DÉCRIRE ET COMPRENDRE LA PENSÉE RELATIONNELLE : ANALYSE DES STRATÉGIES DES ENFANTS DU PRÉSCOLAIRE DANS UN CONTEXTE NON NUMÉRIQUE DE SITUATIONS D'ÉQUIVALENCE[1]

| ANWANDTER CUELLAR* NATHALIE, POLOTSKAIA** ELENA, DUFOUR*** RAPHAËLLE, ROBERT**** VIRGINIE ET ABDALLAH***** ÉLISE

Résumé | Cette communication examine la pensée relationnelle en s'appuyant sur les notions de quantité et de grandeur comme base mathématique. À travers une recherche qualitative portant sur les gestes, discours et interactions d'enfants dans cinq classes de préscolaire, nous étudions le développement de cette pensée dans un contexte non numérique d'équivalence de poids. Les résultats mettent en lumière les différentes stratégies déployées par les enfants pour mobiliser leur pensée relationnelle et révèlent les diverses façons dont cette dernière se manifeste.

Mots-clés : pensée relationnelle, équivalence, stratégies, préscolaire

Abstract | This paper examines relational thinking by relying on the concepts of quantity and measure as a mathematical basis. Through qualitative research focusing on the gestures, speeches and interactions of children in five preschool classes, we study the development of this thinking in a non-numerical context of weight equivalence. The results highlight the different strategies deployed by children to mobilize their relational thinking and reveal the various ways in which it manifests.

Keywords: Relational thinking, equivalence, strategies, preschool

I. INTRODUCTION

Les chercheurs en éducation étudient depuis longtemps les difficultés d'enseignement et d'apprentissage de l'algèbre au secondaire, attribuées à une rupture entre l'arithmétique et l'algèbre lors de la transition du primaire au secondaire (Cai et Knuth, 2011 ; Kieran, 2004). Dans ce contexte, la pensée relationnelle est considérée comme un élément clé du développement des compétences algébriques et arithmétiques des enfants à toute âge (Britt et Irwin, 2011; Polotskaia et al., 2017) permettant une meilleure articulation entre ces deux domaines. À la différence des procédés de calcul sur les opérations, la pensée relationnelle met l'accent sur les relations, les structures et les propriétés des opérations arithmétiques (Carpenter et al., 2005). Par exemple, pour comparer $18 + 14$ et $18 + 16$, beaucoup d'élèves effectueraient les additions ($32 < 34$). Une approche basée sur les relations consiste à remarquer que 18 est identique des deux côtés et que $14 < 16$, donc $18 + 14 < 18 + 16$. La première stratégie est opérationnelle (on calcule), tandis que la seconde est relationnelle (on raisonne sur les relations).

Bien qu'un grand nombre de recherches portent sur la pensée relationnelle, il fut constaté par des auteurs du présent article (Anwandter Cuellar, 2021; Polotskaia et al., 2019) que la plupart des écrits à

[1] Cette communication est le résultat d'un programme de recherche financé par le Conseil de recherches en sciences humaines du Canada (CRSH).

* Université du Québec en Outaouais – Canada – nathalie.anwandter@uqo.ca

** Université du Québec en Outaouais – Canada – elena.polotskaia@uqo.ca

*** Université du Québec à Rimouski – Canada – Raphaelle.Dufour@uqar.ca

**** Université Laval – Canada – Virginie.Robert@fse.ulaval.ca

***** Université du Québec en Outaouais – Canada – elise.abdallah@uqo.ca

ce sujet ont été réalisé auprès d'enfants de 8 à 12 ans pour qui les nombres représentent la base du raisonnement. En outre, des études (Anwandter Cuellar et al., 2018; Blanton et al., 2018) rapportent qu'une arithmétique centrée uniquement sur les connaissances opérationnelles, se manifestant déjà au préscolaire et affecte la capacité des enfants à développer leur pensée relationnelle. Ces constats, nous conduisent aux questionnements suivants : *Les enfants du préscolaire sont-ils en mesure de déployer cette pensée sans que les nombres et les calculs constituent les fondements principaux de leurs connaissances ? Si oui, de quelles manières ?*

