurs mises en œuvre comme en témoigne sa participation pendant plus de 10 ans à un groupe départemental mathématique proposant des rallyes mathématiques autour de la résolution de problèmes. Notre premier travail consiste à mesurer l'écart entre ce qu'a prévu E12 et le travail effectif des élèves et à en identifier les raisons au regard de la mathématisation du problème proposé. Nous rappelons que dans la vidéo proposée il n'y a pas de question explicitement posée. Les élèves devront se mettre d'accord sur la question à étudier et en cela se poser un problème. Ainsi, en appui sur les travaux de Bonotto & Santo (2015), nous nous sommes centrée dans l'activité des élèves sur les phases de compréhension, d'exploration et de génération de problème que l'on retrouve dans le courant du *problem posing*.

To pose problems that are based on given real-world situations, the given situation has to be understood and explored with regard to possibilities for posing a problem by distinguishing relevant from irrelevant information and establishing relationships between the relevant information. (Bonotto & Santo, 2015)

Based on these relationships, possible mathematical problems can be generated and evaluated with respect to whether or not the given information is coherent and sufficient for solving the problem (Bonotto & Santo, 2015)

La situation proposée ayant une visée de permettre une activité de modélisation, dans la lignée des travaux d'Hartmann & al (2022) qui consistent à interroger le processus de modélisation dans le cadre du *problem posing*, nous croiserons les éléments relatifs aux phases sus-citées avec le processus de mathématisation horizontale (MH) et son interconnexion avec la mathématisation verticale (MV).

III. PREMIERS RÉSULTATS DE NOTRE ÉTUDE

1. Relatifs à H1

Pour mieux comprendre les résultats, nous mettons en annexe 2 la retranscription de la vidéo et un lien vers la vidéo : [pizza_MaPcV.mp4](#)

Il ressort principalement des analyses, l'importance donnée par le collectif à proposer un contexte authentique tout en permettant un traitement mathématique accessible aux élèves. Il a retenu les fragments de réalité suivants : La préparation d'une pizza (le temps, la place sur le plan de travail et la nature des ingrédients), la cuisson (le temps), les commandes (gestion, nombre), les cartons (temps de gestion et pour réchauffer), le téléphone (temps passé), les ingrédients et le four (la place dans le four). La question que le collectif souhaite voir émerger est celle de savoir si le pizzaiolo aura le temps de préparer les deux commandes. Pour chacun de ces fragments, les choix opérés ont évolué au fur et à mesure des réunions avec des arguments soit liés à la volonté de proposer un contexte authentique soit liés à l'accessibilité du traitement mathématique inhérent au choix. Par exemple, l'extrait suivant des verbatims des échanges lors des réunions témoignent de leur volonté d'assurer l'authenticité du

contexte en ne remettant pas en cause l'expertise du pizzaiolo : « Ouais, pas le pizzaiolo, mais un apprenti pourrait se dire qu'il y avait largement le temps »; « Il faut un apprenti ».

Les extraits ci-dessous montrent, quant à eux, la considération de la MV par le collectif :

- Concernant l'importance d'avoir un temps initial

« Peut-être pour la première commande, il pourrait préciser, la personne, je ne sais pas, commande 6 pizzas ou 7 pizzas et le pizzaiolo pourrait dire : « Ah ! Ben pour l'instant, ça tombe bien, je n'en ai aucune en cours », parce qu'en fait, il nous faut un temps initial. C'est à-dire, je n'en ai aucune en cours. Donc, je peux vous les faire pour telle heure ou je n'en sais rien, ce qu'on veut faire derrière. Mais il est quand même important de prendre un temps initial »

- Concernant les notions mathématiques à mobiliser et le degré associé de complexité

« Moi, je pensais plutôt travailler sur les durées. Quelqu'un appelle et demande si à telle heure il peut être servi alors qu'il y a des commandes avant et après ? »

« Avec ce nombre de pizzas et ce nombre de personnes, ce sont des variables qu'on peut ajuster pour faire travailler le cycle 2, là. Ça peut être plus facile. »

« Oui, d'en commander 3 ou d'en commander 15, ce n'est pas tout à fait le même problème, quoi. »

« Parce que du coup, ce que disait... Je ne sais plus si c'était E ou K, de dire : « On multiplie le nombre de pizzas fois le temps de préparation d'une pizza et on ajoute 3 minutes de cuisson pour 4 pizzas », c'est vrai que c'est un problème relativement simple. Mais si on ajoute là-dessus un problème d'organisation des tâches ou pendant qu'il en cuit, il prépare la fournée suivante, parce qu'il y a le bus du club de rugby qui est arrivé, et là, on a la complexification. Même si c'est uniquement par rapport au temps, on l'a quand même. »

