

ÉTUDE EXPLORATOIRE DES RAISONNEMENTS D’ÉLÈVES ET ÉTUDIANTS AUTOEUR DE LA NÉGATION DANS UN CONTEXTE BILINGUE FRANÇAIS-MALAGASY À MADAGASCAR

| ANDRIANARIVONY* FIDY, CORTELLA** ANNE, SALONE*** JEAN-JACQUES, DURAND-

GUERRIER**** VIVIANE

Résumé | Cet article rend compte d'une étude sur les raisonnements d'élèves et d'étudiants à la transition Lycée-Université, autour de la négation en contexte bilingue français-malagasy. Nous avons demandé à 323 élèves et étudiants de prouver la fausseté d'un énoncé mathématique formulé en langue naturelle, soit en malagasy soit en français. Nous présentons les résultats de nos analyses conduites en termes de praxéologie.

Mots-clés : bilinguisme, logique, négation, praxéologie, raisonnement

Abstract | This article reports on a study of students' reasoning about negation in a bilingual French-Malagasy context at the secondary-tertiary transition. We asked 323 pupils and students to prove the falsity of a mathematical statement formulated in natural language, either in Malagasy or in French. We present the results of our analyses in terms of praxeology.

Keywords: bilingualism, logic, negation, praxeology, reasoning

I. INTRODUCTION

Le contexte linguistique de l'éducation mathématique à Madagascar est sous-tendu par le phénomène bilingue français-malagasy (Ranaivoson, 2007). Officiellement, le français est la langue de scolarisation dans laquelle les concepts mathématiques sont dits et écrits d'une manière formelle, tandis que le malagasy sert à l'enseignant pour clarifier et expliquer les mathématiques enseignées (Andrianarivony et Salone, 2021). Ainsi, la langue malagasy est généralement utilisée à l'oral, tandis que la langue française est réservée aux traces écrites au tableau et aux prises de notes dans les cahiers des élèves. De ce fait, l'enseignant fait un aller-retour entre les deux langues durant les séances de cours.

Cependant, il n'existe pas toujours de traduction officielle des termes et formulations mathématiques en malagasy (Rajaspera, 1996). Ainsi, on constate qu'une explication en malagasy emprunte très souvent du vocabulaire à la langue française pour désigner les objets mathématiques (Andrianarivony et Salone, 2021). Par exemple, l'expression « le carré d'un nombre pair est pair », peut être énoncé en malagasy comme suit : « *Ny carré-n'ny nombre pair dia pair* ». Autrement dit, la phrase est exprimée avec la formule malagasy « *ny ... dia* », une tournure de la langue courante qui s'utilise tous les jours et qui peut être interprétée dans le cadre logique comme exprimant un énoncé général, avec une quantification universelle implicite (Barrier et al., 2009). Se pose par conséquent les questions de l'ancrage culturel des termes logiques utilisés dans les formulations et des ambiguïtés sémantiques

* Institut Montpelliérain Alexander Grothendieck, UMR 5149 CNRS, Université de Montpellier – France – fidy-heritiana.andrianarivony@etu.umontpellier.fr

** Institut Montpelliérain Alexander Grothendieck, UMR 5149 CNRS, Université de Montpellier – France – anne.cortella@umontpellier.fr

*** Recherches et Ressources en Education et Formation – ISPE Guadeloupe, Université des Antilles – France – jean-jacques.salone@univ-antilles.fr

**** Institut Montpelliérain Alexander Grothendieck, UMR 5149 CNRS, Université de Montpellier – France – viviane.durand-guerrier@umontpellier.fr

induites par cette interdépendance entre les concepts logiques et la langue d'énonciation (Ben Kilani, 2005 ; Chellougui et Kouki, 2012).

Cependant, le bilinguisme de fait dans la classe de mathématiques peut aussi avoir des effets bénéfiques sur les apprentissages (Barwell et al., 2016). Dans la lignée des travaux de Ben Kilani (2005) dans le cas de l'arabe et du français, nous nous proposons d'étudier les avantages et les inconvénients de la coexistence de deux langues, le français et le malagasy, dans le raisonnement des élèves et des étudiants dans des tâches mettant en jeu la négation à Madagascar. Notre question de recherche est la suivante : *Dans laquelle ou lesquelles des deux langues, le français et/ou le Malagasy, la formulation d'un énoncé mathématique permet-elle aux élèves et aux étudiants d'avoir un raisonnement autour de la négation plus proche de celui des mathématiciens ?*