Des recherches effectuées auprès de jeunes enfants mettent en lumière les notions de quantité et de grandeur à titre de base mathématique pour le développement de la pensée relationnelle (Venenciano et al., 2021). Fondée par Davydov et ses collaborateurs (Davydov, 2008), cette école de pensée se concentre sur l'analyse des relations comparatives qui existent entre des quantités, analogiquement à l'approche de la pensée relationnelle (Kieran, 2007). Les tenants de cette perspective sont notamment d'avis que les notions de quantité et de grandeur peuvent donner accès à l'étude des premières lois générales mathématiques et au développement de la pensée théorique chez l'enfant, et cela bien avant l'introduction formelle du nombre dans l'enseignement. La pensée relationnelle de Davydov (2008) est, à notre sens, une avenue prometteuse pour assurer l'articulation entre l'algèbre et l'arithmétique puisqu'elle permet de réfléchir à la structure des relations, de dégager et de généraliser les propriétés de ces structures.

Nous menons ainsi notre recherche dans la perspective d'étudier l'émergence et les manifestations de la pensée relationnelle chez les enfants âgés de 4 à 6 ans placés dans un contexte non-numérique d'un jeu d'équivalence de poids avec des balances.

II. CADRE THÉORIQUE

1. La pensée mathématique

Reconnaissant que l'enfant se développe et apprend au moyen de l'interaction avec son environnement et de la culture sous-jacente, nous situons cette recherche dans un paradigme socioculturel de l'enseignement et de l'apprentissage (Vygotski, 1985; Radford, 2006). Tout comme Radford (2006, 2012) s'inspirant entre autres de Vygotski, nous considérons la pensée comme « une pratique sociale tangible matérialisée dans le corps (par des actions kinesthésiques, des gestes, de la perception, de la visualisation), dans l'utilisation de signes (symboles mathématiques, graphiques, mots écrits et parlés) et d'artéfacts de différentes sortes (règles, calculatrice, etc.) » (Radford, 2012, p.120, traduction libre). Sous une conception dialectique de la pensée et de l'activité comme un ensemble dynamique, il est permis de croire que le déploiement de la pensée et des apprentissages mathématiques s'extériorise sous forme de diverses unités sémiotiques, telles que les actions, les discours, le recours à des artéfacts, etc. (Radford, 2012).

2. La pensée relationnelle et l'équivalence

La pensée relationnelle est un aspect essentiel de la pensée algébrique. Des chercheurs (p.ex. Jacobs et al., 2007) soulignent qu'un débat existe pour déterminer si la pensée relationnelle constitue une manière de penser qui prépare à l'apprentissage de l'algèbre ou si elle est en elle-même une forme de pensée algébrique. Cependant, ils concluent que l'un des objectifs fondamentaux de l'intégration de la pensée relationnelle dans le programme de l'école primaire est de faciliter la transition des élèves vers l'étude formelle de l'algèbre au secondaire. La pensée relationnelle permet de voir les expressions et équations mathématiques comme un tout plutôt que comme des processus de calculs individuels. D'après Molina et al., (2008), les élèves utilisant ce type de pensée sont capables de considérer une phrase numérique comme un tout, puis d'analyser sa structure mathématique et ses éléments importants pour élaborer des solutions.

La pensée relationnelle s'intéresse, entre autres, aux relations d'égalité et d'inégalité. D'un point de vue opérationnel, le symbole égal est considéré comme un symbole indiquant, de manière unidirectionnelle, que la réponse va suivre (Stephens, 2006). Cependant, la résolution d'une équation, par exemple, repose sur l'idée de trouver des valeurs permettant l'équivalence des expressions de part et d'autre du symbole égal (Duval et Pluvinage, 2016). Ainsi, les élèves qui auront une conception opérationnelle du symbole « = » auront des difficultés avec la résolution d'équations (Stephens et al., 2020). Les recherches de Franke et al. (2001) évoquent que, lorsque les élèves perçoivent le signe égal comme un symbole relationnel, ils se concentrent sur la structure de l'expression et appliquent des stratégies appropriées pour résoudre l'équation numérique selon les opérations en jeu.

