

ÉTUDE DU DÉVELOPPEMENT DE LA PENSÉE FONCTIONNELLE AU COLLÈGE TUNISIEN

| OUESLATI* SAMIA ET KOUKI** RAHIM

Résumé | Cet article porte sur le développement de la pensée fonctionnelle avant l'introduction formelle du concept de fonction. Il s'inscrit dans le domaine de la recherche en didactique des mathématiques. En s'appuyant sur la TAD de Chevallard (1999), nous proposons un modèle épistémologique de référence de la pensée fonctionnelle. A cette fin, nous présentons une grille multidimensionnelle et l'analyse des manuels scolaires¹ du collège tunisien, dans le but d'explorer la mise en place de la pensée fonctionnelle dans une perspective interdisciplinaire.

Mots-clés : Pensée algébrique, Pensée fonctionnelle, Grille, Multidimensionnelle, Interdisciplinarité.

Abstract | This article looks at the development of functional thinking prior to the formal introduction of the concept of function. It is part of research into the didactics of mathematics. Based on Chevallard's (1999) anthropological theory of didactics, we propose an epistemological reference model of functional thinking. To this end, we present a multidimensional grid and an analysis of Tunisian middle school textbooks, with the aim of exploring the implementation of functional thinking from an interdisciplinary perspective.

Keywords: Algebraic thinking, Functional thinking, Grid, Multidimensional, Interdisciplinarity.

I. INTRODUCTION

L'enseignement de la notion de fonction occupe une place importante dans les programmes de l'enseignement des mathématiques, ainsi que dans ceux des autres disciplines, à travers les différents niveaux de cursus post primaire en Tunisie (Smida, 2003), et dans le monde. Plusieurs chercheurs se sont intéressés aux difficultés rencontrées par les apprenants dans l'enseignement et apprentissage de l'algèbre et notamment dans l'enseignement et apprentissage du concept de fonction². Les motivations de ces chercheurs se fondent sur deux considérations fondamentales :

- Des considérations épistémologiques et historiques liées aux spécificités de ce champ des mathématiques. En effet le domaine de l'algèbre a plusieurs domaines d'application dont la physique et les sciences de l'ingénieur. L'algèbre se nourrit des problèmes posés par ces disciplines et évolue grâce aux solutions qu'elle tente d'y apporter.
- Des considérations didactiques et cognitives liées aux difficultés réelles d'apprentissage de ce champ des mathématiques. Il s'agit pour les élèves de comprendre les concepts en jeu de développer des raisonnements, des méthodes de résolution de problèmes qui sollicitent divers registres de représentations (numérique, algébrique, graphique, géométrique...) et de mettre en œuvre leurs connaissances pour résoudre les problèmes en lien avec leur environnement et/ou d'autres discipline.

Dans tous les cas ces chercheurs, s'accordent à dire que la difficulté majeure pour l'enseignement de l'algèbre consiste à concevoir des stratégies efficaces assurant l'articulation de différents axes (Robert, 2018 ; Sierpiska, 1992a). Ces derniers mobilisent plusieurs paramètres tel que le statut

* Université virtuelle de Tunis – Tunisie – pr.samia@gmail.com

** Université de Tunis el Manar et Université de Carthage – Tunisie – rahim.kouki@ipeiem.utm.tn

¹ En Tunisie, il y a un seul manuel scolaire pour chaque niveau de cursus.

² Nous nous intéressons dans notre recherche au concept de fonction dans son aspect algébrique.

inconnu, le statut variable, divers registres de représentations, des relations de dépendances, des raisonnements etc. L'enseignement de l'algèbre en Tunisie n'a pas échappé, au cours de son évolution, à ces changements d'ordre didactique et cognitif (Ben Nejma, (2021) ; Ben Nejma., Abouhanifa, Oké, Najjar, Squalli et Adihou, 2022). Bien que les programmes tunisiens ne mentionnent pas d'une manière explicite «*la pensée fonctionnelle* », notre travail porte sur le développement de cette pensée au collège dans le système éducatif tunisien, avant l'institutionnalisation du concept de fonction. En Tunisie le concept de fonction est enseigné explicitement en première année de l'enseignement secondaire (élèves âgés de 14 à 15ans). Ainsi, notre étude s'intéresse au développement précoce de la pensée fonctionnelle dans son aspect algébrique avec une perspective interdisciplinaire. Pour ce faire, nous avons croisé la dimension interdisciplinaire (Lenoir et Sauvé, 1998a) avec le modèle d'analyse didactique et épistémologique introduit par Kouki (2018) ainsi que les travaux Squalli (2002) autour du processus du développement de la pensée algébrique et fonctionnelle au collège. A cet égard, nous mettons l'hypothèse que le recours à la résolution des problèmes du monde réel et/ou des problèmes faisant appel à une ou plusieurs disciplines favorise le développement de la pensée fonctionnelle. Qu'en est-il alors de l'enseignement et apprentissage de l'algèbre et du développement précoce de la pensée fonctionnelle en Tunisie ?

