

# DISCOURS ENSEIGNANTS ET DISCOURS ÉLÈVES SUR DES TÂCHES DE DÉVELOPPEMENT D'EXPRESSIONS ALGÈBRIQUES

| BARTHES-GARNIER\* CÉCILE

**Résumé** | L'objectif de nos travaux est de questionner les discours (verbaux) d'enseignants et d'élèves dans le domaine du calcul algébrique, plus particulièrement autour et sur la propriété de distributivité de la multiplication sur l'addition au niveau du collège en France (élèves de 13 et 14 ans) et de considérer les liens entre langage et apprentissage. Pour cela, nous croisons une approche épistémographique (Drouhard et Panizza, 2012) en didactique des mathématiques et une approche visant à appréhender le rôle du langage dans l'enseignement et l'apprentissage des disciplines scolaires (Jaubert et Rebière, 2012).

**Mots-clés** : expressions algébriques, distributivité, objets de discours, enseignants, élèves

**Abstract** | The aim of our work is to question the (verbal) discourse of teachers and pupils in the field of algebraic arithmetic, more particularly around and on the distributivity property of multiplication over addition at college level in France (13 and 14 year old pupils) and to consider the links between language and learning. To this end, we are combining an epistemographic approach (Drouhard and Panizza, 2012) in the didactics of mathematics with an approach aimed at understanding the role of language in the teaching and learning of school subjects (Jaubert and Rebière, 2012).

**Keywords** : algebraic expressions, distributivity, objects of discourse, teachers, pupils

## I. UNE PROBLÉMATIQUE DE RECHERCHE SUR LES VERBALISATIONS (D'ENSEIGNANTS ET D'ÉLÈVES) ASSOCIÉES AU CALCUL ALGÈBRIQUE

La propriété de distributivité de la multiplication apparaît très tôt dans l'institution scolaire française. En effet, elle est présente dès l'école élémentaire<sup>1</sup> dans le domaine du calcul numérique, à la fois en lien avec le calcul posé, le calcul mental et le calcul en ligne (Barthes-Garnier, 2020 ; Constantin, 2017). Elle est ensuite formalisée au collège, pour être utilisée comme outil au lycée et dans l'enseignement supérieur. En 2021, la direction de l'évaluation de la prospective et de la performance (DEPP) a publié une enquête sur les pratiques d'enseignement des mathématiques, PRAESCO, en classe de troisième<sup>2</sup> dans les collèges français. Cette enquête amène à conclure que les exercices de type « développer, réduire ou factoriser » sont très présents dans les classes et représentent un temps important dans une séquence d'enseignement de l'algèbre. Il nous paraît donc légitime de nous interroger sur ce que recouvre cet enseignement-apprentissage du calcul algébrique au collège.

L'algèbre recouvrant une dimension écrite propre à son avènement historique (Chevallard, 2020), nous nous intéressons aux aspects sémio-linguistiques des écritures algébriques en prenant appui sur une approche qualifiée d'épistémographique en didactique des mathématiques par Drouhard (2012), celle-ci nous permettant de mobiliser un ensemble d'outils que nous présenterons ci-après.

Toutefois, nous postulons que la pratique du calcul algébrique mobilise d'autres modes d'expression langagiers, y compris à l'oral (Chevallard, 2020) et à plus forte raison dans la classe de mathématiques.

---

\* LDAR (EA 4434) Université Paris Cité – France – [cecilebarthesgarnier@gmail.com](mailto:cecilebarthesgarnier@gmail.com). Doctorante encadrée par Christophe Hache LDAR (EA 4434), Université Paris Cité, et Lalina Coulangue LaB-E3D (EA 7441), Université Bordeaux.

<sup>1</sup> École élémentaire : élèves de 6 à 10 ans.

<sup>2</sup> Classe de 3<sup>e</sup> : élèves de 14 ans.

Cette dimension langagière étant à prendre en compte dans les activités d'enseignement et d'apprentissage, notamment en mathématiques, nous nous intéresserons donc ici aux discours des enseignants associés au développement d'expressions algébriques au collège<sup>3</sup> en France (Barthès-Garnier *et al.*, 2022), puis à ceux des élèves.

Par discours, précisons que nous entendons toutes les formes d'usages du langage verbal à même d'accompagner le calcul algébrique qui met en fonctionnement la propriété de distributivité.

