

LES UNITÉS DE MESURE COMME MOYEN DE CONTRÔLE LORS DE LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES MATHÉMATIQUES À CONTEXTE PHYSIQUE

| ALLARD* AMÉLIE

Résumé | L'interdisciplinarité entre les mathématiques et la physique est généralement étudiée avec la perspective des mathématiques servant la physique. Cet article se penche, au contraire, sur la possibilité d'utiliser des habiletés issues de la physique comme soutien à l'activité mathématique. Notamment, il porte sur le potentiel des unités de mesure comme moyen d'améliorer le contrôle des étudiants sur leur activité mathématique lors de la résolution de problèmes mathématiques à contexte physique de niveau collégial.

Mots-clés : contrôle, unités de mesure, résolution de problèmes, contexte physique, postsecondaire

Abstract | The notion of interdisciplinarity between mathematics and physics is usually regarded in terms of how mathematics can serve physics. In contrast, this article tackles the possibility of using skills stemming from physics to support mathematical activities. Specifically, it examines the potential of units of measurement as means of improving students' control over their mathematical activity when solving mathematical problems set within a physical context at the post-secondary level.

Keywords: control, units of measurement, problem solving, physical context, post-secondary

I. CONTEXTE DE L'ÉTUDE

Au Québec, les programmes d'études collégiales¹ (étudiants de 17 à 19 ans) sont établis par le ministère de l'Enseignement supérieur (MES) et communiqués aux établissements collégiaux par le biais de devis ministériels. Cependant, chaque établissement est responsable de la mise en œuvre des activités d'apprentissage (les cours) des différents programmes qu'il offre. Le programme pré-universitaire *Sciences de la nature* a été récemment revisité ; le nouveau devis a été ratifié par le MES en décembre 2021, avec une implémentation obligatoire dès l'automne 2024. À travers ce remaniement, l'approche programme est restée une perspective théorique importante qui consiste en une « approche axée sur [...] le décroisement des disciplines, en vue de l'intégration des apprentissages. » (Office québécois de la langue française, 2012, s. d.) L'interdisciplinarité semble ainsi être un tenant de l'approche programme, ce qui est soutenu par le deuxième but de la formation spécifique du programme *Sciences de la nature* qui est de « traiter de situations complexes dans une perspective d'interdisciplinarité. » (MES, 2022, p. 5) Dans le devis ministériel, le plus grand nombre de liens interdisciplinaires se trouvent entre les mathématiques et la physique. De la physique, les mathématiques puisent des contextes offrant l'opportunité aux étudiants d'utiliser les outils mathématiques en apprentissage, notamment par la résolution de problèmes mathématiques à contexte physique. Quant à la physique, elle s'appuie grandement sur le formalisme mathématique, notamment dans la résolution de problèmes physiques, puisque les lois de la physique sont fréquemment exprimées en utilisant des symboles algébriques et les règles des mathématiques (Sokolowski, 2021). Cependant, des différences existent bel et bien entre les formalismes mathématique et physique, notamment au niveau sémantique, puisque les « physicists "load" physical meaning onto both symbols and numbers in a way that mathematicians usually do not. » (Redish et Kuo, 2015, p. 565) Ce sens physique supplémentaire se manifeste explicitement par la présence d'unités de mesure, puisque les grandeurs

* Université du Québec à Montréal (UQÀM) – Canada – allard.amelie.3@courrier.uqam.ca

¹ Les études collégiales se situent entre les études secondaires et les études universitaires.

physiques « *are transformed into numbers by measurement [and] as a result quantities in science tend to have units.* » (Redish, 2021, p. 314)

Cependant, en mathématiques, au contraire de la physique, un travail approfondi sur les unités de mesure n'est généralement pas nécessaire, puisque « *math in math class tends to be about numbers* » (Redish, 2021, p. 314) La présence, chez les étudiants de mathématiques, de difficultés entourant les unités n'est donc pas surprenante. À titre d'exemple, l'étude de Dorko et Speer (2015) a montré que certains étudiants (d'un niveau scolaire équivalent au collégial québécois) s'approprient inadéquatement les unités de longueur en exprimant la mesure d'une surface ou d'un volume avec une unité de longueur (e.g. l'aire du rectangle est de 20 **cm**). Dans leur discussion, les chercheuses avancent que considérer les unités de chaque nombre – ici, les mesures des côtés – lors du calcul numérique pourrait améliorer l'emprise, le *contrôle*, des étudiants sur leur activité mathématique (e.g. $4 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 20 \text{ cm}^2$) ; c'est-à-dire renforcer la signification contextuelle des nombres (l'aspect sémantique) en mettant de l'avant les liens entre la dimensionalité, les règles des exposants et les unités. Dans l'étude de Rowland (2006), une autre possible utilité des unités de mesure est avancée. Le chercheur propose que les unités de mesure pourraient permettre aux étudiants de mieux contrôler leur résolution en les utilisant comme moyen de vérification : « *while an equation can be wrong if the units are right, an equation can't be right if the units are wrong.* » (Rowland, 2006, p. 553) D'une part, la présence d'unités de mesure en mathématiques peut entraîner des difficultés chez les étudiants, mais, d'autre part, elle semble avoir le potentiel de leur permettre d'acquérir un meilleur contrôle sur leur résolution. Ainsi, l'objectif de cette recherche est d'explorer le potentiel des unités de mesure comme outils de contrôle lors de la résolution de problèmes mathématiques à contexte physique de niveau collégial ; c'est-à-dire que nous tentons de répondre à la question *La présence d'unités de mesure offre-t-elle des opportunités de contrôle sur l'activité mathématique lors de la résolution de problèmes mathématiques à contexte physique ?*