Dans cette recherche, nous essayerons de trouver des éléments de réponses aux questions suivantes :

- Les manuels scolaires du collège tunisien préparent-ils explicitement ou implicitement les apprenants à l'étude des fonctions au secondaire ?
- Dans quelle mesure l'institution prépare-t-elle les apprenants à maîtriser les concepts fondamentaux qui favorisent le développement de la pensée fonctionnelle avant l'enseignement explicite du concept de fonction ?
- Quelle est la place et le rôle de la dimension interdisciplinaire dans le développement de la pensée fonctionnelle au collège ?

II. LES ENJEUX HISTORIQUES ET ÉPISTÉMOLOGIQUES

L'histoire du développement du concept fonction a connu un cheminement complexe à travers plusieurs siècles (Youschkevitch, 1981 ; Squalli, 2000). En effet plusieurs facteurs ont participé à l'évolution de la mise au point de la définition qu'on connaît de nos jours. Le passage des dépendances tabulaires chez les Grecs aux dépendances fonctionnelles entre quantités variables au XIV^{ème} siècle sans oublier l'impact de la science du mouvement sur la notion de fonction et son détachement de sa représentation graphique, ainsi que le passage de la notion de fonction au XVII^{ème} siècle au concept de fonction du XX^{ème} siècle (Charbonneau, 1987a ; Ben Nejma, 2020). En remontant à 2000 ans avant notre ère, les chercheurs et les historiens s'accordent sur le fait que la notion de fonction n'existait pas d'une manière implicite ni explicite (Charbonneau, 1987a). Les mathématiciens de l'antiquité ont beaucoup produit des tablettes pour faciliter les calculs de la vie pratique (*E.T.Bell, 1945*). En effet les Égyptiens et les Babyloniens ont représenté sur des tablettes d'argile des tables, des cribles de correspondance telle que ceux de carrés, de la racine carrée, des triplets pythagoriciens etc (Boyer, 1983). Dans le monde grec, les mathématiciens présentent des relations fonctionnelles de dépendance entre quantités variables. En effet, la loi de l'acoustique présente une dépendance fonctionnelle entre les deux quantités variables (Pierce, 1989); la longueur d'une corde vibrante et la hauteur du son qu'elle produit. Entre le VII^{ème} siècle et le XII^{ème} siècle après J.-C, les savants maîtrisent les sciences grecques de l'empire byzantin, des techniques millénaires des Mésopotamiens de l'empire sassanide en Perse et des découvertes scientifiques de l'Inde (Charbonneau, 1987a). Ces scientifiques ont aussi contribué au développement des mathématiques par la production d'une nouvelle science (Moyon, 2010 ;

Charbonneau, 1987a). Les travaux de ces derniers ont permis un passage d'une vision statique chez les Grecs à une vision dynamique par l'étude du mouvement qui met en jeu une relation entre la position du mobile et le temps. En effet durant cette période, les chercheurs ont adopté une vision dynamique, par l'étude du mouvement sans avoir un langage précis ou plus exactement un symbolisme algébrique (Charbonneau, 1987a). L'un des plus importants apports des travaux de recherche pendant cette période, est l'émergence de l'algèbre. L'ouvrage du savant Al-Khwarizmi (vers 820-830) *Kitab al-mubtasar fi hisab al-jabr wa-l-muqabala* (Abrégé du calcul par la restauration et la comparaison) marque la naissance de l'algèbre comme discipline mathématique. La préface indique que le livre a un but pédagogique et expose des méthodes servant à résoudre des problèmes concrets (Djabar, 2001). Partant du fait que la philosophie d'Aristote porte sur l'explication des phénomènes par les causes et non par leurs effets, les chercheurs du XVII^{ème} siècle ont adopté une nouvelle manière de voir, un changement de questionnement (koyré, 1957). De ce fait ils ont eu d'autres orientations scientifiques ce qui a généré la naissance d'une nouvelle science physique (Charbonneau, 1987a). Il ne s'agit plus de chercher les causes d'un phénomène mais plutôt de mieux comprendre les phénomènes par leurs effets quantifiés et mesurés (Kuhn, 1962). Il ne s'agit plus d'observer mais d'analyser, de résoudre des problèmes, de mathématiser la nature et enfin la maîtriser (Bacon, 1620).