Ainsi, les expressions algébriques, tout comme leurs transformations ou réécritures convoquées dans et par le calcul algébrique, deviennent potentiellement des objets de discours à la fois pour les élèves et pour les enseignants (Jaubert et Rebière, 2012). Nous nous intéresserons ici plus particulièrement aux verbalisations associées au développement d'expressions algébriques : c'est-à-dire à tout ce qui peut être dit sur ou autour d'un « faire » en vue de développer une expression littérale donnée.

Dans notre travail de thèse, la méthodologie générale présente des proximités fortes avec la démarche méthodologique de Planas (2021) visant à développer des ressources langagières pour les enseignants, en s'articulant en deux temps. Tout d'abord, nous réalisons des entretiens d'enseignants, en prise d'appui sur des tâches de calcul algébrique données, en vue d'étudier des pratiques langagières enseignantes lors de telles tâches de développement et de factorisation dans le cadre d'un enseignement ordinaire. Nous analysons ces entretiens selon divers critères. Conjointement, nous réalisons un autre test pour chercher à savoir ce qui pilote les transformations que les élèves opèrent à travers leurs discours. Nous analyserons ces deux corpus de données : l'un recueilli du côté des enseignants, l'autre du côté des élèves. Dans un second temps, à partir des résultats de ces analyses, nous avons mis en place une expérimentation collaborative visant à enrichir les pratiques langagières des enseignants dans l'enseignement et l'apprentissage du calcul algébrique. Notre présente contribution n'aborde que le premier temps de notre recherche : Quels discours les enseignants tiennent-ils d'ordinaire sur des tâches de développement dans leurs classes ? Qu'est-ce qui du point de vue de ces discours enseignants, semble piloter les transformations que les élèves opèrent quand ils développent des expressions algébriques ? Quels discours les élèves eux-mêmes tiennent-ils sur leurs pratiques de développement en algèbre ?

## II. QUELS DISCOURS LES ENSEIGNANTS TIENNENT-ILS SUR DES TÂCHES DE DÉVELOPPEMENT ?

### 1. *Les outils théoriques utilisés au croisement de deux approches : langagière et épistémographique*

Tout d'abord, nous nous plaçons dans la continuité des travaux de Rebière (2013) qui considère le langage comme « action et donc nécessairement ancré en contexte ». « Il [le langage] est outils de construction, de négociation et de transformation des significations. » (Rebière, 2013)

Nous nous sommes intéressés aux mots ou aux expressions que les enseignants seraient à même de convoquer dans leurs discours sur des tâches de développement, en vue d'appréhender ce que Jaubert et Rebière (2012) appellent des objets de discours possibles :

Les objets de discours sont construits dans et par le langage : l'énonciateur sélectionne certains éléments pour en parler, choisit de rendre certains aspects plus ou moins saillants à son destinataire en fonction de l'analyse qu'il fait de la situation de communication [...]. (Jaubert et Rebière, 2012)

---

<sup>3</sup> Élèves de 13 et 14 ans

Nous avons identifié deux premiers objets de discours d'après l'étude langagière de discours verbaux possibles au regard de spécificités des notions mathématiques en jeu : la verbalisation du produit, et la verbalisation de l'aspect structural et de l'aspect procédural d'une expression algébrique (Sfard, 1991). Par exemple, l'usage des mots « fois » ou « multiplié par » mettrait préférentiellement en avant une verbalisation du caractère procédural de l'expression algébrique alors que l'usage de « le produit de » indiquerait plutôt une verbalisation ancrée sur le caractère structural.

D'autre part, nous avons pris en compte les travaux de Drouhard (2012) ce qui nous a permis d'identifier un troisième objet de discours. En effet, nous avons considéré les aspects sémio-linguistiques des écritures algébriques avec, notamment, la verbalisation des « transformations de mouvements » convoquées lors des réécritures des expressions algébriques (Drouhard et Panizza, 2012). Nous nous sommes alors intéressés aux signes qui constituent ces réécritures car le registre linguistique de l'algèbre implique des omissions (Drouhard et Panizza, 2012). Par exemple, l'omission du signe  $\times$  peut amener à voir ou à ne pas voir l'expression algébrique  $2n(n+1)$  comme un produit de 3 facteurs (dont l'un est une somme) mais aussi comme un produit de 2 facteurs (dont l'un est un produit et l'autre est une somme). De même, les parenthèses définies comme des délimitants par Serfati (Serfati, 1998) peuvent également influencer le regard porté sur l'écriture des expressions algébriques.