II. REPÈRES THÉORIQUES

Afin de mener à bien l'objectif de recherche énoncé précédemment, la notion de contrôle au sens de Rhéaume (2020) – qui est basée la conceptualisation du contrôle élaborée par Saboya (2010) – a été utilisée. Selon Rhéaume, il existe différents types de contrôle dans la résolution de problèmes, dont le contrôle structural et le contrôle opérationnel. Le contrôle structural imbrique « à la fois le processus de représentation du problème et le contrôle exercé sur cette représentation grâce à un engagement réfléchi. » (p. 42) L'engagement réfléchi fait référence à un positionnement particulier de l'étudiant face à un problème mathématique, qui est « central et inhérent à la mobilisation de l'ensemble des composantes que propose la notion de contrôle. » (p. 43) Ces deux contrôles se déclinent en diverses composantes dont le contrôle sémantique qui est d'intérêt dans ce texte. Ainsi, à la suite de la lecture de l'énoncé du problème, l'étudiant doit se représenter ce dernier, c'est-à-dire qu'il doit d'abord en interpréter le contexte et sélectionner les informations pertinentes selon celui-ci. Cela requiert un contrôle sémantique, c'est-à-dire « la capacité à ne pas se détacher de la signification des grandeurs qu'on manipule. » (Saboya, 2010, p. 411) Par exemple, dans la résolution de problèmes algébriques, le contrôle sémantique s'appuie « sur une compréhension des relations entre les données et des notations symboliques associées lors de la phase de mathématisation et d'écriture de l'équation. » (Saboya et al., 2015, p. 63) Ce contrôle continue à s'exercer lorsque l'étudiant organise logiquement (selon lui, du moins) les informations sélectionnées afin de construire sa représentation du problème. Le contrôle structural est dynamique, puisqu'il peut se manifester au début de la résolution du problème, ou tout au long de celle-ci, si l'étudiant fait des allers-retours entre ses calculs et (sa représentation de) l'énoncé du problème.

Le contrôle opérationnel, quant à lui, « implique à la base un engagement réfléchi, orienté cette fois vers le savoir quand et comment utiliser les mathématiques lors de l'opérationnalisation » (Rhéaume, 2020, p. 54) et peut faire intervenir plusieurs autres composantes que le contrôle sémantique, dont le discernement et le contrôle sur les nombres et opérations². Le discernement, en tant que composante du contrôle opérationnel, se traduit « par une capacité à choisir parmi différentes écritures et/ou différentes stratégies celle qui est la plus appropriée, la plus efficace et la moins coûteuse en temps en ayant préalablement écarté celles qui sont inappropriées. » (Saboya, 2010, p. 408) Le contrôle sur les nombres et opérations se traduit par « un engagement axé exclusivement sur le traitement des nombres et des écritures (opérations et manipulations des nombres) lors des calculs. » (Rhéaume, 2020, p. 71-72).

Les recherches faisant usage de la notion de contrôle comme assise théorique (e.g. Saboya, 2010 ; Dufour et Jeannotte, 2013 ; Saboya et Rhéaume, 2015 ; Saboya et al., 2015 ; Morand, 2020 ; Rhéaume, 2020) concernent spécifiquement la résolution de problèmes en mathématiques. En didactique de la physique, Van Heuvelen et Maloney (1999) abordent l'information contenue dans les équations physiques sans parler explicitement de contrôle. Ils proposent de présenter aux étudiants une équation afin que ces derniers construisent un schéma, un graphique ou une description en mots d'un phénomène physique cohérent avec l'équation fournie (plusieurs réponses sont possibles). Les auteurs affirment que les unités de mesure sont primordiales pour accéder à la profondeur conceptuelle (i.e. le sens physique) encodée dans une équation physique : « *units become more meaningful since they become the key to determining what physical quantities are involved [...] they become useful sources of information.* » (p. 254) Bref, les unités sont la clef permettant aux étudiants d'exercer un contrôle sémantique sur l'équation fournie et d'ainsi approcher le phénomène physique qu'encapsule l'équation.