III. PROBLÉMATIQUE

Nous nous intéressons dans notre travail à l'enseignement et à l'apprentissage de l'algèbre élémentaire au collège tunisien. Nous adoptons le fait que l'algèbre élémentaire se décline à travers un processus d'algébrisation de praxéologies mathématiques ou de praxéologies non mathématiques qu'on peut rendre mathématisables en termes d'opérations sur des grandeurs numériques ou géométriques (Bolea, Bosch et Gascón, 2001). Les chercheurs s'accordent sur l'importance du développement de la pensée fonctionnelle dans l'enseignement et la formation de la pensée mathématique. Du fait que le concept même de fonction met en jeu plusieurs domaines mathématiques (Denbel, 2015), aussi la modélisation de situations par des fonctions nous permet de mieux comprendre le monde qui est en perpétuel changement (Freudenthal ; 2002, Stölting ; 2008 ; Ben Nejma, 2021). Notre recherche s'inscrit dans le cadre du mouvement international *Early Algebra* et des travaux de l'Observatoire International de la Pensée Algébrique, auquel nous³ appartenons. Elle s'appuie sur les recherches dans le domaine de la pensée algébrique et du développement de la pensée fonctionnelle (Bednarz et al., 1996 ; Squalli, 2000 ; Radford, 2014 ; Sierpinska, 1992a ; Najar et al., 2021 ; Oueslati et Najar, 2022 ; Oueslati et Kouki, 2023 ; Squalli et Jeannotte, 2024). Dans le cadre du mouvement *Early Algebra*, certains chercheurs (Robert et al., 2018) estiment que la mise en place et le développement des compétences algébriques sont essentiels pour favoriser la pensée fonctionnelle. Ils considèrent qu'on peut développer la pensée fonctionnelle en elle-même. Nous présentons dans cet article une étude du processus de développement de la pensée fonctionnelle, dans les trois niveaux du cursus du collège tunisien avec une perspective interdisciplinaire qui s'entreprind par l'étude de la résolution de problème de modélisation conçue dans les manuels scolaires. Nous avons adopté la perspective interdisciplinaire dans notre étude, du fait que l'une des caractéristiques fondamentales du concept de fonction est sa dualité. En effet ce concept interroge d'une part des propriétés de calcul, des axiomes du domaine de l'algèbre, des variables dépendantes et indépendantes, des relations fonctionnelles de dépendance et des raisonnements de covariances, de correspondance et sollicite d'autre part les propriétés du monde réel et/ou des connaissances d'autres disciplines. L'interdisciplinarité permet aux disciplines de communiquer et de dialoguer, tout en créant des ponts

³ Le premier auteur, Samia Oueslati.

d'échange entre elles (OCDE, 1972). Les disciplines sont alors interrogées dans une recherche, un travail ou une activité interdisciplinaire pour s'enrichir l'une l'autre.

La méthodologie adoptée s'est appuyée sur une étude historique et épistémologique du concept de fonction dans son aspect algébrique afin de repérer des obstacles liés aux problèmes intra et extra-mathématiques d'une part, et sur une étude des travaux antérieurs de didactiques dans le domaine de l'algèbre présentant des modèles d'analyse didactique. Nous proposons une catégorisation des types de tâches sur la base

- du modèle épistémologique MER que nous avons mis au point,
- des contenus et compétences relatifs à l'enseignement et à l'apprentissage du domaine de l'algèbre au collège tunisien avant l'institutionnalisation de la notion de fonction. Et ce, dans la mesure où les attentes et les exigences des institutions en termes de contenus et de compétences à développer chez les apprenants sont définies dans les curricula, qui, de leur côté, représentent l'un des cadres de référence institutionnels pour les enseignants et les enseignés. « Les programmes définis nationalement après de larges concertations s'imposent à tous comme le cadre de référence nécessaire à l'action de chaque enseignant. » (Bouvier, 1996).

Nous analyserons selon une grille multidimensionnelle les praxéologies proposées dans les parties cours et exercices des manuels scolaires officiels des niveaux de cursus 7^e, 8^e et 9^e année de base⁴, suivant la catégorisation conçue.

IV. CADRE THÉORIQUE

1. *La théorie anthropologique de Chevallard*

La Théorie Anthropologique de Didactique (TAD) de Chevallard s'inscrit dans une théorie de la didactique des mathématiques comme « science de l'étude et de l'aide à l'étude des questions de mathématiques » (Chevallard, Bosch et Gascon, 1997). La TAD prolonge la théorie de transposition didactique qui modélise le savoir mathématique en termes d'objets dans le but de l'analyse de son régime didactique. C'est à travers l'étude des pratiques institutionnelles dans leurs relations au rapport institutionnel que la théorie anthropologique se développe au sein de l'institution. « Toute pratique institutionnelle se laisse analyser, de différents points de vue, et de différentes façons, en un système de tâches relativement bien circonscrites, qui se découpe dans le flux de la pratique » (Chevallard, 1999).