« Et le temps, vitesse, durée, ça va être compliqué aussi. C'est moi qui l'ai mis, mais je pense que c'est compliqué non, le temps, la vitesse, la durée, rajouter ça aussi comme paramètre. C'est compliqué même en cycle 3. »

Les extraits suivants montrent un choix piloté par la MV et rejeté par des considérations ancrées dans le réel en lien avec la question à étudier :

« Et je me pose comme question aussi : est-ce qu'on ne pourrait pas aussi demander à chercher le nombre de pizzas ? On entend l'horaire, mais on n'entend pas le nombre de pizzas qu'il a prévu de livrer. »

« Mais dans la vraie vie, en fait, le pizzaiolo, lui, il va chercher plutôt à quelle heure il peut livrer sa pizza. Est-ce qu'on va lui donner le nombre de pizzas qu'on veut ? Donc, ce n'est pas trop une question naturelle. »

Les extraits suivants montrent un choix piloté par la MH et mis en relation avec le traitement mathématique qui en découle concernant l'heure à laquelle commencer la préparation des pizzas pour ne pas les livrer froides :

« Moi, quand j'ai fait le problème, je suis partie du temps, à quelle heure en fait je dois livrer ma pizza et pas de « tiens, j'ai ma commande, je la fais maintenant », parce qu'effectivement sinon, elles sont froides. »

« Tu dis tes pizzas, tu les livres, ça veut dire que pour quand même satisfaire le client, tu les mets au dernier moment dans ton four. Donc tu les mets jusqu'à 20 heures dans ton four pour que quand ils arrivent, au moins les dernières, elles soient bien chaudes. Voilà. Et donc ça veut dire que les autres, tu ne peux commencer le temps de préparation qu'à 19 h 56. »

Concernant les fragments de réalité « cuisson » et « préparation », au départ, le collectif n'a pas réalisé que pour la question qu'il souhaite voir étudier, il est nécessaire de les mettre en relation. Ce n'est que lorsqu'il a résolu leur première version de problème qu'il a noté que si le temps de préparation est supérieur au temps de cuisson alors la difficulté du traitement mathématique ne sera pas la même

que s'il lui est inférieur. Il a ainsi pris en compte l'importance pour les élèves de comprendre que pendant que des pizzas cuisent, la préparation d'autres pizzas peut se faire et a acté de simplifier le traitement mathématique en choisissant un temps de préparation d'environ 2'30" et un de cuisson de 3'. On peut souligner l'importance pour lui de donner le temps de cuisson dans la vidéo mais pas celui de préparation (sauf pour la situation donnée en cycle 2 pour rendre moins complexe le travail mathématique). Il a également souhaité permettre une prise de données instrumentées en filmant de manière accélérée le pizzaiolo préparant 4 pizzas (en indiquant « avance $\times 8$ »). Cela met en évidence la prise en compte de l'interconnexion entre la MH et la MV dans l'élaboration. Du point de vue du collectif, ce choix permet aussi de renforcer l'authenticité du contexte :

« Moi, je voulais insister là sur ce que tu avais dit, c'est ce que j'allais dire, le fait de prendre des données instrumentées donne aussi du sens certainement à la situation et rend la situation davantage réelle. »

2. *Relatifs à H2*

Comme déjà signalé, les résultats présentés proviennent d'une étude de cas de la mise en œuvre de l'enseignante E12. Les analyses portent sur ses 3 séances proposées, sur son journal de bord et sur l'entretien conduit après les mises en œuvre. Nous nous sommes attachée à étudier l'activité des élèves. Dans la première séance, E12 a d'abord proposé aux élèves le visionnage de la vidéo, puis elle leur a donné comme consigne de regarder une nouvelle fois la vidéo en notant quelle question ils pourraient traiter avec des mathématiques. Un troisième visionnage a été proposé avec comme consigne de noter tout ce qui semble utile aux élèves pour traiter la question qu'ils ont choisie. Si E12 avait comme objectif que les élèves se questionnent sur le fragment de réalité « temps de préparation », dans les phases de compréhension et d'exploration, c'est le choix du fragment de réalité « prix » (forme de la MH) qui a piloté le travail des élèves ce qui valide, pour cette étude de cas, notre hypothèse H2. Dans notre étude, les élèves ont souhaité travailler sur la question du prix des commandes et nous supposons que c'est en partie parce qu'ils ont anticipé l'accessibilité du traitement mathématique associé à cette question. En cela, ils ont répondu à la consigne en générant un problème mathématique mais pas celui attendu par E12. Dans un premier temps ils ont voulu chercher combien coutaient les 24 pizzas. Se rendant compte qu'ils ne disposaient pas d'informations sur la nature de la commande (« il peut y avoir différentes pizzas, on ne sait pas ce qui a été commandé, les prix ne sont pas les mêmes. » a dit un élève), ils ont décidé de vérifier le prix des 9 pizzas (soit 110€ annoncés par l'apprenti dans la vidéo). Nos analyses montrent que l'enseignante a d'abord laissé les élèves traiter mathématiquement cette question :