Au niveau du préscolaire, Blanton et al., (2018) et son équipe ont observé les tentatives et réflexions des enfants pour atteindre l'égalité dans une équation mathématique où le symbole « = » est présent, ce qui les a amenés à considérer trois niveaux de pensée: opérationnelle, si les élèves comprennent le symbole « = » comme un opérateur ; relationnelle émergente, si les stratégies des élèves présentaient des caractéristiques hybrides, c'est-à-dire, opérationnelles et relationnelles ; et relationnelle, qui indique l'utilisation de « = » comme une l'équivalence entre des quantités. D'autres modèles pour l'équivalence qui s'appuient sur les relations ont été aussi proposés tels que le « construct map » de Matthews et son équipe (2012) ou celui de Stephens et Wang (2008). Cependant, ceux-ci intègrent déjà le symbolisme et les nombres et mettent l'accent sur les structures de problèmes proposés aux enfants. Dans le contexte non numérique de cette recherche, et en l'absence du symbole d'égalité au niveau préscolaire, aucune de ces propositions n'est entièrement adaptée à notre étude, bien qu'elles puissent nous inspirer.

Ainsi, dans notre projet, nous avons adopté l'approche de Davydov (2008) pour étudier le développement du concept d'équivalence chez les apprenants de 4 à 6 ans. Davydov propose d'utiliser des contextes liés aux grandeurs tels que les longueurs et les volumes d'eau. Au début de l'apprentissage des nombres et des calculs, la pensée relationnelle consiste à questionner ou reconnaître l'équivalence des grandeurs ou des quantités et ses propriétés, matérialisée par les gestes ainsi que par le discours qui l'accompagne.

III. MÉTHODOLOGIE

Nous avons développé quatre situations de jeux mathématiques que nous avons proposés à cinq classes de préscolaire de janvier à avril 2023. Les deux premiers jeux (jeux 1 et 2) visaient à établir une base de connaissances pour engager les élèves dans les activités suivantes, tandis que les deux derniers jeux (jeux 3 et 4) étaient axés sur l'étude de l'émergence de la pensée relationnelle. Les jeux 3 et 4 ont été animés par les chercheuses en ateliers de petits groupes (2 à 4 enfants) toutes les deux semaines et filmés. Nous avons laissé ces jeux dans les classes entre les visites et sommes finalement revenus pour filmer les périodes de jeux libres.

Pour cette communication, nous présentons l'analyse préliminaire du jeu 3, expérimenté par une chercheuse et trois enfants : Miriam, Nora et Mathéo. Il s'agit d'un jeu de règles composé de cartes, d'une balance à plateaux et des blocs représentant des animaux pesant 10 grs (souris en bleu), 20 grs (chat en rouge), 30 grs (chien en vert) et 40 grs (cochon en jaune). On peut donc observer plusieurs relations : p(2souris)=p(1chat)[2]; p(1souris et 1chat)=p(1chien), p(2chats)=p(1cochon), etc.

[2] « p » exprime le poids.

Image 1 *– Matériel du jeu 3*

La règle du jeu est de placer tous les animaux représentés sur des cartes (cf. Image 1) dans les contenants de la balance pour atteindre l'équilibre (sans connaître leur poids réel). Quand l'enfant réussit, il garde la carte et peut en piger une nouvelle. L'enfant gagnant est celui qui a le plus de cartes à la fin du jeu.

Le contexte de ce jeu n'est pas numérique ; les enfants n'ont pas besoin de compter, car le maximum d'animaux semblables sur une même carte est de quatre, et le poids de chaque animal n'est pas exprimé numériquement. L'équivalence a déjà été introduite comme « balance en équilibre » ou « balance en position égale » lors de deux premiers jeux. Les enfants n'ont pas exprimé leur solution par écrit ou en dessin ; ainsi, le symbole « = » n'a pas été utilisé.

L'analyse des vidéos a été réalisée de manière semi-inductive (Blais et Martineau, 2006) en tenant compte des mots et des gestes des enfants afin de reconstruire les processus de pensée des enfants (Radford, 2012). Ainsi, nous avons procédé au codage des vidéos à l'aide du logiciel Atlas.ti. Nous avons créé des codes regroupés en cinq groupes : enfant qui joue, carte en main, stratégie mobilisée (selon les gestes et le discours de l'enfant), équilibre obtenu ou non obtenu de la balance et contenu du discours de l'enfant. Nous présentons dans la suite une description de quelques stratégies observées (Cf. Tableau 1) :

Tableau 1 – *Codes utilisés pour les principales stratégies mises en place par les enfants*