Le cadre théorique d'étude retenu est la théorie anthropologique du didactique d'Yves Chevallard (Chevallard, 1999). Une praxéologie est une modélisation d'une activité humaine, utilisée en particulier pour une activité mathématique. Une organisation praxéologique est résumée par une *tâche* qui peut être découpée en plusieurs *sous-tâches*, par une *technique* mise en œuvre pour accomplir la tâche, par une *technologie* qui explicite et permet la mise en œuvre de cette technique, et enfin par une *théorie* qui justifie la technologie. Un ensemble de tâches et de techniques constitue ce que l'on appelle un bloc pratiko-technique (ou *praxis*). Il s'agit du savoir-faire permettant d'accomplir la tâche. La technologie et la théorie constituent quant à elles le bloc technologico-théorique (ou *logos*), c'est-à-dire le savoir rationnel qui justifie le savoir-faire. Notre choix méthodologique consiste en particulier à appréhender les praxéologies des élèves en les comparant à un modèle praxéologique mathématique savant de référence.

Dans cette communication, nous analysons suivant cette approche praxéologique un exercice de raisonnement autour de la négation. Nous présentons tout d'abord notre méthodologie de recherche, puis nos résultats et enfin nos conclusions et perspectives.

II. MÉTHODOLOGIE

Pour répondre à notre question de recherche, nous avons mené une expérimentation auprès de 190 élèves de terminale scientifique et de 133 étudiants, en première année de licence de mathématiques à Madagascar. Nous leur avons ainsi demandé de réaliser des tâches de formulation et de démonstration d'énoncés mathématiques faisant intervenir des concepts logiques. Ces tâches leur ont été proposées via deux questionnaires, l'un rédigé en français, dénommé ci-après Q1, et l'autre, Q2, d'une manière mixte, c'est-à-dire comme cela se fait généralement dans les classes avec une formulation de la phrase en malagasy et une désignation des objets mathématiques en français. Les deux questionnaires comportent les mêmes items et sont proposés à l'écrit avec des explications complémentaires données à l'oral dans les deux langues. Pendant les séquences d'expérimentation, une première séance a été consacrée à l'explication de l'objectif des questionnaires et à la façon de répondre aux items. Une deuxième séance, subdivisée en cinq phases, a ensuite permis aux élèves de répondre individuellement aux cinq items proposés. En outre les 325 élèves ou étudiants ont été répartis en deux groupes. Le groupe 1 était composé de 95 élèves et 68 étudiants, tandis que le groupe 2 regroupait 95 élèves et 67 étudiants. Les élèves du groupe 1 ont répondu au questionnaire 1 en français, tandis que ceux du groupe 2 ont répondu au questionnaire 2, de nature mixte. Pour des raisons de concision, nous n'avons pas distingué, dans cette étude, les copies des élèves de celles des étudiants. Cette distinction fera toutefois l'objet d'une analyse approfondie dans un travail en cours. Les participants du groupe 1 sont identifiés par les numéros E1 à E163, et ceux du groupe 2, par les numéros E164 à E325. De plus, dans cet article, nous nous concentrerons sur le cinquième et dernier item de notre questionnaire, qui porte sur la négation logique :

Questionnaire 1 :

On donne la phrase suivante : « *Si un nombre entier est divisible par 4 alors il se termine par 4* »

- La phrase est-elle vraie ou fausse ?
- Si faux donne ici la phrase correcte :
- Expliquer votre raisonnement :

Questionnaire 2 :

On donne la phrase suivante : « *Raha ny nombre entier azo zaraina 4 dia miasara amin'ny 4* »

- La phrase est-elle vraie ou fausse ?
- Si faux donne ici la phrase correcte :
- Expliquer votre raisonnement :

Cet item 5 est issu d'un questionnaire de la Commission Inter-IREM Université destiné à des étudiants nouvellement arrivés en première année d'université afin de tester leurs compétences en logique (Njomgang-Ngansop, 2013)¹. Une phrase mathématique est énoncée et trois tâches sont proposées : se prononcer sur la valeur de vérité de la phrase mathématique, corriger la phrase afin d'obtenir une phrase vraie dans le cas où la réponse à la première question est « la phrase est fausse », et expliquer le raisonnement ayant conduit à la réponse initiale et/ou à la correction proposée.

Pour la phrase de l'item 5 et la première tâche proposée, le modèle praxéologique de référence que nous avons défini est le suivant :

Dans tout ce qui suit, le domaine de quantification est l'ensemble des entiers naturels

Tâche 1 : se prononcer sur la valeur de vérité de la phrase de l'item 5

Technique : explorer la valeur de vérité des propositions obtenues en considérant quelques valeurs entières.

