

ANALYSE DE RAISONNEMENTS D'ÉLÈVES DE 4^E ANNÉE DU PRIMAIRE LORS D'UNE ACTIVITÉ DE LOGIQUE MATHÉMATIQUE IMPLIQUANT LE LANGAGE COURANT

| BISAUILLON* NATHALIE, DUFOUR** SARAH ET JEANNOTTE*** DORIS

Résumé | Cet article propose une analyse de raisonnements d'élèves de 4^e année du primaire lors de la résolution d'une énigme logique, où ils doivent compléter une grille de lettres à partir d'indices donnés sous forme de courtes phrases. Notre analyse nous a conduits à porter un regard multicouche sur le raisonnement : les pas, les enchaînements de pas et la nature des éléments en jeu.

Mots-clés : raisonnement, logique, résolution de problèmes, école élémentaire, Toulmin

Abstract | This paper analyzes the mathematical reasoning of 4th graders as they solve a logic puzzle in which they must complete a grid of letters based on clues given in the form of short sentences. Our analysis led us to take a multi-layered look at their reasoning: steps, chains of steps and the nature of the elements in play.

Keywords: Reasoning, logic, problem solving, elementary school, Toulmin

I. INTRODUCTION¹

Le raisonnement mathématique est au cœur de l'activité mathématique (Mason et al., 2010). Son importance se reflète dans divers programmes d'études et documents institutionnels (par exemple, le Programme de formation de l'école québécois, 2001). Un élément récurrent dans ses définitions est son association avec la logique. Par exemple, pour Baruk (1992), la logique mathématique est une branche des mathématiques qui étudie « la formation d'un raisonnement mathématique valide » (p. 668). Des recherches récentes et de plus en plus convergentes soulignent l'importance de l'enseignement de la logique à l'école primaire : « La pensée logique n'est pas un talent naturel [...], mais une compétence qui peut être entraînée, comme on entraîne les muscles à la gym » (Adkhamjonovna, 2022, p. 915).

Cet article présente un projet qui s'inscrit dans la continuité d'une étude ayant exploré le potentiel des tâches de logique, sous la forme de jeux de logique, pour faciliter la construction de représentations mentales, au sens de Julo (2002), d'un problème mathématique. Une série de tâches de logique mathématique², introduisant de manière progressive le langage écrit et les concepts arithmétiques, a été soumise à deux groupes d'élèves de 4^e année dans une école primaire (Bisaillon et Lyons, 2023). Les résultats de cette expérimentation indiquent que ce type d'activités permet aux élèves de mobiliser des stratégies clés associées à la résolution d'un problème mathématique (Bisaillon et Lyons, 2023). De plus, les deux enseignants participant au projet ont rapporté avoir constaté une amélioration de la part des élèves à justifier et argumenter, processus associés au raisonnement mathématique, que ce soit en classe ou lors de la résolution de problèmes écrits. Pour approfondir cette observation, nous avons

* Université de Montréal – Canada – nathalie.bisaillon@umontreal.ca

** Université de Montréal – Canada – sarah.dufour.3@umontreal.ca

*** Université du Québec à Montréal – Canada – doris.jeannotte@uqam.ca

¹ Projet financé par : PVX2020-Subvention institutionnelle du CRSH - Subventions d'exploration

² La série des tâches qui ont été expérimentées se retrouvent sur le site suivant : <https://videos.defimath.ca/#projet>

voulu examiner plus en détails la manière dont les tâches de logique peuvent contribuer au développement du raisonnement mathématique.

Dans Bisaillon et al. (2024), nous avons analysé la première tâche de la série de tâches à l'étude avec ce nouvel angle sur le raisonnement. Cette première tâche (Figure 1), présentée sous la forme d'un jeu, a pour but de placer neuf pièces géométriques dans une grille de 3X3 cases, en suivant les indices visuels fournis. Une vague indique que la pièce va à cet endroit tandis qu'un X précise qu'elle n'y va pas. D'autres indices réfèrent à la couleur de la pièce, à sa forme ou encore à une pièce précise. Les grilles ne sont pas toujours complètes lors de la présentation des indices, ce qui mène à différentes possibilités.



Figure 1 – Jeu logique (Lyons and Sabinin, 2015)

Dans Bisaillon et al. (2024), nous avons identifié divers enjeux liés à l'élaboration des tâches et à leur résolution par les élèves. Parmi nos observations, nous avons constaté que, même dans un environnement « contrôlé », les élèves rencontrent des défis lors de l'enchaînement de certains pas de raisonnements. Par exemple, lorsque le traitement local d'un indice mène à des affirmations qui peuvent être utilisées pour valider ou invalider des affirmations préalablement établies comme possibles, les ajustements ne se font pas toujours automatiquement. Notre analyse met également en évidence le défi que représente la gestion des traces lors de la résolution d'une tâche mathématique. Nous avons constaté, entre autres, leur rôle crucial dans l'élimination progressive des incertitudes.