2. *Le modèle épistémologique de référence MER de la pensée fonctionnelle*

La théorie anthropologique du didactique sollicite comme outil d'analyse l'élaboration de modèles épistémologiques de référence (MER) de la pensée fonctionnelle. Nous avons élaboré un modèle épistémologique de référence (MER) rendant compte des organisations régionales et locales liées à l'enseignement de l'Algèbre au collège en relation avec la notion d'interdisciplinarité.

Ainsi l'analyse du savoir à enseigner relative à certains objets d'enseignement, ne peut avoir d'intérêt pour la recherche que si elle peut être mise en parallèle avec un MER qui donne à voir les éléments essentiels de l'enseignement d'un domaine donné au regard des résultats des recherches. (Larquier et Bronner, 2015)

À partir de là, on peut définir des organisations mathématiques qui peuvent se situer à différents niveaux: ponctuelle (autour d'un unique type de tâche) OMP, locale OML, régionale OMR et globale OMG. (Chevallard, 1998, p. 5). Notre modèle épistémologique de référence (MER) de la pensée

⁴ Les trois premières années après le primaire (11-14 ans).

fonctionnelle est à la fois progressif et dynamique, car il permet de progresser à travers les différentes praxéologies régionales, tout en favorisant les interactions entre elles dans un contexte bien défini.

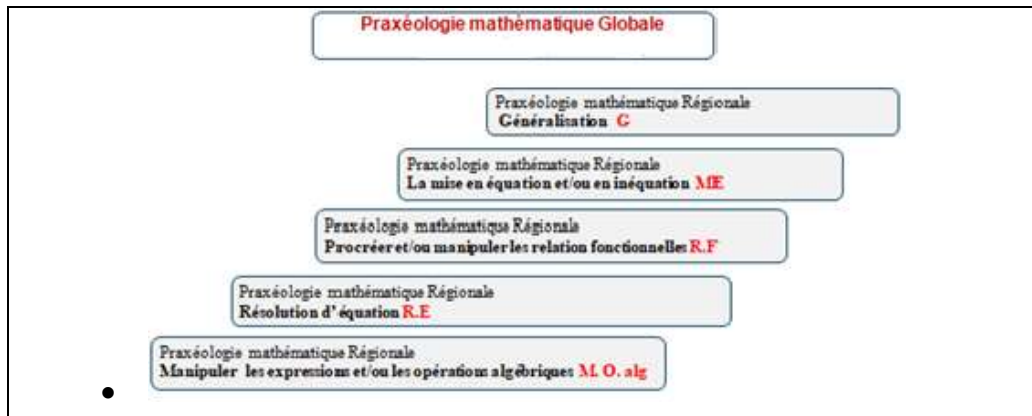


Figure 1 – Modèle épistémologiques de référence (MER) du développement de la pensée fonctionnelle

Il s'articule autour de cinq praxéologies régionales : 1) Manipulation les expressions et/ou les opérations algébriques (M.O.alg) situé au niveau de base du modèle. 2) Résolution des équations (R.E) ; correspondant au deuxième niveau de la progression. 3) Procréer et/ou manipuler les relations fonctionnelles (R.F) ; constituant une praxéologie régionale centrée sur la pensée fonctionnelle. 4) Mise en équation et/ou en inéquation ; cela renvoie directement à un processus de modélisation mathématique ; cette praxéologie régionale représente une étape avancée dans le processus de modélisation⁵ (M.E). 5) Généralisation algébrique, cette praxéologie régionale représente le niveau le plus avancé de la pensée fonctionnelle (G).

Le tableau ci-dessous présente les praxéologies locales issues des praxéologie régionales du modèle épistémologique de référence de la pensée fonctionnelle, lesquelles se traduisent en différents genre et types de tâches.

Praxéologie Régionale	Praxéologie Locale
M.O. alg	Calculer Simplifier des opérations algébriques Factoriser/développer Manipuler les expressions littérales avec/ou sans contexte
R.E.	Déterminer l'inconnu Maîtriser les outils algébriques pour résoudre une équation (les étapes de résolution)
R.F.	Manipuler la variable (calculer, compléter un tableau, représenter graphiquement etc.) Établir des relations fonctionnelles implicites et/ou explicites dans un contexte intra ou extra mathématique (interdisciplinaire)
M.E.	Le choix de l'inconnu ou la variable dans un contexte intra ou extra mathématique ou interdisciplinaire La mise en équation ou en inéquation La résolution La validation de la solution

⁵ Notre modèle épistémologique de référence ne comporte pas explicitement une praxéologie régionale de la modélisation, mais la praxéologie de la mise en équation et/ou en inéquation peut être interprétée comme une forme implicite de modélisation mathématique.