## 2. Méthodologie

Au préalable, nous nous sommes intéressés aux manuels qui sont les premiers observables d'une part de discours possibles d'enseignants et d'autre part de ce qui pourrait contribuer à les orienter. Les verbalisations visant à accompagner le travail de calcul algébrique semblent absentes, partielles ou peu contextualisées. Ces premiers constats laissent à penser que la question des discours enseignants tenus à l'oral qui viseraient à étayer les usages de la propriété de distributivité dans le développement d'expressions littérales, reste relativement ouverte. Ensuite, en lien direct avec les trois objets de discours identifiés (verbalisation du produit, verbalisation de l'aspect structural ou procédural de l'expression, verbalisation des transformations de mouvement), nous avons retenu des variables didactiques qui pourraient avoir une influence sur les discours des enseignants :

- la présence du signe  $\times$  dans l'expression manipulée : formulation sous la forme  $k \times (...)$  ou  $k (...)$  ;
- la place « du facteur  $k$  » : développement d'une expression du type  $k \times (...)$  ou du type  $(...) \times k$  (avec ou sans la présence du signe  $\times$ ) ;
- la nature « du facteur  $k$  ». Nous avons retenu trois situations :  $k$  peut être un nombre entier, un monôme de degré 1 avec signe  $\times$  apparent, un monôme de degré 1 sans signe apparent.

Nous avons donc créé six tâches d'expressions algébriques à développer que nous avons testé sur cinq enseignants d'horizons variés exerçant au collège. Nous leur avons demandés de tenir un discours sur le développement de ces expressions « comme devant élèves ou dans la classe ».

## 3. Ensemble de tâches de développement d'expressions algébriques

Nous donnons ci-dessous (tableau 1) la liste des six expressions présentées aux enseignants, et leurs caractéristiques liées aux paramètres énoncés ci-dessus.

**Tableau 1** – Les expressions algébriques en fonction des variables didactiques

| Les expressions à développer | La présence du signe $\times$ |                           | La place du facteur $k$ |                    | La nature du facteur $k$ |                                       |                   |
|------------------------------|-------------------------------|---------------------------|-------------------------|--------------------|--------------------------|---------------------------------------|-------------------|
|                              | Le signe $\times$ est présent | Absence du signe $\times$ | $k$ est « derrière »    | $k$ est « devant » | Nombre entier            | Monôme de degré 1 avec signe apparent | Monôme de degré 1 |
| $7 \times (n+1)$             | v                             |                           |                         | v                  | v                        |                                       |                   |
| $(8n-4) \times 2n$           | v                             |                           | v                       |                    |                          |                                       | v                 |
| $5(n+3)$                     |                               | v                         |                         | v                  | v                        |                                       |                   |
| $(5+2n) \times 8$            | v                             |                           | v                       |                    | v                        |                                       |                   |
| $3 \times n \times (2-4n)$   | v                             |                           |                         | v                  |                          | v                                     |                   |
| $5n(3+2n)$                   |                               | v                         |                         | v                  |                          |                                       | v                 |

#### 4. Analyse des discours des enseignants

Nous avons analysé nos résultats en fonction de plusieurs entrées : les premières verbalisations de ces expressions algébriques, ce que chaque enseignant dit pour amorcer la technique qui permet de développer une expression, en quels termes ils font référence ou non à la propriété de distributivité, les phénomènes liés à la recherche de congruence sémantique entre écritures symboliques données et verbalisation... Pour cette contribution, nous avons choisi d'explorer les deux premières entrées.

Les premières verbalisations des expressions (tableau 2) sont différentes pour chaque enseignant (nous avons écouté ici la façon dont chaque enseignant prononce les expressions proposées lors de la première verbalisation au début du traitement).