« Cette question n'était pas celle que j'attendais, mais dans la réalité on vérifie ce qu'on paye. J'ai trouvé cette question légitime et en plus tous les élèves voulaient traiter cette question » (E12).

Les élèves ont sélectionné dans la vidéo les grandeurs pertinentes et leurs valeurs (nature des pizzas et leur prix) pour étudier cette question et ont mobilisé un modèle additif pour la résoudre. Ils sont entrés dans un processus de mathématisation.

« La question du prix ne nécessitait qu'une lecture des données présentes dans la vidéo. Les élèves ont passé beaucoup de temps à voir et revoir le passage de la commande afin de noter les pizzas commandées puis la première image afin d'associer le nom des pizzas à un prix et de vérifier le montant de la facture. Ils ont tous noté le nom des pizzas, le prix des pizzas et là ils ont fait une addition. » (E12)

On note ici que lors de l'élaboration de la vidéo, E12 n'avait pas anticipé (tout comme le collectif) que le fragment de réalité « prix » pouvait aussi faire émerger une autre question accessible par un traitement mathématique :

« On a mis beaucoup d'informations dans la vidéo pour proposer un contexte le plus authentique possible, ancré dans la réalité. Donc c'est difficile d'enlever certains aspects tout en voulant rester ancré dans la réalité. Voilà, les choix ne sont pas si évidents à faire que. Ça nous a pris du temps de savoir ce qu'on voulait garder ou pas. Je ne m'attendais pas à ce que les élèves soient autant mobilisé sur la question du prix. On a pourtant pris du temps dans la vidéo pour montrer des éléments autour de la préparation des pizzas et du temps que cela prend » (E12)

Dans de précédentes recherches (Yvain-Prébiski, 2023) nous avons montré que les choix du fragment de réalité à considérer et l'identification des grandeurs pertinentes associées à ce fragment rentrent en connexion avec l'anticipation du travail de mathématisation verticale qui en découle témoignant des rapports dialectiques entre les deux aspects de la mathématisation dans une activité de modélisation. Nous faisons alors l'hypothèse que les choix des élèves sont liés à ce qu'ils se sentaient compétents à résoudre, une question autour du prix. Cette hypothèse est aussi partagée par E12 comme le montre l'extrait suivant issu de l'entretien après la mise en œuvre :

« Ils se sont saisis de la question sur le prix car les données sont concrètes et ne nécessitent pas un travail de représentation. Les mathématiques sont accessibles même pour les élèves plus en difficulté. »

Dans la deuxième séance, E12 a proposé aux élèves (installés en groupe de 4) de reVISIONNER la vidéo et d'essayer de trouver une autre question à étudier avec les mathématiques. La question sur le temps de préparation attendue par E12 a émergé dans certains groupes. Les élèves ont donc été amenés à résoudre la question suivante « est-ce que le pizzaiolo pourra honorer toutes les commandes ? ». Dans cette communication nous ne détaillons pas les stratégies des élèves mais soulignons tout de même que pour amener les élèves à comprendre que pendant que les pizzas cuisent dans le four, le pizzaiolo prépare d'autres pizzas, E12 a eu besoin d'une troisième séance.