Stratégie	Description de la stratégie
Distribution 1 à 1	L'enfant distribue 1 à 1 chaque animal dans la balance.
Soupeser	L'enfant prend les objets avec ses mains afin de « sentir » leurs poids.
Compensation	L'enfant ajoute des blocs d'animaux sur la table (externes à la balance) à un contenant (plus haut) après avoir observé que la balance n'est pas en équilibre.
Contrebalancer	L'enfant met des blocs d'animaux sur la balance et les déplace (d'un contenant bas) à un autre (plus haut) après avoir observé que la balance n'est pas en équilibre.
Partager	L'enfant sépare les blocs d'animaux (p.ex. 4 souris) en deux groupes de même quantité (2 souris et 2 souris) et les place sur la balance.
Essai-erreur	L'enfant essaie, déplace des blocs, sans une stratégie claire.
Équivalence connue	L'enfant utilise l'équivalence de poids connues (rappel d'équivalence entre les poids des animaux) pour trouver la solution de la carte.

Nous avons créé des catégories afin de décrire le contenu du discours en lien avec les relations exprimées par les enfants et raffiner nos analyses (Cf. Tableau 2) :

Tableau 2 – *Codes utilisés pour le contenu du discours exprimé par les enfants*

Contenu du discours de l'enfant	Description	Exemple d'éléments observables dans de réponses des enfants à la question: comment as-tu fait?
Relations quantitatives	L'enfant discute des relations quantitatives en lien avec le nombre d'objets (quantité d'objets).	« Quatre souris, c'est pareil que deux et deux »
Relations qualitatives	L'enfant discute des relations qualitatives, approximatives des poids des objets.	« La souris est plus légère que le chien »
Relations explicites	L'enfant discute des relations d'équivalence entre les poids des animaux.	« Trois souris c'est pareil qu'un chien »

IV. RÉSULTATS

Pour présenter nos premiers résultats, nous allons illustrer quelques-unes des stratégies et des relations à l'aide de trois exemples tirés des extraits des vidéos du déroulement du jeu 3 pour trois enfants : Miriam, Nora et Mathéo.

1. *Le cas de Miriam*

Nous présentons, dans cette partie, Miriam qui prend la carte 1 souris, 1 chien et 1 cochon. L'équivalence à trouver est p(1souris et 1chien)=p(1cochon).

Pour commencer, l'enfant place la souris et le cochon en C1 (contenant 1 de la balance) et le chien en C2 (contenant 2 de la balance) (ainsi p(C1)>p(C2)). Ensuite, elle place le cochon avec le chien, et pousse le contenant 1 vers le bas (cf. image 2).

Image 2 – *Geste de Miriam pour pousser le contenant 1 de la balance*

- Miriam: Rrr (elle semble fâchée) ça a pas fonctionné! (Elle remet la souris et le cochon en C1 et laisse le chien en C2)
- Miriam : Non! (Elle laisse la souris en C1 et met le chien avec le cochon en C2 et pousse C1 vers le bas)
- Chercheuse : Est-ce que tu as tout ce qu'il fallait?
- Miriam : (Miriam reprend tous les animaux dans ses mains) en premier le cochon…et la souris et après un chien (Miriam remet le cochon et la souris en C1, elle observe la balance et met le chien en C2) Non!
- Miriam : (elle échange la souris avec le chien) rrr… ca a pas fonctionné encore! (Miriam reprend tous les animaux. Elle met le cochon dans C2 et met la souris en C1…elle observe la balance et ajoute le chien en C1 (p(C1)=p(C2))

L'approche de Miriam est basée sur l'essai-erreur. Elle sait que pour gagner le jeu, la balance doit être en équilibre. Cependant, elle ne parvient pas à établir de relations entre les animaux représentés sur les cartes, bien qu'elle ait déjà joué plusieurs cartes et réussi quelques-unes. Elle aurait pu compenser ou contrebalancer pour équilibrer la balance, par exemple, en ajoutant des éléments au contenant plus léger, mais elle tente de forcer la balance pour l'équilibrer. Même si elle a réussi la tâche à la fin, on ne peut pas savoir s'il s'agit de l'observation d'une relation entre les poids des animaux ou du hasard. Les relations qu'elle tente de formuler sont insuffisantes pour mettre la balance en équilibre plus rapidement.