**Tableau 2** – Premières verbalisations des expressions algébriques

|              |  |
|--------------|--|
| Enseignant 1 | « fois » quand il y a le signe $\times$<br>« facteur de » quand il n'y a pas de signe $\times$   |
| Enseignant 2 | « fois » quand $k$ est « derrière »<br>« facteur de » quand $k$ est « devant »   |
| Enseignant 3 | « multiplié par » quand $k$ est « derrière »<br>« facteur de » quand $k$ est « devant » (puis utilise « multiplié par »)<br>« fois » dans tous les cas ( $k$ devant ou derrière, avec ou sans signe) |
| Enseignant 4 | « fois » uniquement et de manière très systématique  |
| Enseignant 5 | Utilise plusieurs niveaux de verbalisation.<br>- 1re lecture descriptive : « 5 parenthèse $n$ plus 3 fermer la parenthèse », « parenthèse 5 plus $2n$ parenthèse fois 8 »                            |

|  |  |
|--|--|
|  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- 2e lecture faisant apparaître la structure : « le produit de 5 et de la somme de <math>n</math> et de 3 »</li> <li>- Autre lecture possible : « Multiplié par » que <math>k</math> soit devant ou derrière</li> </ul> |
|--|--|

Nous remarquons que les enseignants utilisent trois expressions pour oraliser les écritures symboliques multiplicatives : « fois » « multiplié par » et « facteur de ». Un seul enseignant utilise le vocabulaire mettant plutôt en avant le caractère structural de l'expression : « produit » « somme ». Les cinq enseignants verbalisent donc les expressions algébriques de façons différentes. Les variations ont des causes mêlant congruence sémantique, place du facteur  $k$ , présence ou non du signe croix  $\times$ , et attachement au caractère structural de l'expression. Le mot « parenthèse » apparaît aussi régulièrement mais sans que nous puissions le lier à une caractéristique de l'expression algébrique.

D'autre part, nous avons observé comment chaque enseignant amorce la technique de développement (tableau 3) qui pourrait déterminer si l'enseignant met en avant le caractère structural ou procédural de l'expression.

**Tableau 3** – Discours pour amorcer une technique de développement

|              |   |
|--------------|---|
| Enseignant 1 | « Cherchez le nombre par lequel on multiplie la somme entre parenthèses »<br>Il demande aux élèves de se questionner sur le multiplicateur.   |
| Enseignant 2 | « On utilise la formule de distributivité »<br>Il propose aux élèves d'appliquer la formule sans l'écrire (ce qui pourrait faciliter le rapprochement entre cette dernière et l'expression).  |
| Enseignant 3 | « On a une expression entre parenthèses multipliée par un nombre »<br>La parenthèse a le rôle de multiplicande.<br>Il utilise de nombreux termes pour parler de la somme : <ul style="list-style-type: none"> <li>- l'addition entre parenthèses</li> <li>- la totalité du nombre entre parenthèses</li> <li>- une expression entre parenthèses</li> <li>- l'addition qui est entre parenthèses</li> <li>- l'expression</li> <li>- la parenthèse</li> </ul> |
| Enseignant 4 | « Ça veut dire que c'est un nombre de fois qu'on prend des choses »<br>Il utilise exclusivement l'addition itérée, et il décrit le fait que l'on écrit plusieurs fois la même chose. Il dit parfois « on prend plusieurs fois ce qu'il y a dans la parenthèse. »<br>Il écrit « fois » en toutes lettres.  |
| Enseignant 5 | « Est-ce un produit ou une somme ? »<br>Il veut que ses élèves se questionnent sur la structure de l'expression.  |

L'amorce proposée par les enseignants pour initier un développement propose une verbalisation qui tend à mettre en avant le caractère structural ou procédural de l'expression. Mis à part l'enseignant 5 qui propose une lecture fortement structurale de l'expression, les autres enseignants donnent à voir

un mélange de technique et de questionnement davantage tourné vers l'aspect procédural. L'enseignant 2 ne propose pas de réelle procédure : la substitution de la formule à l'expression est laissée à la charge de l'élève. Pour l'enseignant 4, le repérage de la parenthèse semble primordial. De nombreuses expressions avec le mot « parenthèse » sont utilisées.