L'objectif du présent article est de poursuivre l'étude des raisonnements par l'analyse des raisonnements mathématiques d'élèves de l'école primaire lorsqu'ils résolvent un deuxième type de tâche logique, soit la deuxième dans la série de tâches proposée. Cette tâche, présentée à la Figure 2, qui prend aussi la forme d'un jeu, diffère de la première du fait que les indices sont donnés en mots et que les objets à placer sont les lettres de A à I.

II. CADRE THÉORIQUE

1. *Le raisonnement et les enchainements de pas de raisonnement*

Le modèle de Toulmin (2003) s'est révélé pertinent pour analyser le potentiel du raisonnement mathématique dans ces tâches de logique. Ce modèle met en avant les aspects argumentatifs, logiques et persuasifs du raisonnement, apportant ainsi une compréhension plus approfondie des processus cognitifs à l'œuvre. En soulignant l'importance du contexte, il permet également de saisir comment les élèves ajustent leur raisonnement en fonction des règles spécifiques du jeu.

Ce modèle met l'accent sur trois éléments clés qui définissent un pas élémentaire de raisonnement : les données, la garantie et l'affirmation. À partir de données et d'une garantie parfois implicite, il est possible de formuler une affirmation. Pour étayer une affirmation, il est nécessaire de présenter des preuves qui constituent les données. Néanmoins, il est également nécessaire de se convaincre, c'est-à-

dire d'accepter comme valide ou plausible le lien entre les données et l'affirmation. C'est le rôle de la garantie. Elle soutient l'inférence reliant des données à l'affirmation (Toulmin, 2003). Trois autres éléments caractérisent un pas de raisonnement : le fondement, le qualificateur et la réfutation. Le fondement renforce la garantie en reposant sur des éléments acceptés par une communauté donnée. Le qualificateur se réfère à la valeur épistémique de l'affirmation, déterminant sa valeur de vérité ou sa plausibilité. Une façon de décider du statut de cette valeur épistémique est d'utiliser une réfutation. Une réfutation est une déclaration qui, si elle est prouvée vraie, conduit à la réfutation de l'affirmation, en admettant qu'elle soit fausse. Ainsi, le modèle de Toulmin (2003) permet de mettre en évidence les étapes du raisonnement et de décrire les différents pas de raisonnement. Cela facilite l'étude de ce que Knipping (2003) appelle un enchaînement de pas de raisonnement ; un raisonnement se déroule dans le temps et est constitué de plusieurs pas de raisonnement. Cette auteure a observé que ces enchaînements sont souvent bien plus complexes qu'on peut le penser. Il ne s'agit pas uniquement de recycler les affirmations inférées en données dans un pas ultérieur.

2. *La nature des données, affirmations et traces*

Afin de décrire les éléments constitutifs d'un pas de raisonnement de façon plus fine, il est possible de s'intéresser à la nature de ces derniers. Plusieurs auteurs s'intéressant au raisonnement mettent de l'avant le rôle particulier des différentes représentations (Duval, 1995 ; Cobb, Yackel et McClain, 2000 ; entre autres). L'activité mathématique met en œuvre différentes actions sur des représentations : produire une représentation, traiter une représentation, convertir d'un mode de représentation à un autre, articuler deux ou plusieurs modes de représentation. Ces actions demandent d'identifier les informations particulières à chaque représentation afin de les mettre en relation avec les informations particulières à d'autres représentations que ces représentations soient dans le même mode (traitement) ou non (conversion). Janvier (1983) illustre ce travail par un iceberg étoilé dans lequel bien qu'une seule représentation soit « visible » à la fois, cette dernière repose sur toutes les autres. Différentes représentations permettent l'accès à un regard plus approfondi sur une situation, un contexte, un concept.

Lors d'un pas de raisonnement, on peut donc penser que les données, les affirmations, les fondements ne sont pas toujours dans le même mode de représentation. Le pas de raisonnement devra inclure des actions sur ces représentations. Par exemple, si les données sont en mode verbal et que l'on formule une affirmation en mode schématique, cela implique de convertir d'un mode de représentation à un autre, et ce, en s'appuyant sur la garantie et les fondements. En somme, dans cette étude, les raisonnements des élèves sont modélisés à l'aide des éléments constitutifs des pas de raisonnement (données, affirmations, fondements, etc.), des enchaînements observés et aussi en qualifiant la nature des éléments en jeu par leur mode de représentation.