Technologie : Un énoncé universel admettant un contre-exemple est faux ; autrement dit un énoncé de la forme « Pour tout x , $p(x)$ » est faux dès qu'on peut trouver une valeur x_0 qui ne vérifie pas la propriété $p(x)$.

Théorie : cette technologie trouve sa justification dans le calcul des prédictats du premier ordre.

Pour la deuxième tâche, plusieurs techniques peuvent être employées pour corriger la phrase, d'autant plus que nous n'avons pas explicitement demandé la négation. Les praxéologies savantes des mathématiciens s'appuient sur le critère sémantique d'échange des valeurs de vérité entre un énoncé et sa négation, ainsi que sur les règles syntaxiques du calcul des prédictats : la négation transforme un énoncé universel en énoncé existentiel et vice versa ; la négation d'une implication est une conjonction. La formulation en langue naturelle nécessite en outre de prendre en compte les critères syntaxiques (grammaticaux) de la langue d'énonciation. Cette tâche peut être découpée en deux sous-tâches : l'identification de la quantification et l'identification du connecteur dans la phrase. Ci-dessous le modèle praxéologique de référence retenu :

¹ La question posée était alors : « donner la négation de la phrase : si un nombre entier est divisible par 4, alors il se termine par 4 »

Tâche 2 : corriger la phrase de l'item 5

Technique : donner la négation de la phrase

Sous-tâche 1 : identifier la quantification et en déduire une formulation de la négation

Technique 1 : concevoir l'article français « un » comme une quantification universelle. De même pour le déterminant malagasy « ny » qui est vu comme sa traduction malagasy ; en déduire que la négation est un énoncé commençant dans Q1 par : « il existe un nombre entier ... », et dans Q2 : « *misy nombre entier ...* ».

Technologie 1 : la technique ci-dessus s'appuie sur le théorème de logique : la négation d'un énoncé universel de la forme $\forall x P(x)$ est l'énoncé $\exists x \text{non}P(x)$.

Théorie 1 : calcul des prédictats du premier ordre.

Sous-tâche 2 : identifier le connecteur logique utilisé et en déduire celui de la négation

Technique 2 : concevoir le « si ... alors » comme une implication. De même pour « *raha ... dia* » qui est vu comme sa traduction en malagasy ; en déduire que la négation est la conjonction de l'antécédent et de la négation du conséquent.

Technologie 2 : ceci s'appuie sur le théorème de logique : la négation d'un énoncé de la forme « si P alors Q » est l'énoncé « P et nonQ »

Théorie 2 : calcul des prédictats du premier ordre

En se référant aux travaux de Durand-Guerrier (2016) et Ben Kilani (2005), on peut trouver d'autres types de techniques correspondant à la manière de nier dans la langue courante. Une de ces techniques consiste à nier un énoncé de la forme « Tout A est B » en « Tous les A ne sont pas B ». Mais, comme souligné par ces auteurs, cette technique peut produire une formulation ambiguë, car la phrase obtenue peut être interprétée soit comme « pour tout A, A est non-B », soit comme « il existe A qui n'est pas B » ; cette dernière interprétation est conforme à la norme linguistique française. Ainsi, dans le cas de l'énoncé de Q1, la négation donnée sous la forme « tous les nombres entiers divisibles par 4 ne se terminent pas par 4 » peut être interprétée soit par « pour tout nombre entier, s'il est divisible par 4 alors il ne se termine pas par 4 », soit « il existe un nombre entier qui est divisible par 4 et qui ne se termine pas par 4 ». Seule la deuxième interprétation correspond à la négation logique. Pour l'énoncé de Q2, on retrouve les mêmes interprétations avec la négation « *ny nombre entier rehetra azo zaraina 4 dia tsy miafara amin'ny 4* ». Dans les deux cas, les formulations sont justifiées par la grammaire de la langue naturelle concernée.

Remarquons encore qu'une technologie erronée consistant à considérer que la négation d'une implication est une implication est fréquemment mobilisée par les élèves et étudiants (Rogalski et Rogalski, 2004 ; Durand-Guerrier, 2016). Dans ce sens, on peut trouver une technique de négation de la forme « si P alors nonQ » ou « si nonP alors nonQ ». Pour les énoncés de Q1 et Q2, on obtient ainsi les négations « si un nombre entier est divisible par 4 alors il ne se termine pas par 4 (*raha ny nombre entier azo zaraina 4 dia tsy miafara amin'ny 4*) » ou « si un nombre n'est pas divisible par 4 alors il ne se termine pas par 4 (*raha ny nombre entier tsy azo zaraina 4 dia tsy miafara amin'ny 4*) ». Cette technique consiste donc à appliquer un critère syntaxique (grammatical) : la négation en français se fait en appliquant « ne...pas » sur le verbe sans considération de la condition sémantique d'échange des valeurs de vérité et dans la langue malagasy on ajoute « *ty* » avant la propriété à nier. Ces deux règles syntaxiques ne respectent pas la condition sémantique d'échange des valeurs de vérité.