G	Détecter des régularités Exprimer ces régularités avec un langage algébrique (des symboles, alphanumérique, dessins etc.)
---	--

V. GRILLE D'ANALYSE MULTIDIMENSIONNELLE.

L'étude historique et épistémologique de l'enseignement et apprentissage de l'algèbre élémentaire, ainsi que l'examen de la littérature en didactiques portant sur le développement de la pensée algébrique et de la pensée fonctionnelle (Bednarz et al., 1996; Squalli, 2000; Radford, 2014 ; Sierpinska, 1992a ; Najar et al., 2021 ; Oueslati et Najar, 2022 ; Oueslati et Kouki, 2023), ont permis de concevoir un modèle épistémologique de référence de la pensée fonctionnelle, accompagné d'une grille d'analyse multidimensionnelle dédiée à son développement. L'élaboration de la grille nécessite l'intégration des dimensions praxéologique et sémiotique avec les dimensions sémantique et syntaxique. Pour ce faire nous avons établi une catégorisation préalable basée sur les contenus et les compétences définis par les programmes scolaires du collège (élèves âgés de 11 à 14 ans), tout en tenant compte des aspects épistémologiques, didactiques et cognitifs liés au développement de la pensée fonctionnelle. Cette grille multidimensionnelle a été exploitée pour analyser les leçons proposées dans le domaine de l'algèbre⁶ dans chaque manuel scolaire du collège tunisien. L'analyse vise en effet à expliciter le rapport institutionnel au développement de la pensée fonctionnelle au collège. Pour ce faire, nous avons croisé les trois axes suivants :

1. La dimension interdisciplinaire (Lenoir et Sauvé, 1998)

La perspective interdisciplinaire que nous avons adoptée est basée sur le fait que les curricula interdisciplinaires facilitent la création de liens et le transfert de compétences entre différentes disciplines, tout en favorisant leur connexion avec le monde réel (Marrin (1995) ; Jacobs (1995)). Cela implique d'établir des passerelles entre les disciplines en s'appuyant sur les similarités dans les contenus d'apprentissage, les concepts et les compétences cognitives et techniques. D'après Erickson (1996), Klein (1998) et Spady (1994), l'interdisciplinarité stimule le développement de compétences cognitives supérieures telles que la pensée critique, l'esprit de synthèse et d'intégration, les compétences réflexives, la compréhension des concepts (Lowe, 2002). L'attention est ainsi portée aussi bien sur le « processus d'apprentissage » que sur « le contenu de la discipline » (Pidgdon et woolly, 1993). Dans le souci de s'adapter aux nouvelles exigences du 21^{ème} siècle, la Tunisie a réformé, en 2002, son système éducatif sous couvert de l'approche par compétences. La réforme vise à favoriser l'acquisition par les apprenants des compétences leur permettant de faire face dans leur vie de citoyens de demain à des situations complexes en rapport avec leur environnement et de résoudre les problèmes auxquels ils seront confrontés⁷. Dans la réforme 2002, le choix a été fait de regrouper les disciplines en champs, et ce dans un souci d'établir des liens entre des disciplines d'un même champ de référence. C'est ainsi que la réforme 2002 retient cinq champs d'apprentissage : les langues, les sciences, la technologie, les humanités et les arts. De plus, le curriculum définit un certain nombre de compétences transversales (Oueslati et Najar, 2022).

⁶ Le curriculum tunisien comprend cinq domaines : le domaine arithmétique, le domaine statistique, le domaine de la géométrie, le domaine des mesures de grandeurs et le domaine de l'algèbre. Ces domaines seront développés tout le long des niveaux de cursus de l'enseignement de base du collège et dans les quatre niveaux de cursus de l'enseignement secondaire. C'est en première année du collège de l'enseignement de base que l'apprenant commence à s'engager à résoudre des exercices dans le domaine de l'algèbre

⁷ Nous entendons par problèmes ceux qu'on rencontre dans le quotidien dans le vécu ou/et dans le présent ou/et dans le futur de l'élève (le citoyen).