III. ÉLÉMENTS MÉTHODOLOGIQUES

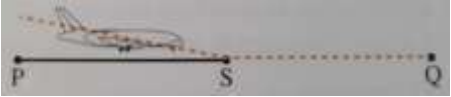
Afin d'observer les opportunités de contrôle qu'offrent la présence d'unités de mesure lors de la résolution de problèmes mathématiques à contexte physique de niveau collégial, le manuel *Calcul différentiel : Charron-Parent* – qui est rendu à sa neuvième édition – des auteurs S. Fortin et G. Poliquin (2023) a été sélectionné pour l'analyse. Ce manuel mentionne explicitement, dans ses premières pages, contenir une grande quantité de problèmes impliquant les sciences (naturelles et humaines). Ces problèmes sont aisément reconnaissables, car un pictogramme les accompagne indiquant la discipline dont ils relèvent (e.g. deux rouages pour la physique). Dans le manuel, un total de 106 problèmes à contexte physique sont ainsi identifiés. Ce corpus de problèmes a été soumis à une analyse de contenu (Bardin, 2013) afin de sélectionner un nombre restreint de problèmes pouvant le représenter fidèlement ; c'est-à-dire recouvrant l'ensemble des demandes mathématiques (e.g. calcul d'une limite, dérivation d'une fonction) comprises dans celui-ci. Nous avons fait le choix de discriminer les problèmes par leurs demandes mathématiques, puisque les composantes du contrôle sollicitées – et leurs manifestations – varient selon l'activité mathématique effectuée lors de la résolution (e.g. Saboya et Rhéaume, 2015). En plus de permettre la sélection d'une dizaine de problèmes représentatifs du corpus, l'analyse de contenu réalisée a permis de rassembler des données qualitatives et quantitatives autour d'autres attributs des 106 problèmes mathématiques à contexte physique, telles que la nature des unités de mesure utilisées et la manière dont elles sont présentées dans les énoncés. Une fois sélectionnée, cette dizaine de problèmes a été soumise à une analyse sous l'angle d'un contrôle passant par les unités de mesure, c'est-à-dire que nous avons mis l'accent sur l'exploration des possibilités d'une action contrôlée prenant ancrage dans la considération des unités de mesure lors de leur

² Avec le contrôle sémantique, le discernement et le contrôle sur les nombres et opérations sont d'intérêt dans ce texte.

résolution. La réalisation de cette analyse a donné naissance à un schéma récapitulatif des possibles manifestations d'un contrôle basé sur la présence d'unités de mesure pour chacun des 10 problèmes mathématiques à contexte physique. Ces schémas mettent en lumière les composantes du contrôle qui sont sollicitées lors de la résolution des problèmes (selon leurs demandes mathématiques) et leurs manifestations concrètes en lien avec les unités de mesure. Dans la prochaine section, nous présentons une partie de l'analyse d'un de ces problèmes.

IV. ANALYSE D'UN PROBLÈME MATHÉMATIQUE À CONTEXTE PHYSIQUE

Notre choix s'est porté sur le riche problème de l'avion (voir figure 1, où nous avons fait ressortir en bleu les unités) puisqu'il couvre un large éventail de demandes mathématiques (e.g. démonstration d'un résultat **(b)**, résolution d'une équation **(d.i)**). De plus, il permet une avancée dans la conceptualisation du contrôle, notamment en ce qui concerne le contrôle sémantique.

Problème de l'avion	
<p>Un avion, atterrissant sur une piste PQ longue de 1,5 km, touche le sol au point S. La distance x, en mètres, sur la piste entre l'avion et le point P est donnée par $x(t) = 900 + 75t - 2,5t^2$, où t est le temps, en secondes, écoulé depuis l'atterrissage jusqu'à l'immobilisation de l'appareil.</p>	
<p>a. Déterminer la distance :</p> <p>i. entre P et S;</p> <p>ii. parcourue par l'avion pendant les 4 premières secondes après qu'il a touché le sol.</p> <p>b. Démontrer qu'à partir du moment où l'avion atterrit, il ralentit.</p> <p>c. Déterminer la vitesse de l'avion, en kilomètres par heure (km/h),</p> <p>i. 2 secondes après l'atterrissage; ii. 8 secondes après l'atterrissage.</p> <p>d. Déterminer la distance entre P et l'avion :</p> <p>i. lorsque l'avion a une vitesse de 54 km/h; ii. lorsque l'avion va s'immobiliser.</p> <p>e. Déterminer la distance maximale entre P et S pour que l'avion puisse s'arrêter avant d'atteindre l'extrémité Q de la piste.</p>	

Tiré du manuel *Calcul différentiel* (Charron-Parent, 2023, p. 296)

Figure 1 – Énoncé du problème de l'avion

L'énoncé est constitué de deux parties : une mise en situation initiale accompagnée d'un schéma et huit sous-questions (**a.i** à **e**). La mise en situation traite du mouvement horizontal d'un avion lors de son atterrissage sur une piste avec un schéma illustrant cette trajectoire. La figure 2 présente le schéma récapitulatif de l'analyse sous l'angle du contrôle de ce problème.