### 5. *Conclusions sur des discours enseignants*

Ce premier résultat met en lumière la variété des discours des enseignants. Cela concerne autant la verbalisation du produit ou d'expressions symboliques plus complexes, que la verbalisation des opérations de réécritures d'expressions prenant appui sur la distributivité. L'analyse du corpus révèle des verbalisations souvent descriptives de manipulation de signes (comme les parenthèses) contre de rares verbalisations qui visent à exposer la logique des actions, voire à les justifier... Des verbalisations prennent parfois appui sur des aspects procéduraux des expressions liées aux produits initiaux parfois qualifiés de manière variée (suivant les choix de variables didactiques) ce qui peut poser la question de la cohérence des discours tenus d'une expression à l'autre, par un même enseignant et entre plusieurs enseignants.

Il nous a paru pertinent de nous pencher, à présent, sur les verbalisations des élèves pour questionner ce qui pilote les transformations que les élèves opèrent.

## III. QU'EST-CE QUI PILOTE LES TRANSFORMATIONS QUE LES ÉLÈVES OPÈRENT ? QUELS DISCOURS TIENNENT-ILS ?

Ce qui nous intéresse ici, au-delà de la réussite ou de l'échec des élèves face aux tâches proposées, est de savoir ce que les élèves identifient quand ils sont confrontés à la réécriture d'une expression algébrique, ce qu'ils en comprennent et comment ils choisissent les transformations opérées. Les élèves s'appuient-ils sur la structure pour savoir s'ils peuvent développer ou non ? Quels sont les indices qui pilotent leurs écritures ? Quels discours tiennent-ils ?

### 1. *Méthodologie*

Pour cette deuxième expérimentation, nous testons des élèves de troisième<sup>4</sup> : ils travaillent depuis 2 ans sur le calcul littéral et plus particulièrement sur le développement d'expressions algébriques et la propriété de distributivité. Ce niveau d'étude nous semble opportun : les connaissances visées sont fréquentées et étudiées depuis plusieurs années, mais ne sont sans doute pas stabilisées. On peut donc penser que les élèves peuvent avoir un discours à leur propos, et qu'une certaine réflexivité peut être plus facilement explicitée (par opposition aux élèves pour lesquels les procédures sont automatisées).

L'exercice est donné en binômes. Les élèves doivent se mettre d'accord pour faire la tâche demandée et apporter une réponse unique. Les échanges sont enregistrés. Dans les retranscriptions nous cherchons notamment à caractériser la place que prennent, dans les échanges entre les élèves, les objets de discours identifiés et utilisés pour analyser le discours enseignant : la verbalisation du produit, la verbalisation de l'aspect structural et de l'aspect procédural d'une expression algébrique, la verbalisation des transformations de mouvements convoquées lors des réécritures des expressions algébriques.

---

<sup>4</sup> Dernière année du collège (13 et 14 ans).



## 2. Les tâches de réduction données aux élèves

La consigne est « Réduis les expressions algébriques suivantes. » Le verbe « réduire » est choisi en accord avec les enseignants, car c'est celui qui est utilisé en classe. C'est donc une consigne que les élèves ont l'habitude de croiser dans ce contexte. Cependant, nous avons conscience que la réduction est difficile à définir sur le plan « notionnel » par les enseignants. En l'absence de définition, cela peut aussi encourager certaines erreurs comme la concaténation. Notre projet étant aussi de nous rapprocher de l'ordinaire de la classe de mathématiques, nous avons néanmoins retenu cette consigne. Elle présente, par ailleurs, l'avantage d'ouvrir à des expressions qui convoquent d'autres transformations que des développements, comme les expressions  $7+(2+n)$  et  $2n(5 \times 2n)$ , et qui visent à interroger des aspects liés à l'interprétation des parenthèses pour les élèves (identifiée en amont comme un potentiel point de difficulté pour eux). Le choix des expressions est donc fait pour permettre des réductions par développements ou par gestion des priorités et des parenthèses en fonction des signes qui sont en jeu. Pour cela, nous utilisons des expressions proches au niveau des nombres utilisés mais différentes par leur structure : d'un côté, l'expression algébrique est soit une somme soit un produit, et d'un autre côté, à l'intérieur des parenthèses, nous faisons varier aussi la structure somme ou produit.

**Tableau 4** – Les tâches de réduction données aux élèves

|                      |                     |                        |
|----------------------|---------------------|------------------------|
| $7 \times (2 + n) =$ | $2n(5 \times 2n) =$ | $(8n \times 5) + 2n =$ |
| $7 + (2 + n) =$      | $5n(3 + 2n) =$      | $(8n - 5) \times 2n =$ |

## 3. Analyse des premiers échanges verbaux

Nous présentons, à présent, quatre extraits d'échanges de quatre binômes d'élèves de troisième. Le choix de ces quatre binômes est représentatif des données récoltées dans les différentes classes.