- **la dimension sémantique, syntaxique et mixte** introduite par Kouki (2018) et ainsi que les changements de registre. La mobilisation des techniques de dimension syntaxique est recommandée au niveau de ce type de tâches pour le traitement des activités du registre numérique et algébrique. Elles sollicitent les règles de calcul algébrique telles que la simplification des expressions algébriques, le développement, la factorisation, etc., afin de se ramener à des formes bien déterminées d'équation, d'inéquation, etc. Pour les techniques de dimension sémantique, elles sont plutôt recommandées au niveau des types de tâches pour le traitement des activités graphiques et autres. Pour les techniques de dimension mixte, elles sont plutôt recommandées dans la résolution des problèmes. L'apprenant est amené à mobiliser des techniques de transformations à dimension syntaxique, des techniques à dimension sémantique comme l'interprétation, la vérification dans les registres numériques, graphiques et algébriques.
- **les concepts fondamentaux et les raisonnements** en jeu dans le processus du développement de la pensée algébrique et fonctionnelle avant l'institutionnalisation du concept de fonction.

Ainsi l'articulation de ces axes, nous a amené à catégoriser les types de tâches de notre grille multidimensionnelle. À cet égard l'architecture des types de tâches porte sur les trois points de vue ;

- **le caractère ou l'ambiance du type de tâche** : Selon la dimension interdisciplinaire, on définit le caractère ou ce que nous appelons l'ambiance du type de tâche, quand cette dernière se place dans un contexte intra- mathématique ou extra-mathématique, on est alors dans une résolution d'un problème intra-mathématique⁸, ou un problème extra-mathématique⁹ ;
- **la technique et le registre** : Ce point de vue se présente par le croisement des praxéologiques mathématiques et registres de représentations sémiotiques en mobilisant les techniques sémantiques, syntaxique et mixte (Kouki, 2018) ;
- **l'approche adoptée** : Dans cette optique, nous serons en mesure de situer le type de tâche en fonction de l'approche choisie, en tenant compte les relations fonctionnelles, notamment les relations de dépendance. les types de raisonnements sollicités comprennent le raisonnement par correspondance et le raisonnement par covariance, qui interviennent dans le processus de développement de la pensée fonctionnelle sous son aspect algébrique, avant même son institutionnalisation au collège (élèves âgés de 11 à 14 ans). Dans le tableau suivant nous présentons notre grille multidimensionnelle¹⁰.

VI. PRÉSENTATION DES RÉSULTATS

Dans le paragraphe suivant, nous présenterons une série de résultats issus de l'analyse des manuels du collège tunisien, illustrés par des tableaux¹¹ croisés et accompagnés de remarques explicatives. Dans les trois niveaux de cursus 7^e, 8^e et 9^e année de base du collège tunisien, la praxéologie régionale de la

⁸ Nous entendons par problème intra-mathématique toute activité mathématique qui ne fait pas appel dans son contexte et dans sa résolution à une autre discipline et/ou au monde réel.

⁹ Nous entendons par problème extra-mathématique toute activité mathématique qui fait appel dans son contexte et/ou dans sa résolution à une autre discipline ou au monde réel.

¹⁰ Nous entendons par emplacement dans la leçon de la tâche du fait que dans chaque leçon , on distingue trois parties ; reprendre, découvrir ,appliquer et la partie exercices.

¹¹ avec un $p < 0.005$ pour chaque tableau croisé.

généralisation est presque absente dans le domaine de l'algèbre. Nous allons présenter la répartition des praxéologie mathématiques régionale comme suit :

Tableau 1 – La répartition des praxéologie mathématiques régionale

			7 ^e Année	8 ^e Année	9 ^e Année	
Praxi – Regionale	M.O	Effectif	28	25	254	307
		% du total	4,4%	3,9%	40,1%	48,5%
	M.E	Effectif	0	29	27	56
		% du total	0,0%	4,6%	4,3%	8,8%
	R.E	Effectif	3	25	69	97
		% du total	0,5%	3,9%	10,9%	15,3%
	R.F	Effectif	44	98	31	173
		% du total	7,0%	15,5%	4,9%	27,3%
Total	Effectif	75	177	381	633	
	% du total	11,8%	28,0%	60,2%	100,0%	

Nous constatons qu'en 9^e année de base la praxéologie régionale la plus sollicitée est la manipulation des expressions et/ou des opérations algébriques MO. Le pourcentage 40% est important relativement à la répartition des autres praxéologie régionales. Il est à noter que la répartition de la praxéologie régionale procréer et/ou manipuler les relations fonctionnelles RF est faible dans les trois niveaux de cursus du collège. Pour la répartition de la praxéologie régionale de la mise en équation et/ou en inéquation ME est nulle 7^e année de base, et ne dépasse pas les 5% en 8^e et en 9^e année de base.