Il est possible que certains élèves proposent des formulations ne correspondant pas à une négation de la proposition initiale puisque nous avons seulement demandé de transformer la phrase en une

phrase vraie, sans demander explicitement une négation. Les élèves et les étudiants peuvent par exemple identifier la quantification universelle implicite dans les énoncés Q1 et Q2 et proposer ainsi une technique qui consiste à corriger la quantification universelle en une quantification existentielle, sans introduire de négation. Ils peuvent ainsi proposer un énoncé de la forme « il existe x tel que si $p(x)$ alors $q(x)$ » ou « il existe x tel que $p(x)$ et $q(x)$ ». Le premier énoncé est un énoncé vrai dès qu'il existe un élément ne satisfaisant pas l'antécédent. Ils peuvent aussi modifier une des propriétés pour obtenir un énoncé vrai. L'énoncé mathématique « Si un nombre est divisible par 4, alors il est divisible par 2 » pourrait figurer parmi les réponses. Les explications que proposeront ces élèves à la troisième tâche pourront alors potentiellement concerner la véracité de la phrase proposée.

La structure conditionnelle « si P alors Q » peut également être interprétée par certains élèves et étudiants de manière erronée comme équivalente à « si Q alors P », c'est-à-dire à sa réciproque. Dans ce cas, ils peuvent répondre par une technique qui consiste à accomplir la tâche en niant la réciproque. Par exemple, « il existe un nombre qui se termine par 4 et qui n'est pas divisible par 4 » est une négation logique de la réciproque.

Dans le tableau 1 en annexe nous présentons les différentes techniques employées par les élèves et les étudiants pour accomplir la tâche de correction et les codifications que nous leur avons attribuées.

Examinons maintenant plus spécifiquement la troisième tâche proposée « expliquer votre raisonnement » (sous-entendu celui *ayant conduit aux réponses 1 et 2*). Les techniques pour accomplir cette dernière tâche étant nombreuses, nous focalisons nos analyses sur l'emploi *d'exemples, de contre-exemples ou des deux à la fois*. Nous examinons également si la technique fournie permet d'établir la fausseté de l'énoncé initial ou de sa réciproque et (s'il n'y a pas de réponse, nous codons cette absence par « Non-Rep »). Le tableau 2 en annexe synthétise les différentes praxéologies envisagées a priori avec leurs codifications. Dans ce tableau, chaque technique est illustrée par une expression qu'un élève ou qu'un étudiant pourrait considérer comme correcte. Par exemple si seulement la quantification est modifiée, on peut faire une *démonstration par l'exemple* qui assure que « dans certains cas, un nombre divisible par 4 se termine par 4 ».

III. RÉSULTATS

Lorsque nous avons dépouillé les copies des participants, nous avons immédiatement constaté que la plupart d'entre eux étaient capables de répondre à la première tâche, c'est-à-dire de reconnaître que l'énoncé donné était faux. Parmi les 323 copies que nous avons examinées, l'énoncé a été marqué comme vrai dans seulement 3 copies, et 2 copies ne contiennent aucune réponse à la question. Pour la suite de nos analyses nous présenterons d'abord les résultats relatifs au groupe 1 puis ceux relatifs au groupe 2 et en fin nous proposerons une synthèse à visée comparative.

Pour la deuxième tâche seulement 7 participants sur les 163 du groupe 1 (soit environ 4%) et 10 participants sur les 162 du groupe 2 (soit environ 6%) ont utilisé une technique de négation logique (voir figure 1 en annexe). Au vu de ce résultat, nous faisons l'hypothèse que les participants disposent bien de blocs pratico-techniques leur permettant d'accomplir l'opération logico-mathématique en jeu, mais que les bloc technologico-théoriques qui formalisent leurs raisonnements ne sont pas encore complètement construits. Nous rappelons cependant que nous n'avions pas demandé explicitement la négation de l'énoncé, ce qui conduit à relativiser cette conclusion.

Plus précisément, on observe trois techniques principales dans le groupe 1 : la technique qui consiste à fournir une autre proposition mathématique pour environ 40%, suivie par la technique de correction de la quantification pour environ 31%, puis par la technique de négation comme implication

pour environ 17%. Notons que ces variations techniques ne sont pas catégorielles, c'est-à-dire qu'une copie peut contenir simultanément deux ou plusieurs techniques différentes.