2. Le cas de Nora

Dans l'extrait suivant, nous discuterons de la carte 4 souris et 2 chats obtenue par un enfant que nous appellerons Nora. Pour cette carte, deux équivalences sont possibles : p(1chat) + p(2souris) = p(1chat) + p (2souris) ou encore p(2chats) = p(4souris). Nora commence à appliquer la stratégie de distribution 1 à 1, elle place d'abord un chat dans chaque contenant, puis ajoute une souris dans chacun. Alors, qu'elle n'arrive pas à finir de placer les souris restantes, son ami de jeu l'interrompt et lui suggère d'appliquer plutôt une autre stratégie. Tout ce qu'elle fait ensuite ne lui permet pas d'obtenir l'équilibre de la balance jusqu'à ce que la chercheuse intervienne et lui dise de tout recommencer et de prendre la stratégie qu'elle voulait prendre initialement :

(Nora soupèse avec ses mains, un chat et une souris. Elle place un chat en C1 et une souris en C2, elle place ensuite une souris en C1 et un chat en C2. Elle attend et observe l'équilibre de la balance, et place finalement une souris de chaque côté (p(C1)=p(C2)).

- Chercheuse: Oh! Pourquoi est-ce que ça fonctionne maintenant?
- Nora: Il y a trois ici et trois ici (elle pointe respectivement les deux contenants)
- Chercheuse: Mais est-ce que c'est… Tu as mis trois quoi?
- Nora : Trois souris et trois rouges [chats], parce que les souris pèsent un petit peu, et le chat pèse beaucoup. Ça va lever un petit peu et lui aussi.

Le geste de soupeser indique que Nora tente de percevoir la différence de poids entre la souris et le chat. En plaçant une souris et un chat dans chaque contenant, elle semble utiliser une stratégie de compensation basée sur les différences de poids observées : si p(chat) > p(souris), alors en ajoutant une souris avec le chat et un chat avec la souris, les poids deviennent équivalents. Cependant, son discours qui suit porte davantage sur les quantités d'objets (« trois ici et trois ici ») plutôt que sur les poids. Ce n'est qu'après l'intervention de la chercheuse qu'elle évoque le poids (« pèse un petit peu, pèse beaucoup »). Son discours sur le choix de l'animal ne repose ni sur le comptage ni sur une équivalence connue (p(1chat) = p(2souris)). Au lieu de cela, elle utilise des arguments qualitatifs approximatifs. Nous pouvons suggérer que le raisonnement de Nora est fortement guidé par la compréhension de la situation en termes d'équilibre ou d'équivalence. Le geste de soupeser les animaux a été nécessaire pour établir les relations qualitatives entre les poids des animaux et pour amorcer un passage d'un raisonnement basé sur les quantités vers un raisonnement sur les relations de poids. Ses gestes (p.ex. soupeser) et son discours (p.ex. pèse beaucoup) participent à l'établissement de la relation entre les chats et les souris ; Nora opère donc sur la relation bien que cette relation soit qualitative.

3. Le cas de Mathéo

Un enfant, que nous nommerons Mathéo, obtient une deuxième fois la carte 1 chat et 2 souris, il place rapidement deux souris d'un côté et un chat de l'autre côté. Comme cette carte était déjà apparue auparavant, il semble se souvenir, car il dit à la chercheuse « c'est la même chose » et montre la carte précédente. Par la suite, la camarade de Mathéo sort la carte 4 souris et 2 chats. Mathéo conseille son amie : « mets toutes les souris là (C2) et les deux chats là (C1) ». La chercheuse demande à Mathéo comment il le sait, il répond : « je le sais ».

Plus tard dans le jeu, il prend la carte 1 chien, 1 chat et 3 souris. Mathéo équilibre la balance avec 1 chien et 1 souris dans C1, 1 chat et 2 souris dans C2, la chercheuse lui demande ce qui se passerait si elle enlevait une souris de chaque contenant, Mathéo répond que « c'est encore ça » en pointant la balance en équilibre. Sa capacité à anticiper l'équilibre en ajoutant ou en retirant des animaux semble montrer une compréhension relationnelle de l'équivalence de poids dans la balance qui n'est pas restreinte au matériel concret. Par la suite, la chercheuse propose :

– Chercheuse: Et si je rajoute un chat ici (C1) et deux souris là (C2) (elle garde les objets par-dessus les contenants pour montrer où les objets seraient déposés)

– Mathéo : (il réfléchit quelques secondes) Ça va être comme ça (il bouge ses mains, cf. Image 3)

Image 3 *– Geste de Mathéo pour indiquer l'équilibre de la balance*

– Chercheuse : Lequel va être plus lourd?