Tableau 2 – La répartition des tâches sollicitant les R.F.de dépendance

			7 ^e Année	8 ^e Année	9 ^e Année	
R.F. de dépendance	Non	% du total	5,7%	10,9%	53,7%	70,3%
	Oui	% du total	6,2%	17,1%	6,5%	29,7%
Total		% du total	11,8%	28,0%	60,2%	100,0%

Les tâches qui mobilisent les relations fonctionnelles de dépendance sont relativement sollicitées au collège, en particulier en 8^e année de base, où elles représentent environ 17% des tâches proposées. En revanche, en 7^e et 9^e année de base, la proportion de ce type de tâche reste très faible, ne dépassant pas 7 %.

Tableau 3 – La répartition des tâches sollicitant le raisonnement de covariance

			7 ^e Année	8 ^e Année	9 ^e Année	
Rais-de covariance	Non	% du total	11,5%	27,0%	60,2%	98,7%
	Oui	% du total	0,3%	0,9%	0,0%	1,3%
Total		% du total	11,8%	28,0%	60,2%	100,0%

Nous constatons que les tâches mobilisant le raisonnement de correspondance dans les trois niveaux de cursus du collège ne dépassent pas les 2 %, tout comme le raisonnement de covariance,

ce qui reste négligeable. Cela nous amène à déduire que les concepts fondamentaux du développement de la pensée fonctionnelle au collège ne sont pas pris en charge par l'institution.

Tableau 4 – La répartition des tâches sollicitant le contexte interdisciplinaire

			7 ^e Année	8 ^e Année	9 ^e Année	
Contexte interdisciplinaire	Non	% du total	9,8%	24,0%	58,1%	91,9%
	Oui	% du total	2,1%	3,9%	2,1%	8,1%
Total		% du total	11,8%	28,0%	60,2%	100,0%

À la lumière des résultats présentés dans le tableau ci-dessus, nous sommes forcés de constater que la dimension interdisciplinaire sollicitée dans les trois niveaux du cursus au collège est très faible. Cela nous amène à prendre conscience que cette dimension, qui fait appel à d'autres disciplines (et qui est distincte de l'extra-mathématique), ne figure pas parmi les objectifs des concepteurs des manuels.

VII. CONCLUSION

L'analyse des manuels scolaires des trois niveaux de cursus - 7^e, 8^e et 9^e année de base- à travers la grille multidimensionnelle, a révélé que la répartition des tâches met en lumière une volonté institutionnelle de développer la pensée fonctionnelle dans le domaine de l'algèbre, en amont de l'institutionnalisation du concept de fonction. Toutefois cette approche présente certaines défaillances selon différentes dimensions. La praxéologie régionale de généralisation est presque absente dans les trois niveaux de cursus de l'enseignement de base au collège. Les tâches proposées dans les trois manuels scolaires sont ancrées essentiellement dans la praxéologie régionale MO et la praxéologie régionale RF. Nous notons que la 9^e année de base représente le maillon faible pour la préparation des apprenants du collège à l'enseignement et apprentissage du concept de fonction en 1^{re} année secondaire¹². En effet, les choix institutionnels de la dernière année du collège risquent de freiner cette volonté timide de l'institution de la mise place du processus de développement de la pensée fonctionnelle. Nous pouvons en déduire que les manuels scolaires du collège tunisien ne préparent pas suffisamment les élèves à l'étude des fonctions au secondaire. En effet, les tâches proposées ne stimulent pas le développement des raisonnements et des concepts fondamentaux indispensables à l'émergence d'une pensée fonctionnelle, préalable à l'institutionnalisation du concept de fonction au lycée. Par ailleurs, la dimension interdisciplinaire ; qui permettrait d'exploiter la dualité du concept de fonction en l'appliquant à divers domaines et dans diverses disciplines ; n'est ni suffisamment valorisée ni intégrée, limitant ainsi son rôle dans le développement de cette pensée.

¹² L'année qui vient juste après la 9^e année de l'enseignement de base.