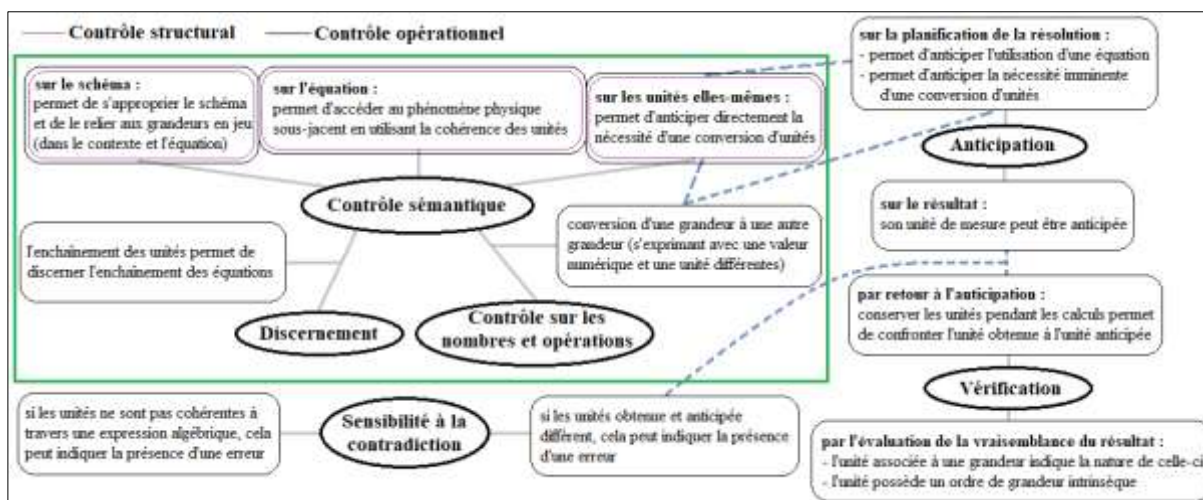


Figure 2 – Manifestations d'un contrôle par les unités de mesure lors de la résolution du problème de l'avion

Les composantes du contrôle sollicitées lors de la résolution de ce problème sont représentées dans les bulles ovales, tandis que les bulles rectangulaires – reliées par un trait plein – comprennent leur(s) manifestation(s) suscitée(s) par la présence d'unités de mesure. Les traits pointillés indiquent un chevauchement ou un rapprochement entre les manifestations de différentes composantes. Dans le cadre de ce texte, nous détaillerons les éléments compris dans la section encadrée en vert du schéma³, car cette dernière illustre une avancée dans la conceptualisation du contrôle, notamment autour du contrôle sémantique.

Un contrôle sémantique peut se mettre en place à trois différentes occasions et revêtir différentes formes lors du contrôle structural (voir les trois encadrés mauves de la figure 2). Dans la mise en situation initiale du problème de l'avion, les unités présentes sont le kilomètre – par le biais de son symbole – le mètre et la seconde (voir figure 1). D'abord, la présence du mètre et du kilomètre comme unités de mesure de distance permet d'anticiper la nécessité d'une conversion entre ces dernières à un moment ou à un autre de la résolution du problème. Une lecture des sous-questions du problème de l'avion confirme cette nécessité, puisque des vitesses sont exprimées en kilomètres par heure plutôt qu'en mètres par seconde (sous-questions **c** et **d.i**). Ici, le contrôle sémantique se manifeste par la reconnaissance de la coexistence de différentes unités de mesure de même nature, ce qui entraîne la reconnaissance d'une éventuelle conversion d'unités. Ensuite, un contrôle sémantique peut s'exercer sur le schéma lors du décodage de ses éléments et de leur association aux informations contenues dans l'énoncé. Dans ce schéma, la ligne pointillée représente la trajectoire générale qui sera suivie par l'avion lors de son atterrissage sur la piste PQ. La mise en commun de la phrase « le temps, en secondes, écoulé depuis l'atterrissage jusqu'à l'immobilisation de l'appareil » et de la phrase « un avion [...] touche le sol au point S » permet de comprendre que le temps commence à s'écouler au point S (voir figure 3) ; c'est-à-dire qu'à $t = 0$ s, l'avion se trouve au point S. Ainsi, pour un certain moment $t > 0$ s, l'avion se trouve sur la piste d'atterrissage entre les points S et Q, ce qui nous permet de représenter la grandeur $x(t)$, soit la distance entre le point P et l'endroit sur la trajectoire (ligne pointillée) où l'avion se situe à ce moment. La longueur de la piste peut également être ajoutée au schéma (voir figure 3). Bref, l'inclusion des unités dans le schéma permet de bien se l'approprier par la saisie rapide des grandeurs en jeu (distance et temps).

³ L'observation de ces éléments proviennent des sous-questions **b**, **d.i** et **e** du problème de l'avion.