– Mathéo: Personne!

– Chercheuse: Comment tu le sais?

– Mathéo: Parce que…ça c'est plus lourd (il indique le chat), que les deux (il indique la souris).

Dans ce cas, Mathéo semble utiliser l'équivalence « p(2souris) = p(1chat) » pour anticiper que l'équilibre sera maintenu lors de cette transformation avec l'ajout des animaux dont leur poids est équivalent. Même si dans son discours, il justifie avec des arguments plutôt qualitatifs, les relations établies par Mathéo sont explicites. Il a été capable d'anticiper l'équivalence avec l'ajout ou le retrait d'animaux et avec le remplacement d'un animal par un ensemble d'animaux équivalents en poids. Le raisonnement de Mathéo s'opère sans qu'il ait besoin de manipuler le matériel ; il anticipe la solution à la tâche en se basant sur la relation p(2souris)=p(1chat) et ensuite il est capable d'anticiper la transformation de l'équivalence : si p(1chien et 1souris)=p(1chat et 2souris) alors p(1chien et 3 souris)=p(2chats et 2souris).

V. DISCUSSION

Les recherches précédentes se sont majoritairement focalisées sur l'exploration de la pensée relationnelle en utilisant les concepts d'égalité et d'équivalence dans des contextes où le symbolisme et les nombres étaient déjà présents (p.ex. Blanton et al., 2015; McNeil et al., 2019, Stephens et al., 2020). Cependant, notre étude s'inscrit dans une lignée de travaux suggérant qu'il est possible de développer la pensée relationnelle chez les jeunes enfants avant l'introduction formelle des nombres et du symbolisme, en se basant sur les notions de grandeur et de quantité (Davydov, 2008).

Cette étude met en évidence diverses stratégies employées par les enfants pour résoudre une tâche liée à la notion d'équivalence dans un contexte non numérique. Comme chez nos trois enfants, nos observations indiquent qu'une majorité d'entre eux mobilisent fréquemment une combinaison de stratégies. À cet égard, nos résultats suggèrent que, dès un très jeune âge, la pensée relationnelle se manifeste sous différentes formes à travers les stratégies adoptées et les discours des enfants. Plus particulièrement, dans nos exemples, nous avons pu illustrer trois manifestations de la pensée mathématique dans les gestes, discours et interactions de nos enfants. Miriam, bien qu'elle comprenne que le jeu nécessite d'obtenir l'équilibre entre les deux côtés de la balance et qu'elle arrive à trouver la solution par essais-erreurs, elle a de la difficulté à mettre en relation les poids des animaux. De son côté, Nora commence par un discours quantitatif avant d'adopter un discours plus qualitatif, en s'appuyant sur des estimations approximatives des poids des animaux (« pèse pas beaucoup », « pèse moyen »). Bien qu'elle n'utilise pas explicitement la relation « p(2 souris) = p(1 chat) », ses gestes et son discours révèlent une compréhension intuitive et profonde de l'équivalence et des relations, lui permettant de tirer des conclusions logiques. Finalement, le contenu du discours de Mathéo est davantage centré sur des relations explicites, puisqu'il est en mesure d'expliquer (et même d'anticiper) l'effet de certaines actions sur le résultat de la balance en se basant sur des relations d'équivalence entre le poids des animaux, des substitutions et des transformations.

Ces résultats nous montrent que, bien que les chercheurs dans l'approche de l'Early Algebra utilisent de petits nombres pour discuter des concepts algébriques et relationnels avec les élèves, l'approche d'enseignement développemental (Davydov, 1982) ne nécessite pas de connaissance des nombres de la part des élèves pour introduire les relations mathématiques. Même si certains enfants peuvent déjà avoir développé certaines de ces connaissances, celles-ci ne sont pas vraiment utilisées pour établir ou utiliser des relations simples entre des quantités continues. Dans plusieurs expériences (p.ex. Mellone et al., 2018 ; Eriksson et Eriksson, 2020), il a été montré que de jeunes enfants peuvent travailler avec des quantités continues (volume, longueur, etc.) sans compter ni utiliser d'expressions numériques.