RÉFÉRENCES

- Beane J. A. (1995). Curriculum integration and the disciplines of knowledge. *Phi Delta Kappan*, 76, 616-621.
- Bednarz, N. et Dufour-janvier, B. (1996). Emergence and development of algebra as a problem solving tool: Continuities and discontinuities with arithmetic. Dans N. Bednarz, C. Kieran, L. Lee (dir.), *Approaches to algebra. Perspectives for research and teaching* (p. 115-136). Kluwer Academic Publishers.
- Boyer J.-Y. (1983). Pour une approche fonctionnelle de l'intégration des matières au primaire. *Revue des sciences de l'éducation*, IX(3), 433-452.
- Ben Nejma, S. (2020). Exploitation de l'histoire dans une analyse didactique du développement de la pensée fonctionnelle au début de l'enseignement secondaire tunisien. *Revue québécoise de didactique des mathématiques*, 1, 38-69.
- Ben Nejma, S. (2021). La place de la modélisation dans l'enseignement de l'algèbre élémentaire : pratiques institutionnelles et pratiques enseignantes dans le système éducatif tunisien. *ITM Web of Conferences*, 39, article 01009.
- Charbonneau, L. (1987a), Chronique : l'histoire des mathématiques. Première partie : fonction : du statisme grec au dynamisme du début du XVIIIème siècle. *Bulletin de l'AMQ*, 5(1).
- Chevallard Y. (1998) Analyse des pratiques enseignantes et didactiques des mathématiques : L'approche anthropologique. Dans R. Noirfalise (dir.), *Analyse des pratiques enseignantes et didactiques des mathématiques. Actes de l'Université d'été de didactique de La Rochelle* (p. 119-140). IREM de Clermont Ferrand.
- Djebbar, A. (2001). *Une histoire de la science arabe. Entretiens avec J. Rocmorduc*. Seuil.
- Kouki, R. (2018). L'articulation des dimensions syntaxique et sémantique en algèbre du secondaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 38(1), 43–78. <https://revue-rdm.com/2018/1-articulation-des-dimensions/>
- Legrand, L. (1986). *La différenciation pédagogique*. Scarabée.
- Lenoir, Y. et Sauvé. L. (1998a). L'interdisciplinarité et la formation à l'enseignement primaire et secondaire. Quelle interdisciplinarité pour quelle formation? Introduction du numéro thématique : Interdisciplinarité et formation à l'enseignement primaire et secondaire. *Revue des sciences de l'éducation*, XXIV(1), 3-29.
- Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. Dans N. Bednarz, C. Kieran et L. Lee (dir.), *Approaches to algebra : Perspectives for research and teaching* (p. 65–86). Kluwer.
- Meirieu, P. (1986). Éditorial. *Cahiers pédagogiques [numéro spécial]*, (2), 244-245.
- Najar, R., Squalli, H., Adihou, A. et Abouhanifa, S. (2021). Transition primaire-collège au Bénin, Maroc et Tunisie : Pour un état des lieux, comparaison et perspectives de l'enseignement de l'arithmétique et de l'algèbre. *ITM Web of Conferences*, 39, article 01004. <http://dx.doi.org/10.1051/itmconf/20213901004>
- Oueslati, S. et Kouki, R. (2023). Un modèle de grille d'analyse multidimensionnelle pour l'étude du processus de transposition didactique de l'algèbre au collège. Dans A. Naceur et R. Kouki (dir.), *Méthodologie de la recherche doctorale*. Hammamet

- Oueslati, S. et Najar, R. (2022). *L'approche interdisciplinaire dans l'enseignement : cas du système d'enseignement tunisien*. ADiMA 3.
- Passaro, V. (2007). *Étude expérimentale sur le développement du concept de covariation entre deux grandeurs révélées par une analyse des représentations spontanées d'élèves du premier cycle du secondaire* [Mémoire de maîtrise, Université du Québec à Montréal].
- Radford, L. (2014). The progressive development of early embodied algebraic thinking. *Mathematics Education Research Journal*, 26, 257-277.
- Smida, H. (2003). *L'enseignement des mathématiques en Tunisie : Genèse et Destinée*. EMF 2003.
- Sierpinska, A. (1992a). On understanding the notion of function. Dans G. Harel et E. Dubinsky (dir.), *The concept of function : Aspects of epistemology and pedagogy* (p. 25-58). MAA Notes.
- Squalli, H. (2002) Le développement de la pensée algébrique à l'école primaire: un exemple de raisonnement à l'aide de concepts mathématiques. *Instantanés mathématiques*, 39, 4-13.
- Squalli, H. (2000). *Une reconceptualisation du curriculum d'algèbre dans l'éducation de base* [Thèse de doctorat en éducation, Université Laval].
- Squalli, H. et Jeannotte, D. (2024). Un modèle praxéologique de référence de la pensée algébrique élémentaire. *Revue québécoise de didactique des mathématiques, Thématique 2*(Tome 2), 66-101.
<https://doi.org/10.71403/www4c62>

ANNEXES

Code		Q-Ouverte	
Emplacement dans la leçon		Q-Fermée	
Praxies-Régionale		Statut inconnue	
Genre de tâche		Statut variable	
Type de tâche		R-F- de dépendance	
Cadre		Raisonnement de correspondance	
Registre		Raisonnement de covariance	
Technique sémantique		Contexte interdisciplinaire	
Technique syntaxique		Contexte de la vie réelle	
Technique mixte		Contexte intra-mathématique	

Figure 2 – Grille multidimensionnelle d'analyse