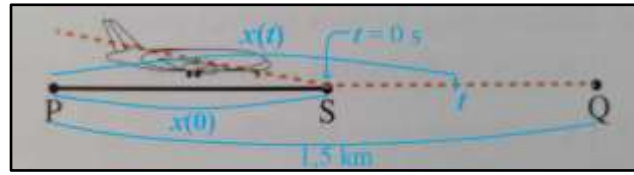


Figure 3 – Schéma (enrichi) du problème de l'avion

Enfin, les unités de mesure peuvent permettre l'exercice d'un contrôle sémantique sur l'équation donnée dans la première partie de l'énoncé, et l'établissement de liens entre cette dernière et la schématisation du problème. Par le recours à la cohérence des unités – stipulant que seulement des termes possédant la même unité peuvent être additionnés ou soustraits – nous pouvons accéder à la signification contextuelle des nombres présents dans l'équation $x(t) = 900 + 75t - 2,5t^2$. Puisque l'unité de x est le mètre, le 900 représente également des mètres, indiquant qu'il s'agit d'une distance. Nous pouvons aller plus loin en constatant qu'au temps initial ($t = 0$ s), nous obtenons $x(0) = 900$ m – puisque les deux autres termes de l'équation contiennent une multiplication par t – ce qui représente, en contexte, la distance entre P et S où l'avion touche initialement le sol. En outre, par la cohérence des unités, le terme $75t$ doit également s'exprimer en mètres, ce qui, combiné avec le fait que t s'exprime en secondes, implique que 75 représente des mètres par seconde, indiquant qu'il s'agit d'une vitesse. Afin d'arriver à cette conclusion, il faut évidemment savoir qu'une vitesse consiste en le rapport d'une distance par la durée prise pour la parcourir. Par un argument similaire, nous pouvons déduire que 2,5 représente des mètres par seconde carrée, indiquant qu'il est lié à l'accélération, qui est négative dans ce cas (décélération). Cependant, le lien entre les mètres par seconde carrée et l'accélération ne peut pas être facilement établi à partir de la vie courante; il s'agit d'une connaissance scolaire : l'accélération consiste au rapport d'une vitesse par une durée, c'est-à-dire le rapport d'une distance par une durée au carré. Ainsi, l'exercice d'un contrôle sémantique sur l'équation permet d'accéder au phénomène physique encapsulé par celle-ci (distance parcourue = distance initiale + vitesse (initiale) · temps + accélération · temps²).

La composante sémantique peut également être rattachée à un contrôle opérationnel. Par exemple, afin de résoudre la sous-question **b**, l'équation issue de la mise en situation initiale doit être dérivée au moins une fois, afin d'obtenir une équation sur la vitesse de l'avion selon le temps écoulé (ceci est une connaissance scolaire). Un contrôle sémantique peut alors s'exercer sur la nouvelle équation,

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = 75 - 5t$$

ce qui permet de confirmer que le 75 représente des mètres par seconde et indique une vitesse. De plus, il s'agit de la vitesse initiale de l'avion, puisque $v(t = 0 \text{ s}) = 75 \text{ m/s}$, ce qui correspond à la vitesse au moment où l'avion touche le sol au point S. Par la cohérence des unités à travers la nouvelle équation, nous pouvons déterminer que le nombre 5 représente des mètres par seconde carrée, puisque t s'exprime en secondes et que le terme doit posséder l'unité mètre par seconde ($\text{m/s}^2 \cdot \text{s} = \text{m/s}$). Tel qu'abordé précédemment, le mètre par seconde carrée est une unité d'accélération. L'accélération étant négative, la vitesse de l'avion diminue au fil du temps, du point S jusqu'à son point d'arrêt situé sur la piste d'atterrissage PQ (entre le point S et le point Q). Nous pouvons également remarquer que l'accélération est constante dans cette situation, puisque

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = -5 \text{ m/s}^2 \text{ pour tout } t.$$

Ainsi, c'est par l'exercice d'un contrôle sémantique sur les équations (vitesse et accélération) que nous pouvons démontrer que l'avion ralentit dès qu'il touche le sol.

Dans la sous-questions **d.i**, une vitesse est explicitement donnée (54 km/h) et une distance est demandée. Cependant, par un contrôle sémantique sur les unités dans lesquelles s'expriment les grandeurs physiques figurant dans les équations de distance et de vitesse (par rapport au temps), nous pouvons anticiper la nécessité immédiate de convertir la vitesse de 54 km/h en mètres par seconde afin de pouvoir faire usage de ces équations. Évidemment, afin de réaliser adéquatement les conversions, une bonne connaissance des unités de mesure, notamment le SI, est cruciale. Un contrôle sur les nombres et opérations, en conjonction avec un contrôle sémantique, doit donc se mobiliser lors de la conversion d'unités (voir l'annexe) afin d'associer les valeurs numériques adéquates entre les grandeurs équivalentes de même nature (1 h = 3600 s ; 1 km = 1000 m) et de réaliser les opérations appropriées pour obtenir la grandeur convertie dans l'unité voulue

$$\left(\frac{54 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{54\,000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 15 \text{ m/s}\right).$$