De plus, ces différentes manifestations de la pensée relationnelle dans le contenu du discours des enfants que nous pouvons interpréter comme quantitative, qualitative et explicite, nous ont permis d'observer que les enfants peuvent exprimer leur pensée en utilisant des systèmes sémiotiques (gestes et discours) de différents niveaux d'abstraction et différents outils de communication. Ainsi, si des contextes non numériques sont utilisés pour étudier les relations et les structures, il serait pertinent que les modes de communication et de représentation adoptés soient également non numériques. Nous considérons que nos observations constituent une première étape vers la construction d'un cadre d'analyse visant à décrire les différentes formes de la pensée relationnelle chez les jeunes enfants dans un contexte non numérique et non symbolique.

VI. CONCLUSION

En conclusion, notre étude renforce les résultats des travaux s'inscrivant dans la théorie de Davydov (2008) qui suggèrent que des contextes non numériques peuvent être utilisés avec des enfants de 4 à 5 ans pour initier le développement de la pensée relationnelle. Notre étude cherche ainsi à élargir la définition de la pensée relationnelle utilisée dans les approches d'Early Algebra pour inclure la compréhension de relations qualitatives, quantitatives et explicites et l'utilisation d'outils de communication accessibles aux jeunes enfants mais qui ne sont pas encore développés pour représenter un système sémiotique pleinement formé (Polotskaia et al., 2024). Cependant, ces contextes et les systèmes sémiotiques que les jeunes enfants peuvent déployer pour exprimer leur pensée et faire progresser cette pensée restent à définir et caractériser.

RÉFÉRENCES

Anwandter Cuellar, N. S., Polotskaia, E. et Passaro, V. (2021). La genèse de la pensée algébrique chez les enfants de trois à huit ans. Une revue de la littérature scientifique. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 21*, 740–757. https://doi.org/10.1007/s42330-021-00185-z

Anwandter Cuellar, N. S., Lessard, G., Boily, M. et Mailhot, D. (2018). L'émergence de la pensée algébrique au préscolaire : les stratégies des élèves concernant la notion d'équivalence mathématique. *Revue des sciences de l'éducation de McGill, 53*(1), 146-168.

Blais, M. et Martineau, S. (2006). L'analyse inductive générale : description d'une démarche visant à donner un sens à des données brutes. *Recherches qualitatives, 26*(2), 1-18.

Blanton, M., Otálora, Y., Brizuela, B. M., Gardiner, A. M., Sawrey, K. B., Gibbins, A. et Kim, Y. (2018). Exploring kindergarten students' early understandings of the equal sign. *Mathematical Thinking and Learning, 20*(3), 167-201.

Blanton, M., Stephens, A. C., Knuth, E. et Gardiner, A. (2015). The development of children's algebraic thinking: The impact of a comprehensive early algebra intervention in third grade. *Journal of Research in Mathematics Education, 46*(1), 39-87.

Britt, M. S. et Irwin, K. C. (2011). Algebraic thinking with and without algebraic representation: A pathway for learning. Dans J. Cai et E. Knuth (dir.), *Early Algebraization. Advances in Mathematics Education* (p. 137-159). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-642-17735-4_10

Cai, J. et Knuth, E. (dir.). (2011). *Early algebraization-curricular, cognitive and instructional perspectives. Advances in mathematics education*. Springer.

Carpenter, T. P., Madison, L. L., Franke, M. L. et Zeringue, J. K. (2005). Algebra in elementary school: Developing relational thinking. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 37*(1), 53-59.

Davydov, V. V. (2008). *Problems of developmental instruction: A theoretical and experimental psychological study*. Nova Science Publishers.

Davydov, V. V. (1982). Psychological characteristics of the formation of mathematical operations in children. Dans T. P. Carpenter, J. M. Moser et T. A. Romberg (dir.), *Addition and subtraction: Cognitive perspective* (p. 225–238). Lawrence Erlbaum Associates.

Duval, R. et Pluvinage, F. (2016). Apprentissages algébriques, Première Partie: points de vue sur l'algèbre élémentaire et son enseignement. *Annales de didactique et de sciences cognitives, 21*, 117-152.

Eriksson, H. et Eriksson, I. (2020). Learning actions indicating algebraic thinking in multilingual classrooms. *Educational Studies in Mathematics*, *106*(3), 363-378.