Pour la première technique relevée, nous faisons l'hypothèse que le fait de fournir une autre proposition mathématique pourrait être lié au contrat didactique entre l'enseignant et l'élève. La quasi-totalité (96%) des répondants ayant fait ce choix n'ayant pas proposé d'explication à leur raisonnement pour cette deuxième tâche, nous n'avons pas pu identifier les praxéologies sous-jacentes. Nous allons donc recentrer nos analyses sur les deux autres techniques.

Pour les participants qui ont mis en œuvre une correction de la quantification, nous avons constaté qu'ils ont majoritairement recours à une preuve par l'exemple. Le bloc technologico-théorique qui permet de justifier cette technique consiste à vérifier que l'énoncé est vrai pour certaines valeurs et qu'il n'est pas vrai pour d'autres valeurs. Même si cette justification est correcte, elle diffère du bloc technologico-théorique de référence qui prévoit qu'un contre-exemple seulement suffit. Il faut cependant noter que si l'énoncé initial n'avait qu'un seul contre-exemple, il aurait suffi de retirer cet élément du domaine de quantification pour avoir un énoncé vrai. Mais dans le cas de l'énoncé de l'item 5, il y a une infinité d'exemples et une infinité de contre-exemples. En conséquence, comme la quantification n'est pas explicite, cet énoncé pourrait être interprété par certains élèves ou étudiants comme un énoncé « parfois vrai, parfois faux ». En fine, nous avons constaté que 38% des répondants concernés ont utilisé la preuve par un exemple, 12% la preuve s'appuyant sur deux aspects, 25% entrent dans la catégorie non-réponse, 12% utilisent la preuve par contre-exemple(s) et 6% la preuve qui met en œuvre la réciproque de l'énoncé.

En ce qui concerne la troisième technique de la négation comme implication, la production du participant E102 l'illustre bien (voir figure 2 en annexe). Dans la preuve, il établit directement que l'énoncé initial est faux en utilisant un contre-exemple. Cette technique de négation, bien que ne correspondant pas explicitement à la négation logique, ni à la démonstration de sa correction, est extrêmement proche de celle des mathématiciens. En effet, l'explicitation de la démarche à adopter montre la nécessité de fournir des contre-exemples. Notons également que la signification pour l'élève de ce genre de correction ne semble pas être « pour tout entier x , x divisible par 4 implique x ne se termine pas par 4 », mais plutôt proche de la négation logique et pourrait s'énoncer : « si x est divisible par 4 alors x ne se termine pas toujours par 4 ». L'expression « n'est pas forcément se termine par 4 » dans la preuve en atteste. On a ici un bloc pratico-technique qui permet à l'élève ou à l'étudiant d'accomplir une tâche à l'aide d'une technique proche de celle d'un mathématicien mais le bloc technologico-théorique permettant de justifier cette technique n'est pas mobilisé. Ce résultat est conforme aux résultats de Rogalski et Rogalski (2004) et de Durand-Guerrier (2016) déjà mentionnés. La classification des participants qui ont adopté cette dernière technique pour la deuxième tâche semble cependant indiquer que celle-ci est articulée avec un raisonnement logique adéquat ; en effet 78 % d'entre eux ont utilisé une preuve par contre-exemple, 11% une preuve par exemple(s) et contre-exemple(s) et 11% n'ont pas fourni de preuve.

La figure 1 (voir annexe) nous révèle également que les participants du groupe 1 n'ont pas tendance à nier une proposition « si P alors Q » par « tout P n'est pas Q » (qui en concerne seulement 3 %). Ceci n'est pas surprenant à priori ; en effet, une phrase de la forme « Tout P n'est pas Q » apparaît plutôt comme la négation d'une phrase de la forme « Tout P est Q », dans laquelle l'implication n'est pas présente, la quantification portant sur les éléments vérifiant la propriété P (on parle de quantification bornée). En d'autres termes, un enseignant de mathématiques à Madagascar n'a pas l'habitude de nier une proposition du type « si P alors Q » en « tout P n'est pas Q ». Il en va de même pour le choix de la technique de nier à partir de la réciproque de « si p alors q ». En effet, seulement 1% des participants ont utilisé cette technique. Ceci est en accord avec les résultats de Durand-Guerrier (1996) : dans son

corpus, moins de 2% étudiants répondaient comme s'ils considéraient qu'un énoncé conditionnel et sa réciproque avaient toujours la même valeur de vérité.

Nous allons maintenant nous intéresser à l'analyse des résultats des participants du groupe 2. Le choix de la correction de la phrase se porte sur la technique de la langue courante malagasy (34%), la négation comme implication (34%) et la négation à partir de la réciproque (16%). Les copies des participants montrent qu'il existe un lien entre ces types de négation.