Excluant la conversion, la sous-question **d.i** demande de déterminer une distance (m) à partir d'une vitesse (m/s). Puisqu'il n'y a aucune équation comprenant une dépendance directe entre ces deux grandeurs physiques, l'enchaînement de deux équations est nécessaire ; ce qui peut être plus facilement discerné par la considération des unités des grandeurs présentes dans les équations. À partir de la vitesse en mètres par seconde (15 m/s), nous pouvons discerner que l'équation reliant la vitesse de l'avion (en m/s) au temps écoulé (en s) doit d'abord être utilisée, afin d'obtenir le moment où l'avion possède cette vitesse ($v(t) = 15 \text{ m/s} = 75 - 5t \rightarrow t = 12 \text{ s}$) ; c'est-à-dire que résoudre cette équation nous permet d'obtenir une grandeur exprimée en s (un temps) à partir d'une grandeur exprimée en m/s (une vitesse). Avec cette information en main, nous pouvons discerner que l'équation reliant la distance (en m) au temps écoulé (en s) doit ensuite être utilisée, afin d'obtenir la distance entre le point P et l'avion à ce moment ($x(t = 12 \text{ s}) = 900 + 75(12) - 2,5(12)^2 = 1440 \text{ m}$) ; c'est-à-dire que substituer une grandeur exprimée en s (un temps) dans cette équation permet d'obtenir une grandeur en m (une distance). Ainsi, considérer l'enchaînement des unités de mesure des grandeurs physiques (m/s \rightarrow s \rightarrow m) – plutôt que les grandeurs elles-mêmes (vitesse \rightarrow temps \rightarrow distance) – peut permettre de discerner plus facilement l'enchaînement des équations.

Afin de répondre à la sous-question **e**, un contrôle sémantique doit être mobilisé. Il faut comprendre implicitement que toutes les conditions (vitesse, accélération, durée de l'atterrissage) de cette nouvelle situation restent les mêmes que celles de la situation initiale, à l'exception de la distance entre les points P et S ($x(0)$) qui change. Plus précisément, cette distance augmente puisque nous cherchons à la maximiser de telle manière que l'avion s'immobilise à l'extrémité Q de la piste, au lieu d'un point situé entre S et Q. La figure 4 illustre la situation initiale et celle décrite en **e**.

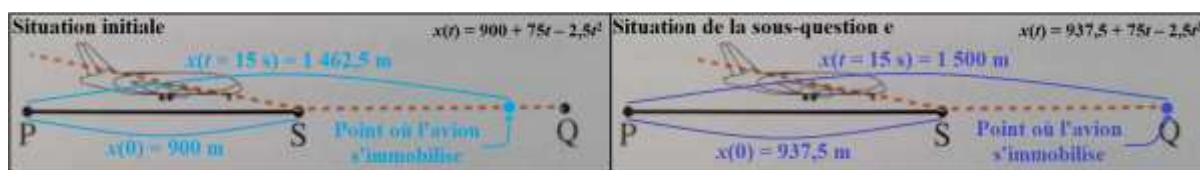


Figure 4 – Schémas de la situation initiale et de la situation décrite par la sous-question **e** du problème de l'avion⁴

Comme l'est présenté dans cette figure, un contrôle opérationnel peut être exercé par le biais d'un contrôle sémantique autour du schéma, afin d'accéder à une meilleure compréhension de la situation décrite par la sous-question **e**. Le schéma initial peut être revisité et enrichi par des informations issues de la résolution de sous-questions précédentes, en plus d'être comparé à la nouvelle situation (l'avion

⁴ Les informations supplémentaires ajoutées au schéma initial ont été obtenues lors de la résolution des sous-questions **a.i** et **d.ii** (voir en annexe).

s'immobilise au point Q, car $x(0)$ est augmenté). De surcroît, l'équation décrivant la situation initiale peut être modifiée afin d'obtenir l'équation reflétant la nouvelle situation, c'est-à-dire que la distance initiale (entre les points P et S) passe de 900 m à 937,5 m telle que l'avion s'immobilise à l'extrémité (point Q) de la piste après un atterrissage de 15 s, plutôt que plusieurs mètres avant l'extrémité (voir la résolution en annexe). Évidemment, effectuer cette modification requiert un bon contrôle sémantique sur l'équation et une bonne compréhension de la nouvelle situation et de ses liens avec la situation initiale.