IV. EN CONCLUSION

Nous avons montré que mettre des enseignant·es en position de concepteurs d'un problème ancré dans le réel, posé sous forme vidéo, les amène à faire des allers-retours entre l'aspect horizontal et vertical de la mathématisation. Lors de la création de la situation, leurs choix sont justifiés à la fois par le fait de garantir un contexte authentique et celui de permettre un traitement mathématique accessible aux élèves. Toutefois, c'est la question mathématique que le collectif souhaitait voir émerger qui a piloté leurs choix d'éléments de contexte et de grandeurs pertinentes à mettre en évidence dans la vidéo. Une fois cette question choisie, pendant les réunions, le collectif n'a pas pris en considération que les élèves pourraient se saisir d'un autre fragment de réalité. Selon le choix de fragment réalité choisi, la question portée à l'étude amène à un traitement mathématique différent, comme dans la classe de E12. Nos analyses en cours sur les mises en œuvre des autres enseignant·es montrent que dans toutes les classes, des élèves se sont questionnés sur le prix mettant parfois l'enseignant·e dans le dilemme de laisser vivre cette question (comme E12) ou de les guider vers celle souhaitée sur le temps de préparation. La situation proposée par le collectif LÉA MaPcV a le potentiel de faire entrer les élèves dans une activité de modélisation où le processus de mathématisation est central et en particulier la mathématisation horizontale au regard des nombreux fragments de réalité proposés dans la vidéo.

La spécificité de la situation élaborée est de ne pas poser explicitement de question mais de la suggérer fortement ce qui place les élèves dans une activité de *problem posing*. Nous avons montré que, dans une activité de modélisation, la génération de problème est fortement liée à la mathématisation horizontale (comme le choix du fragment de réalité à étudier et les grandeurs pertinentes à identifier) et de son interconnexion avec la mathématisation verticale (comme envisager un choix dont on sait qu'on maîtrise les mathématiques pour résoudre la question choisie). Une perspective est d'approfondir ce qu'apporte le *problem posing* dans une activité de modélisation en termes de développement d'apprentissages pour les élèves. Concernant le développement des compétences sur la modélisation

des membres du collectif, nous envisageons de montrer qu'en les plaçant eux-mêmes en *problem posing* via la création d'une situation, ils développent des compétences inhérentes à la modélisation, comme exposé récemment dans les travaux de Hartmann et al. (2023).

RÉFÉRENCES

- Blum, W. et Leiss, D. (2007). How the students and teacher deal with mathematical modelling problems? Dans C. Haines, G. Galbraith, W. Blum et S. Khan (dir.), *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics* (p. 222–231). Horwood Publishing.
- Bonotto, C. et Santo, L. D. (2015). On the relationship between problem posing, problem solving, and creativity in the primary school. Dans F. M. Singer, N. Ellerton et J. Cai (dir.), *Mathematical problem posing: From research to effective practice* (p. 103–124). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6258-3_5
- Baumanns, L. et Rott, B. (2024). Problem-posing tasks and their influence on pre-service teachers' creative problem-posing performance and self-efficacy. *The Journal of Mathematical Behavior*, 73, article 101130.
- Cai, J. et Leikin, R. (2020). Affect in mathematical problem posing: Conceptualization, advances, and future directions for research. *Educational Studies in Mathematics*, 105, 287-301.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Kluwer Academic.
- Hartmann, L. M., Krawitz, J. et Schukajlow, S. (2022, février). *Modelling while problem posing: A case study of preservice teachers* [Communication]. 12th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12), Bozen-Bolzano, Italie.
- Hartmann, L. M., Krawitz, J. et Schukajlow, S. (2023). Posing and solving modelling problems – extending the modelling process from a problem posing perspective. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 44(2), 533-561.
- Yvain-Prébiski, S. (2021). Didactical adaptation of professional practice of modelling: A case study. Dans F. K. S. Leung, G. A. Stillman, G. Kaiser, K. L. Wong (dir.), *Mathematical modelling education in East and West. International perspectives on the teaching and learning of mathematical modelling* (p. 305–319). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-66996-6_26
- Yvain-Prébiski, S. (2023). La mathématisation horizontale : quels apports pour une recherche sur l'enseignement et l'apprentissage de la modélisation mathématique. Dans F. Vandebrouck et M.-L. Gardes (dir.), *Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques. Preuve, modélisation et technologies numériques. XXI^e école d'été de didactique des mathématiques, 18-24 octobre 2021, Sainte Marie de Ré* [Volume des séminaires et des posters] (p. 209-218). IREM de Paris. <http://docs.irem.univ-paris-diderot.fr/up/ACTESEEE21.pdf>

ANNEXE 1

EXTRAITS DE LA MÉTHODOLOGIE D'ANALYSE RELATIVE À H1

- Premières discussions autour des différents fragments de réalité (MH)