**Tableau 5** – Quatre extraits des échanges de différents binômes d'élèves de troisième

|   |   |
|---|---|
| <p>Extrait 1 :</p> <p><math>7 \times (2 + n)</math></p> <p>Leur réponse écrite :</p> <p><math>7(2 + n)</math></p> | <p>E<sub>1</sub> : Pour sept fois entre parenthèses deux plus N, en gros j'ai mis que le fois on pouvait l'enlever parce qu'il est devant une parenthèse et que ça ne sert à rien.</p> <p>E<sub>2</sub> : Moi je me suis trompé, je croyais que c'était les plus qu'on pouvait enlever.</p> <p>E<sub>1</sub> : Ah non.</p> <p>E<sub>2</sub> : Du coup, j'ai mis sept fois deux N.</p> <p>E<sub>1</sub> : OK. Ouais, ben non. C'est le fois. En gros, c'est le fois, tu peux l'enlever devant les parenthèses parce que ça ne sert à rien. Ça fait déjà fois.</p> <p>E<sub>2</sub> : C'est le fois qu'on enlève ? Pas le plus ?</p> <p>E<sub>1</sub> : Ouais ! Quand il y a un fois devant une parenthèse on peut l'enlever.</p> <p>E<sub>2</sub> : OK</p> |
| <p>Extrait 2 :</p> <p><math>7 + (2 + n) =</math></p> <p>Leur réponse écrite :</p> <p><math>7 + 2n</math></p>      | <p>E<sub>3</sub> : Pour celui-là, du coup on calcule ce qu'il y a dans la parenthèse ce qui donne deux N et euh on ne peut pas mélanger le sept avec le N donc j'ai laissé ce résultat-là : sept plus deux N</p> <p>E<sub>4</sub> : Je suis d'accord. Pareil.</p>   |
| <p>Extrait 3 :</p> <p><math>(8n \times 5) + 2n</math></p> <p>Leur réponse écrite :</p> <p><math>42n^2</math></p>  | <p>E<sub>5</sub> : J'ai encore commencé par les parenthèses.</p> <p>E<sub>6</sub> : Oui</p> <p>E<sub>5</sub> : Ça m'a donné quarante N. Après je fais plus deux N. Et ça donne quarante-deux N carré.</p> <p>E<sub>6</sub> : Ok pour moi.</p>   |

|   |   |
|---|---|
| <p>Extrait 4 :</p> <p><math>(8n - 5) \times 2n</math></p> <p><i>Leur réponse écrite et barrée :</i></p> <p><math>3n \times 2n = 6n^2</math></p> | <p>E7 : J'ai commencé par les <b>parenthèses</b> cette fois ci. Et après j'ai multiplié le résultat fois deux n et du coup ben vu qu'il y avait deux N, ça a donné six N au carré</p> <p>E8 : Moi je n'ai pas réussi parce que, avec les <b>parenthèses</b>, je ne me rappelais plus ce qu'on faisait avec le moins.</p> <p>E7 : Oui c'est vrai c'est un petit peu dur.</p> |
|---|---|

Dans l'extrait 1, l'échange s'oriente sur les signes  $\times$  et  $+$ . Les élèves savent qu'il existe des règles de réécriture, mais ils ne sont pas d'accord. Ils n'y apportent aucune justification. La discussion tourne autour de ce qu'« on peut enlever ».

Dans l'extrait 2, l'échange questionne le rôle des parenthèses. En effet, la somme dans la parenthèse est réduite en un produit  $2n$ , mais par contre ils ne veulent pas faire la même transformation avec 7. Pour reprendre leurs mots 7 ne peut pas se « mélanger » avec le  $n$  alors qu'ils viennent de le « mélanger » avec 2. Comme s'ils se sentaient obligés de faire un calcul dans la parenthèse.

Dans l'extrait 3, les élèves calculent l'intérieur des parenthèses qu'ils ciblent en premier. Mais c'est la gestion de la somme qui pose problème ( $40n + 2n = 42n^2$ ). Ils ajoutent les nombres ( $40 + 2 = 42$ ) mais ils font le produit de «  $n \times n$  ».