V. DISCUSSION ET CONCLUSION

L'interdisciplinarité entre les mathématiques et la physique est au cœur de ce texte, car elle est centrale dans le nouveau programme du collégial au Québec. Généralement, celle-ci est étudiée avec la perspective des mathématiques servant la physique. Cet article, au contraire, se penche sur la possibilité d'utiliser des habiletés issues de la physique comme soutien à l'activité mathématique dans des problèmes mathématiques à contexte physique. Les unités de mesure étant intrinsèques à la physique, nous étudions le potentiel de celles-ci pour favoriser le développement d'un contrôle, à fois structural et opérationnel, qui s'appuie à la fois sur les mathématiques et sur la physique rendant ainsi possible une articulation entre ces deux disciplines. Dans la section précédente, nous avons présenté certains résultats de l'analyse sous l'angle d'un contrôle ancré aux unités de mesure d'un problème mathématique à contexte physique qui contribuent à une avancée sur la conceptualisation du contrôle, notamment sous l'angle du contrôle sémantique – qui est couplé à la fois au contrôle structural et opérationnel. Trois manifestations du contrôle sémantique ont été relevées : sur l'équation, sur le schéma et sur les unités elles-mêmes. Le contrôle sur l'équation, se mettant en place grâce aux unités de mesure par l'exercice d'un contrôle sémantique, semble être une spécificité du contrôle structural dans les problèmes mathématiques à contexte physique. Nos résultats rejoignent les propos de didacticiens de la physique qui précisent que réaliser un exercice d'interprétation d'une équation, qui passe par les unités de mesure, amènent les étudiants à élargir leur vision de cette dernière : « *The equation description of a process is now regarded more as a short story about some aspect of life – about a physical process – and less as a set of symbols that must be solved numerically to answer a question.* » (Van Heuvelen et Maloney 1999, p. 255).

Ainsi, pour les étudiants de mathématiques, porter leur attention sur l'équation fournie et y exercer un contrôle sémantique par l'entremise des unités de mesure associées pourrait permettre d'approfondir leur appréhension du contexte physique des problèmes mathématiques (à contexte physique) qui leur sont offerts. Soulignons que dans ce type de problèmes, où une équation accompagne la mise en situation initiale, l'équation offerte n'a pas vraiment besoin d'être comprise afin d'être utilisée pendant la résolution. Puisqu'il s'agit de problèmes visant l'application d'outils mathématiques en apprentissage, le contexte (encapsulé par l'équation) n'est donc pas réellement nécessaire à la résolution ; ce qui semble être contreproductif à l'atteinte d'une interdisciplinarité mathématiques-physique. Cependant, mettre en place un contrôle de nature sémantique sur les termes de l'équation par le biais des unités de mesure des variables y figurant – et leur cohérence – permet d'accéder au phénomène physique encodé dans l'équation ; ce qui permet d'atteindre une meilleure compréhension de l'équation et du phénomène physique exploité par le problème. Le contexte physique gagne ainsi en valeur, en pertinence, par la considération des grandeurs physiques, leur signification et leurs liens. Il n'est plus seulement une mise en situation pouvant motiver les étudiants ou montrer que leurs apprentissages mathématiques ont un intérêt dans le monde réel (vs le monde scolaire) ; le contexte physique peut être exploité afin de développer un contrôle sur l'activité mathématique, permettant un réel rapprochement des disciplines mathématiques et physique. Un argument similaire peut être fait concernant le contrôle sémantique mis en œuvre sur le schéma,

puisque son exercice permet de décoder le schéma et d'y relier en contexte les grandeurs physiques en jeu. Le schéma peut également être lié à l'équation physique et au phénomène physique qu'elle encapsule. Le contrôle sémantique portant sur les unités elles-mêmes permet plutôt d'anticiper la nécessité ou non d'une conversion d'unités par la reconnaissance d'unités différentes de même nature. Il est important de noter que les trois manifestations du contrôle sémantique (sur l'équation, sur le schéma, sur les unités elles-mêmes) peuvent relever d'un contrôle opérationnel lorsque, par exemple, une nouvelle équation est obtenue pendant la résolution ou que l'étudiant souhaite schématiser la situation modifiée par une sous-question. De plus, le contrôle sémantique peut être sollicité en conjonction avec d'autres composantes du contrôle opérationnel – le discernement et le contrôle sur les nombres et opérations – afin, respectivement, de discerner plus facilement l'enchaînement des équations (par l'enchaînement des unités) et d'effectuer adéquatement une conversion d'unités. Ces résultats sont préliminaires, puisque les analyses sont en cours. Nous nous attendons à ce que de nouvelles facettes du contrôle émergent au fil des analyses, puisque la présence de certains attributs des problèmes mathématiques à contexte physique – tels qu'une équation ou un schéma – affecte les composantes du contrôle pouvant être mobilisées et leurs manifestations autour des unités de mesure.