Dans la réponse de E314 (voir figure 3 en annexe), la négation se reformule « *Raha ny nombre no azo zaraina 4 dia tsy voatery biafara amin'ny 4* » (Si un nombre est divisible par 4 alors ce n'est pas toujours le cas qu'il se termine par 4). Nous remarquons ici l'utilisation de l'expression « *raha ... dia* » (si ... alors) qui indique une implication. La négation apparaît ainsi comme une implication. En effet, lorsqu'on enlève l'expression malagasy « *tsy voatery* » qui signifie « ce n'est pas forcément, ce n'est pas toujours le cas », on obtient une structure de la forme « si p alors non-q ». De plus, l'expression « *tsy voatery* » est beaucoup utilisée pour nier une phrase qui n'est pas toujours vraie et qui n'est pas toujours fausse (autrement dit un énoncé contingent) en langue courante malagasy. La quantification existentielle est cachée dans cette expression. Parmi les élèves et étudiants du groupe 2, 48% de ceux qui ont donné la phrase corrigée sous la forme d'une implication ont utilisé l'expression « *tsy voatery* ».

Dans certaines copies, l'expression « *tsy voatery* » se place devant toute la phrase à nier. Nous obtenons ainsi une correction de la forme « *tsy voatery ny nombre azo zaraina 4 dia miasara amin'ny 4* » (ce n'est pas toujours le cas qu'un nombre divisible par 4 se termine par 4). Cette forme de correction peut s'interpréter comme une manière d'exprimer le critère sémantique correspondant à la négation, sans se préoccuper de la forme grammaticale spécifique de la langue malagasy. L'analyse montre que la technique de négation de la langue courante malagasy et la négation comme implication mettent en jeu à peu près les mêmes blocs pratico-techniques pour accomplir la tâche d'explication du raisonnement. En effet, parmi ceux qui ont utilisé la technique de négation de la langue courante malagasy, 61% ont fait une preuve par contre-exemple(s), 13% une preuve par exemples et contre-exemples, 4% une preuve par un ou des exemples et 22% rentrent dans la catégorie *non-réponse*. Parmi ceux qui ont utilisé la technique de négation comme une implication, 58% ont produit une preuve par contre-exemples, 21% une preuve par exemples et contre-exemples, 4% une preuve par l'exemple et 17% rentrent dans la catégorie *non-réponse*. Ces deux techniques conduisent un nombre significatif de participants à produire une preuve par contre-exemples, ce qui correspond bien au modèle praxéologique de référence. Cependant, comme pour les élèves et étudiants ayant travaillé sur le questionnaire en français, la forme explicite de la négation respectant les règles syntaxiques de la langue naturelle n'est pas présente dans les réponses. Notons que plusieurs participants ayant mis en œuvre la technique de la langue malagasy courante ont confondu l'énoncé direct avec sa réciproque. Nous constatons cela dans l'explication du raisonnement fournie ou dans la correction de la phrase. Par exemple, certains participants explicitent le fait que « 14 et 34 se terminent par 4, mais ne sont pas divisibles par 4 » et d'autres donnent une correction de la négation de la réciproque, par exemple « *tsy voatery ny nombre miasara amin'ny 4 dia divisible par 4* » (ce n'est pas toujours le cas qu'un nombre qui se termine par 4 est divisible par 4). Cette identification de la forme « *raha P dia Q* » et de sa réciproque pourrait être due au fait qu'en malagasy courant on ne fait pas cette différence et qu'on a parfois tendance à penser que les deux expressions sont équivalentes. En outre cette tendance peut être renforcé par des contextes où les deux énoncés ont la même valeur de vérité, ceci tant dans la vie courante qu'en mathématiques.

Nous résumons ci-dessous les principaux éléments que nous retenons de ces analyses.

Dans le groupe ayant traité Q1 :

- Un nombre significatif de participants a corrigé l'énoncé en proposant une autre propriété mathématique. Dans la plupart des cas, ce choix les conduit à ne pas fournir d'explications à leurs raisonnements ;
- L'expression « si... alors » n'entraîne que très rarement la confusion d'un énoncé avec sa réciproque ;
- Très peu de participants ont mis en œuvre un raisonnement comparable à celui des mathématiciens.