Dans l'extrait 4, nous remarquons la même chose : le calcul dans la parenthèse semble être une obligation à effectuer.

Ces quatre extraits font souvent référence aux signes et plus particulièrement aux parenthèses. Leur vision de l'expression algébrique semble identifier prioritairement les parenthèses. Le reste des actions tournent autour de ces symboles. Les élèves organisent leur procédure de réécriture à partir de ces signes. Notons que la structure de l'expression algébrique n'est pas évoquée, la justification se fait par la propriété des parenthèses et la notion de transformation est absente des extraits.

#### 4. Conclusions sur des discours d'élèves

L'exercice en binôme apparaît inhabituel pour les élèves. Ils ont du mal à expliquer leur procédure : ils décrivent ce qu'ils font et ils ne justifient pas vraiment. La propriété de distributivité n'est jamais nommée. Ils utilisent la priorité des parenthèses de manière erronée. Si on met cela en perspective avec les discours enseignants, nous pouvons constater là une forme d'écho sur les absences des objets de discours « aspect structural » et « transformation de mouvement ».

Les élèves ne repèrent pas la structure des expressions algébriques proposées : ils se focalisent sur les parenthèses en priorité. Un deuxième signe non numérique apparaît important, c'est le signe  $\times$  devant une parenthèse. Son absence ou sa présence lors d'un produit influence la réussite des élèves. La présence du signe  $+$  devant la parenthèse perturbe encore plus : les élèves n'ont pas su réduire  $7 + (2 + n)$ . Dans cette expression algébrique, nous pouvons constater que le rôle des parenthèses dans l'identification de la structure n'est pas pris en compte : c'est un délimitant qui devrait permettre de voir « une somme de deux termes dont un est une somme » qui peut être réinterprété comme une somme de trois termes via l'associativité. Mais les élèves n'arrivent pas à gérer la réduction à cause d'une mauvaise prise d'indices sur la structure de l'expression, ce dont leur discours rend compte en accompagnant leur absence de réponse écrite.

Au vu de cette étude, nous pouvons conclure qu'un des éléments qui pilote les transformations que les élèves opèrent est la présence et le positionnement des parenthèses. Les élèves voient le signe des parenthèses mais n'en recherchent pas une vision plus globale dans une structure. La notion de



structure est absente du discours élève et cela peut être mis en perspective avec les difficultés à parler sur la structure identifiée dans le discours enseignant.

#### IV. CONCLUSION

Un premier état des lieux sur les verbalisations des enseignants sur des tâches de développement, nous a conduit à constater une grande diversité de verbalisations enseignantes en lien avec des objets de discours possibles identifiés a priori (verbaliser un produit, aspect structural ou procédural, transformations de mouvement) et des difficultés à parler sur l'aspect structural d'une expression et sur les transformations de mouvement, pourtant considérés comme des incontournables dans l'enseignement et l'apprentissage de l'algèbre. Les verbalisations sont souvent descriptives en lien avec des manipulations de signes dont les parenthèses.

Un deuxième état des lieux sur la verbalisation des élèves en classe de troisième en cours d'apprentissage est mené pour questionner ce qui pilote les transformations que les élèves opèrent. Il semblerait que les parenthèses jouent un rôle prépondérant sans que les élèves cherchent à les replacer dans une structure plus générale de l'expression algébrique. En effet, ils semblent repérer la présence ou l'absence de signes, comme les parenthèses, sans que ce repérage ne participe réellement de l'identification d'une structure de l'expression algébrique qui permette de piloter les calculs. Ils interprètent de façon erronée la présence des parenthèses. Pour eux, elles indiquent des calculs à faire en priorité et cela conduit souvent à des erreurs de concaténation. La place du facteur à droite ou à gauche peut aussi prendre le pas sur la reconnaissance des structures. Certaines des erreurs commises et des discours tenus par les élèves résonnent fortement avec certains des résultats obtenus sur les discours enseignants.