Une certaine inquiétude face à autant de variables à prendre en compte

→ Décision de partir des notions mathématiques (MV) : « Les variables, elles sont multiples, comme on a marqué dans le tableau, en fait. De la préparation jusqu'à la cuisson, ou sur ce qu'on va noter sur le bon de commande aussi. Enfin, sur le planning d'organisation, il y a plein de choses aussi qu'on définira. Mais effectivement, il faut peut-être partir de la notion mathématique qu'on veut travailler. Et après, on adaptera les variables. »

- Discussions autour des notions potentiellement à travailler (MV)

la proportionnalité, le calcul sur les heures et les durées, la monnaie et après, plus complexe, temps, vitesse, durée

→ Décision de ne pas retenir la vitesse (MV) car trop complexe au vu du bagage mathématique des élèves

- Discussions articulant MH/MV

→ Tableau récapitulatif

Fragments de R	choix de grandeurs et ou d'éléments de contexte (MH)	Valeurs choisies	Choix ancrés dans le réel	Choix liés à MV
Préparation d'une pizza	Temps de prep	2 à 3 minutes Ou 10 en 30 minutes	Cohérent avec le pizzaiolo filmé	
Préparation d'une pizza	Nombre de place sur le plan de travail	4	Cohérent avec le plan de travail du pizzaiolo	
Préparation d'une pizza	Leur composition	Non pris en compte : même temps quel que soit leur composition		Trop compliqué pour le traitement mathématique
Préparation d'une pizza	Heure de départ des préparations	Permettre aux élèves de voir dans la vidéo « le temps initial » avant que démarre les préparations	Rester « authentique » Cad cohérent avec le réel d'une pizzeria	Permettre un temps « 0 » pour le point de départ des calculs

ANNEXE 2

TRANSCRIPTION DE LA VIDÉO

- La vidéo commence par un plan sur l'entrée d'une pizzeria où on peut voir le tableau des pizzas proposées et leur prix. 19H00 s'affiche. Puis, on voit dans la pizzeria, le pizzaiolo (P) et son apprenti (A) :
- 00:13.869 --> 00:22.000 : Ah Salut Patron. /Bonjour Luigi. /Comment allez-vous ? Très bien. /Nous avons une commande de 24 pizzas pour 20 heures. /Bueno.
- 00:23.000 --> 00:28.000 [La vidéo montre des pizzas en train de cuire dans le four, s'affiche « Four 4 pizzas flambant neuf »] Hey Boss, ça fait 3 minutes ou 2 minutes qu'elles cuisent ? /2 minutes et encore 1 minute. /Très bien, patron, très bien !
- [On voit ensuite le pizzaiolo retirer une pizza du four et la mettre dans un carton]
- 00:46.000 --> 01:02.000 [L'apprenti répond au téléphone, 19H30 s'affiche]
- Bonjour, Toto pizza ! /Je voudrais savoir s'il est possible de commander neuf pizzas. /Est-ce possible ? /Ecoutez oui oui oui disons oui disons oui ! Allons-y, de quoi avez-vous besoin ?
- 01:01.000 --> 01:29.000 [La liste de la commande va être donnée, l'apprenti répète quasi à chaque fois la nature de la pizza demandée. Il tape à chaque fois sur sa caisse enregistreuse]
- Je voudrais une fromage /Une fromage /Une jambon /Une Jambon /Une Végétarienne / Oui /
- Une Reine / Très bien / Une Trois fromages /Oui /Une Mozzarella /Parfait / Une Napolitaine /
- Tout à fait d'accord /Une Basquaise et une quatre fromages /Quatre fromages, c'est parti ! /
- Très bien, 110 € madame
- [La vidéo montre un plan du pizzaiolo en train de préparer 4 pizzas en mode « avance x8 » (cela est inscrit à l'écran) de l'étalage de la pâte à sa garniture et à la mise dans le four des 4 pizzas]
- 01:59.000 --> 02:05.000 [Le pizzaiolo rejoint l'apprenti]
- Ah patron je viens de prendre une commande de 9 pizzas pour 19h45. J'ai dit banco !
- 02:05.000 --> 02:10.000 [Réponse du pizzaiolo]
- Oui, ça va être compliqué ! Il y en a 24 pour 20 heures...
- 02:10.000 --> 02:12.000 Patron mais vous êtes vraiment bon, patron !
- 02:12.000 --> 02:14.000 [Réponse du pizzaiolo] Il y en a qui vont attendre...
- 02:14.000 --> 02:16.000 Patron je vais mettre les pizzas dans des cartons alors. [Fin de la vidéo avec un plan du four qui se ferme]