Dans le groupe ayant traité Q2 :

- La négation de la langue malagasy courante avec l'utilisation de l'expression « tsy voatery », dont l'interprétation peut être conforme à la négation logique est la plus représentée. Cette technique est liée à la négation implication dans 48% des cas ;
- Le sens d'une implication exprimée par l'expression « raha ... dia » est confondu avec celui de sa réciproque dans 30% des cas ;
- La formulation malagasy de la proposition par « raha ... dia » pousse les participants à un raisonnement plus proche de celui des mathématiciens. En effet, 61% des participants qui ont mis en œuvre la technique de négation de la langue malagasy courante et 58% des participants qui ont mis en œuvre la technique de négation comme une implication ont produit une preuve par contre-exemple.

IV. CONCLUSION

Dans cette communication, nous nous sommes intéressés aux effets des formulations en malagasy et en français d'un énoncé mathématique sur les raisonnements des élèves et étudiants dans une tâche mettant en jeu la négation dans un contexte bilingue Français-Malagasy. Nos analyses montrent que les élèves du groupe ayant travaillé sur les énoncés en malagasy ont mieux réussi à mettre en place un raisonnement mobilisant des contre-exemples que les élèves du groupe ayant travaillé avec les énoncés en français. Ceci soutient notre hypothèse conclusive : dans le contexte d'un enseignement de mathématiques en français, la formulation d'un énoncé en malagasy pourrait dans certains cas (mais pas dans tous) aider les élèves à conduire des raisonnements conformes aux raisonnements attendus en mathématiques. Une restriction de cette hypothèse est que cependant les élèves et les étudiants ne formulent généralement que le bloc pratico-techniques, rendant ainsi nécessaire l'explicitation du bloc technologico-théorique par leurs enseignants. L'analyse en cours des autres items du questionnaire nous permettra d'affiner et de préciser ces résultats autour d'autres concepts logiques et autour d'autres formulations langagières, et en particulier de différencier entre élèves et étudiants.

RÉFÉRENCES

- Andrianarivony, F. et Salone, J.-J. (2021). Approche bilingue dans l'enseignement des mathématiques à Madagascar. *Petit x*, (115), 93-114.
- Barrier, T., Durand-Guerrier, V. et Mesnil, Z. (2019). L'analyse logique comme outil pour les études didactiques en mathématiques. *Éducation et didactique*, 13(1), 61-81.
- Barwell, R., Clarkson, P., Halai, A., Kazima, M., Moschkovich, J., Planas, N., Phakeng, M. S., Valero, P. et Ubillús, M. V. (dir.). (2016). *Mathematics education and language diversity. New ICMI study series*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-14511-2>

- Ben Kilani, I. (2005). *Les effets didactiques des différences de fonctionnement de la négation dans la langue arabe, la langue française et le langage mathématique* [Thèse de doctorat, Universités de Lyon et Tunis].
- Chellougui, F. et Kouki, R. (2012). Enquêtes épistémologiques et didactiques du concept de la quantification. Dans J.-L. Dorier et S. Coutat (dir.), *Actes du colloque EMF2012 « Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21^e siècle », 3-7 février 2012, Université de Genève, Suisse* (p. 593-602).
- Chevallard, Y. (1999). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. Dans R. Noirfalise (dir), *Actes de l'Université d'été de la Rochelle* (p. 91-118). Université Blaise Pascal – IREM de Clermont-Ferrand.
- Durand-Guerrier (1996). *Logique et raisonnement mathématique : défense et illustration de la pertinence du calcul des prédictats pour une approche didactique des difficultés liées à l'implication* [Thèse de doctorat, Université Claude Bernard Lyon 1].
- Durand-Guerrier, V. (2016). Négation et quantification dans la classe de mathématiques. Dans R. Daval, P. Frath, E. Hilgert et S. Palma (dir.), *Négation et référence* (p. 269-288). Presses universitaires de Reims. <https://hal.univ-reims.fr/hal-02539714v1/document>
- Njomgang Ngansop, J. (2013). *Enseigner les concepts de logique dans l'espace mathématique francophone : aspect épistémologique, didactique et langagier. Une étude de cas au Cameroun* [Thèse de doctorat, Université de Yaoundé et Université Lyon 1 Claude Bernard].
- Rajarspera, R. (1996). Pour la création d'une terminologie scientifique et technique en malgache. *Meta*, 41(3), 435-458. <https://doi.org/10.7202/003908ar>
- Ranaivoson, D. (2007). La langue malagasy et les politiques linguistiques. *Études littéraires africaines*, (23), 6-12. <https://doi.org/10.7202/1035446ar>
- Rogalski, J. et Rogalski, M. (2004). Contribution à l'étude des modes de traitement de la validité de l'implication par des futurs enseignants de mathématiques. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 9, 175-203.