À partir de ces résultats, dans le cadre de notre thèse, nous avons élaboré un temps de travail collaboratif avec les enseignants portant sur des apports en didactique des mathématiques (pour aborder l'aspect structural et l'aspect procédural d'une expression algébrique, la notion de transformation de mouvement), en didactique du langage (pour les notions d'objet de discours et de secondarisation des discours) et en argumentation. Nous avons élaboré un ensemble de tâches originales permettant à l'élève s'exprimer son choix et de justifier sa démarche dans une séance menée par un enseignant impliqué dans ce temps collaboratif. Cela permet de mettre en perspective le rôle du discours enseignant et le rôle du discours élève dans l'apprentissage du calcul algébrique.

#### RÉFÉRENCES

- Barthès Garnier, C. (2020). *Calcul multiplicatif et propriété de distributivité au cycle 3 : où en sont les élèves avant leur entrée dans le formalisme de l'algèbre ?* [Mémoire de recherche en didactique des Mathématiques, Université de Paris et LDAR]. <http://docs.irem.univ-paris-diderot.fr/up/Memoire-M2RDDM-Barthes-Garnier-2020.pdf>
- Barthès-Garnier, C., Coulange, L. et Hache, C (2022). Développer une expression numérique ou algébrique : quel(s) discours enseignant(s) ?, *Repères IREM*, (128), 71-90. <https://hal.science/hal-04116383/document>
- Chevallard, Y. (2020, 19 mai). *L'humble séminaire 2019-2020* (séance 6). [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/HS\\_2019-2020\\_-\\_6.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/HS_2019-2020_-_6.pdf)
- Constantin, C. (2017). La distributivité : quelles connaissances pour enseigner la multiplication à l'école primaire ? *Grand N*, (100), 105-130. <https://publimath.univ-irem.fr/numerisation/GN/IGR17019/IGR17019.pdf>

- Coppé, S., Grugeon-Allys, B., Horoks, J., Pilet, J., Solnon, A., Raffaëlli, C. et Charpentier, A. (2021) *Premiers résultats de l'enquête sur les pratiques d'enseignement des mathématiques. Praesco en classe de troisième en 2019* [note d'information]. DEPP ; Ministère de l'Éducation nationale. <https://archives-statistiques-depp.education.gouv.fr/Default/doc/SYRACUSE/48439/premiers-resultats-de-l-enquete-sur-les-pratiques-d-enseignement-des-mathematiques-praesco-en-classe>
- Drouhard, J.-P. (1992). *Les écritures symboliques de l'algèbre élémentaire* [Thèse de doctorat, Université Paris Diderot - Paris 7]. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00925358/>
- Drouhard, J.-P. et Panizza, M. (2012). Hansel et Gretel et l'implicite sémio-linguistique en algèbre élémentaire. Dans L. Coulange et J.-P. Drouhard (dir.), *Enseignement de l'algèbre élémentaire. Bilan et perspectives. Revue Recherches en Didactique des mathématiques*, (Numéro spécial hors-série), 209-235.
- Rebière, M. (2013). S'intéresser au langage dans l'enseignement des mathématiques, pour quoi faire ? Dans A. Bronner (coord.), *Questions vives en didactique des mathématiques : problèmes de la profession d'enseignant, rôle du langage* (p. 119-232). La Pensée Sauvage.
- Jaubert, M. et Rebière, M., (2012). *Communautés discursives disciplinaires scolaires et construction de savoirs : l'hypothèse énonciative*. [https://www.leseforum.ch/myUploadData/files/2012\\_3\\_Jaubert\\_Rebiere\\_Bernier.pdf](https://www.leseforum.ch/myUploadData/files/2012_3_Jaubert_Rebiere_Bernier.pdf)
- Planas, N. (2021). How specific can language as resource become for the teaching of algebraic concepts? *ZDM– Mathematics Education*, 53(2), 277–288. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01190-6>
- Serfati, M. (1998a). « Pour Descartes » : mathématiques et physique cartésiennes. *Revue d'histoire des sciences*, 51(2-3), 171-182. <https://doi.org/10.3406/rhs.1998.1321>
- Serfati, M. (1998b). Descartes et la constitution de l'écriture symbolique mathématique. *Revue d'histoire des sciences*, 51(2-3), 237-290. [https://www.persee.fr/doc/rhs\\_0151-4105\\_1998\\_num\\_51\\_2\\_1323](https://www.persee.fr/doc/rhs_0151-4105_1998_num_51_2_1323)
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 1-36. <https://doi.org/10.1007/BF00302715>