Franke, M., Carpenter, T., Levi, L. et Fennema, E. (2001). Capturing teachers' generative change: A follow-up study of professional development in mathematics. *American Educational Research Journal, 38*(3), 653-689. https://doi.org/10.3102/00028312038003653

Jacobs, V. R., Franke, M. L., Carpenter, T. P. et Levi, L. (2007). Professional development focused on children's algebraic reasoning in elementary school. *Journal for Research in Mathematics Education, 38*(3), 258-288.

Kieran, C. (2007). *What do we know about the teaching and learning of algebra in the elementary grades?* [Résumé de recherche]. National Council of Teachers of Mathematics. http://www.nctm.org/news/content.aspx?id=12326

Kieran, C. (2004). The core of algebra: Reflections on its main activities. Dans K. Stacey, H. Chick et M. Kendal (dir.), *The future of the teaching and learning of algebra: The 12th ICMI study* (p. 21-33). Kluwer.

Matthews, P., Rittle-Johnson, B., McEldoon, K. et Taylor, R. (2012). Measure for measure: What combining diverse measures reveals about children's understanding of the equal sign as an indicator of mathematical equality. *Journal for Research in Mathematics Education, 43*(3), 316-350. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.43.3.0316

McNeil, N. M., Hornburg, C. B., Brletic-Shipley, H. et Matthews, J. M. (2019). Improving children's understanding of mathematical equivalence via an intervention that goes beyond nontraditional arithmetic practice. *Journal of Educational Psychology*, *111*(6), 1023-1044. https://doi.org/10.1037/edu0000337

Mellone, M., Ramploud, A., Di Paola, B. et Martignone, F. (2018). Cultural transposition: Italian didactic experiences inspired by Chinese and Russian perspectives on whole number arithmetic. *ZDM, 51*(1), 199-212.

Molina, M. et Ambrose, R. (2008). From an operational to a relational conception of the equal sign. Thirds graders' developing algebraic thinking. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 30*(1), 61-80.

Polotskaia, E., Anwandter Cuellar, N., Savard, A. et Robert, V. (2024). Learning routes for algebraic thinking in preschool. Dans T. Evans, O. Marmur, J. Hunter, G. Leach et J. Jhagroo (dir.), *Proceedings of the 47th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Volume 4*. (p. 9–16). PME.

Polotskaia, E., Anwandter Cuellar, N. et Savard, A. (2019). *La réussite en mathématiques au secondaire commence à la maternelle: Synthèse des connaissances sur les pratiques d'enseignement des mathématiques efficaces à la maternelle et au primaire pour réussir l'algèbre du secondaire* [Rapport de recherche]. MEES ; FRQSC.

Polotskaia E. (2017). How the relational paradigm can transform the teaching and learning of mathematics: Experiment in Quebec. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning, 18*(2), 161-180.

Radford, L. (2012, 8-15 juillet). *Early algebraic thinking, epistemological, semiotic, and developmental issues* [Lecture]. 12th International Congress on Mathematical Education, Seoul, Korea. http://www.icme12.org/upload/submission/1942_F.pdf

Radford, L. (2006). Elements of a cultural theory of objectification. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *9*, 103-129.

Stephens, A. (2006). Equivalence and relational thinking: preservice elementary teachers' awareness of opportunities and misconceptions. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *9,* 249–278. https://doi.org/10.1007/s10857-006-9000-1

Stephens, A., Sung, Y., Strachota, S., Torres, R. V., Morton, K., Gardiner, A. M., … Stroud, R. (2020). The role of balance scales in supporting productive thinking about equations among diverse learners. *Mathematical Thinking and Learning, 24*(1), 1–18. https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1793055

Stephens, M. et Wang, X. (2008). Investigating some junctures in relational thinking: A study of year 6 and year 7 students from Australia and China. *Journal of Mathematics Education, 1*(1), 28-39.

Venenciano, L. C., Yagi, S. L. et Zenigami, F. K. (2021). The development of relational thinking : A study of Measure Up first-grade students' thinking and their symbolic understandings. *Educational Studies in Mathematics, 106*, 413-428. https://doi.org/10.1007/s10649-020-10014-z

Vygotsky, L. (1985). *Pensée et langage*. Éditions sociales.