ANNEXES

Tableau 1 – Techniques mobilisables pour accomplir la tâche 2

Codifications	Techniques
Cor_Log	Une technique qui utilise la négation logique
Cor_Lang	Une technique qui utilise la manière de nier de la langue courante
Cor_Imp	Une technique qui conçoit que la négation d'une implication est une implication
Cor_Quant	Une technique qui consiste à corriger la quantification universelle en existentielle
Cor_Recip	Une technique se focalisant sur la négation de la réciproque
Cor_Prop	Une technique donnant une autre propriété mathématique
Cor_Vide	L'élève n'a pas donné de correction

Tableau 2 – Techniques relatives à la tâche 3 d'explication du raisonnement

Techniques	Illustrations	Codification
Donner un ou plusieurs exemples	24 est un entier divisible par 4 et 24 se termine par 4	PrExempl
Donner un ou plusieurs contre-exemples	16 est un entier divisible par 4 mais il ne se termine pas par 4	PrContExempl
Donner à la fois un ou plusieurs exemples et contre-exemples	4, 24, 44 sont des entiers divisibles par 4 et se terminent par 4 mais 8, 12, 16, 28 sont des entiers divisibles par 4 mais qui ne se terminent pas par 4	PrDeuxAsp
Donner un ou plusieurs contre-exemples de la réciproque	14, 34 sont des entiers qui se terminent par 4 et ils ne sont pas divisibles par 4	PrRecip

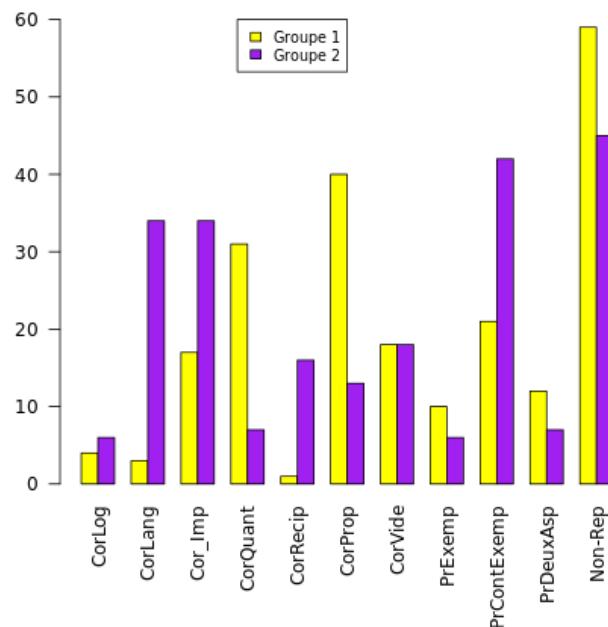


Figure 1 – Techniques effectivement utilisées pour accomplir les tâches 2 et 3

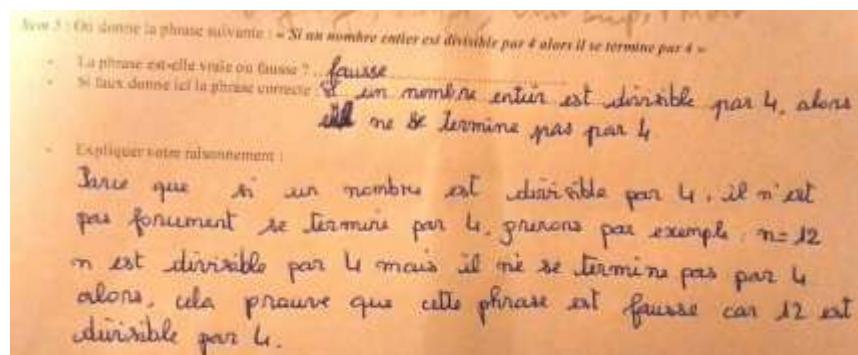


Figure 2 – Copie de E102

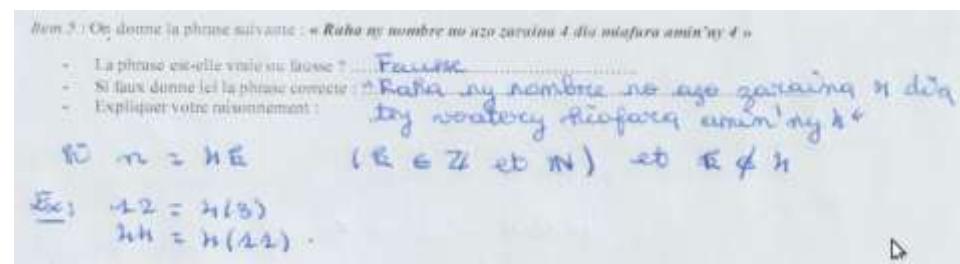


Figure 3 – Copie de E314