RÉFÉRENCES

- Bardin, L. (2013). *L'analyse de contenu* (2^e éd.). Presses universitaires de France.
- Bureau international des poids et mesures. (2019). *Le Système international d'unités* (ISO/IEC 80000).
<https://www.bipm.org/documents/20126/41483022/SI-Brochure-9.pdf/fcf090b2-04e6-88cc-1149-c3e029ad8232>
- Dorko, A. et Speer, N. (2015). Calculus students' understanding of area and volume units. *Investigations in Mathematics Learning*, 8(1), 23-46.
- Dufour, S. et Jeannotte, D. (2013). La tâche non routinière sous l'angle du contrôle : un exemple en calcul différentiel. *Bulletin AMQ*, 53(4), 29-43.
- Fortin, S. et Poliquin, G. (2023). *Calcul différentiel : Charron-Parent* (9^e éd.). Chenelière Éducation.
- Office québécois de la langue française. (2012). *Approche-programme* [définition].
<https://vitrinelinguistique.oqlf.gouv.qc.ca/fiche-gdt/fiche/8869821/approche-programme>
- Ministère de l'Enseignement supérieur. (2022). *Sciences de la nature (200.B1) – Programme d'études préuniversitaires*. Gouvernement du Québec.
- Morand, B. (2020). *Étude des structurations du contrôle déployées lors de la résolution en équipe de problèmes algébriques* [Mémoire de maîtrise, Université du Québec à Montréal].
- Redish, E. F. (2021). Using math in physics: Overview. *The Physics Teacher*, 59(5), 314-318.
- Redish, E. F. et Kuo, E. (2015). Language of physics, language of math: Disciplinary culture and dynamic epistemology. *Science & Education*, 24, 561-590.
- Rowland, D. R. (2006). Student difficulties with units in differential equations in modelling contexts. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 37(5), 553-558.
- Rhéaume, S. (2020). *Les prises de décision des élèves du 3^e cycle du primaire lors de la résolution de problèmes de proportion : une analyse des contrôles mobilisés* [Thèse de doctorat, Université Laval].
- Rowland, D. R. et Jovanoski, Z. (2004). Student interpretations of the terms in first-order ordinary differential equations in modelling contexts. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 35(4), 503-516.

- Saboya, M. (2010). *Élaboration et analyse d'une intervention didactique coconstruite entre chercheur et enseignant, visant le développement d'un contrôle sur l'activité mathématique chez les élèves du secondaire* [Thèse de doctorat, Université du Québec à Montréal].
- Saboya, M., Bednarz, N. et Hitt, F. (2015). Le contrôle exercé en algèbre : analyse de ses manifestations chez les élèves, éclairage sur sa conceptualisation. Partie 1 : La résolution de problèmes. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 20, 61-100.
- Saboya, M. et Rhéaume, S. (2015). Quel contrôle exercent les élèves lors de la résolution d'un problème de comparaison de fractions ? *Petit x*, 99, 5-31.
- Sokolowski, A. (2021). *Understanding physics using mathematical reasoning: A modeling approach for practitioners and researchers*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-80205-9>
- Van Heuvelen, A. et Maloney, D. P. (1999). Playing physics jeopardy. *American Journal of Physics*, 67(3), 252-256.

ANNEXE

RÉSOLUTION DU PROBLÈME DE L'AVION (POUR L'ÉNONCÉ, VOIR LA FIGURE 1 DU TEXTE PRINCIPAL)

- a) i) $t = 0$
 $x(0) = 900 + 75(0) - 2,5(0)^2 = \mathbf{900 \text{ m}}$
- ii) $t = 4$
 $x(4) - x(0) = x(4) - 900 = 900 + 75(4) - 2,5(4)^2 - 900 = \mathbf{260 \text{ m}}$
- b) $\frac{dx}{dt} = 75 - 2,5(2)t = 75 - 5t$; lorsque t augmente, la vitesse $\left(\frac{dx}{dt}\right)$ diminue.
- c) i) $t = 2$
 $\frac{dx}{dt}(t = 2) = 75 - 5(2) = 65 \text{ m/s}$
 $\left(65 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{3\,600 \text{ s}}{1 \text{ h}}\right) \div \frac{1\,000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = \mathbf{234 \frac{\text{km}}{\text{h}}}$
- ii) $t = 8$
 $\frac{dx}{dt}(t = 8) = 75 - 5(8) = 35 \text{ m/s}$
 $\left(35 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{3\,600 \text{ s}}{1 \text{ h}}\right) \div \frac{1\,000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = \mathbf{126 \frac{\text{km}}{\text{h}}}$
- d) i) $(54 \text{ km/h} \cdot 1\,000 \text{ m/km}) \div 3\,600 \text{ s/h} = 15 \text{ m/s}$
 $\frac{dx}{dt} = 15 = 75 - 5t \rightarrow t = 12$
 $x(12) = 900 + 75(12) - 2,5(12)^2 = \mathbf{1\,440 \text{ m}}$
- ii) $\frac{dx}{dt} = 0 = 75 - 5t \rightarrow t = 15$
 $x(15) = 900 + 75(15) - 2,5(15)^2 = \mathbf{1\,462,5 \text{ m}}$
- e) $1,5 \text{ km} \cdot 1\,000 \text{ m/km} = 1\,500 \text{ m}$ ou $1,5 \text{ km} \cdot 1\,000 \text{ m/km} = 1\,500 \text{ m}$
 $1\,500 - 1\,462,5 = 37,5$ $1\,500 = x_0 + 75(15) - 2,5(15)^2 = x_0 + 562,5$
 $900 + 37,5 = \mathbf{937,5 \text{ m}}$ $x_0 = \mathbf{937,5 \text{ m}}$