III. MÉTHODOLOGIE

Pour atteindre notre objectif d'analyser le raisonnement mathématique d'élèves de 4^e année du primaire, nous avons sélectionné une tâche de logique et entrepris une étude de cas descriptive. Cette méthodologie offre une compréhension globale du processus de raisonnement mathématique en permettant une description approfondie (Yin, 2018). La tâche logique étudiée dans cet article a été expérimentée lors d'un projet de recherche en résolution de problèmes mené pendant une année entière dans deux classes de 4e année (enfants de 9 et 10 ans). Les chercheurs se sont rendus dans les classes une ou deux fois par mois pour présenter de nouveaux types de tâches, qui ont ensuite été réinvestis par les enseignants au cours des semaines suivantes. Deux fois au cours de l'année, en janvier

et en mai, les chercheurs ont interrogé individuellement quatre élèves afin d'étudier leur activité mathématique de manière plus approfondie. Toutes les tâches réalisées par les élèves ont été filmées. Les analyses réalisées dans la présente étude sont issues de tâches réalisées lors de rencontres individuelles.

1. La tâche de logique

L'objectif de ce jeu de logique est de placer neuf lettres (de A à I) dans la grille, en respectant tous les indices (Lyons et Lyons, 1999). L'environnement utilise un langage écrit simple, sans concept arithmétique. Chaque indice fournit des informations sur l'emplacement d'une lettre dans la grille ou sur la position d'une lettre par rapport à une autre. La Figure 2 montre un exemple de ce type de problème. Un lexique visuel accompagnait la grille pour aider les élèves à comprendre ce que signifie, par exemple, « à gauche de » (voir Annexe A). Ils l'ont utilisé en classe, mais ils ne l'avaient pas sous les yeux pour la résolution de la tâche lors des rencontres individuelles. Ce lexique représente des fondements sur lesquels les élèves s'appuient pour réaliser la tâche. Dès lors, on peut souligner que les données sont proposées en mode verbal, mais que les participants doivent proposer une ou des affirmations dans un nouveau mode, celui de la grille. La grille s'appuyant principalement sur des repères spatiaux, nous y référerons comme étant le mode « grille ».

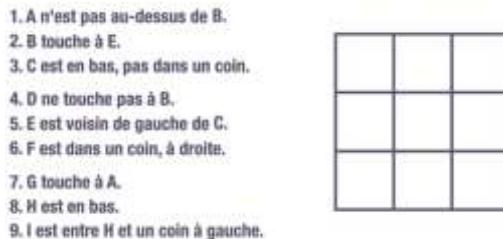


Figure 2 – Grille de lettre (Lyons et Lyons, 1999)

2. Analyse des données

Nous avons choisi une analyse qualitative pour répondre aux objectifs de l'étude. Nous avons examiné le sens sous-jacent de l'activité mathématique de quatre élèves (E1, E2, E3 et E4) lors de la résolution de cette tâche. L'analyse s'est appuyée sur les concepts théoriques présentés précédemment. Ainsi, nous avons pu réaliser des modèles des raisonnements observés en nous appuyant sur les pas de raisonnement observés, en termes du modèle de Toulmin (2003) et de leur façon de s'enchaîner (Knipping, 2003). De plus, nous avons analysé les pas de raisonnement de façon plus fine en identifiant ce qui menait à la réalisation de ce pas ou ce qui causait des difficultés. Nous avons ainsi porté un regard sur la nature des données et des traces.

IV. RÉSULTATS

Notre analyse de l'activité mathématique des élèves nous a permis d'observer différents enchainements de pas de raisonnement. Pour décrire ces différents enchainements, non seulement nous avons pris en compte les éléments constitutifs de ces pas et leur nature, mais aussi les stratégies de résolution adoptées, l'interprétation des fondements et les traces que les élèves ont laissées dans la grille.

D'abord, trois stratégies de résolution ont été observées. Deux élèves ont fait plusieurs lectures séquentielles à partir du début (E1 et E4) ; ils lisent une première fois tous les indices et les relisent jusqu'à ce qu'ils puissent placer une lettre. Un élève a fait des retours aux indices déjà consultés (E2),

il retourne aux indices déjà lus sans avoir fait une première lecture complète des indices. Un dernier a recherché les indices dits « faciles » (E3), il survole les indices, mais s'arrête seulement à ceux qui lui permettent de placer directement une lettre. Ces différentes stratégies sont associées à l'ordre dans lequel les indices sont abordés et jouent un rôle important dans la construction des traces laissées par les élèves dans la grille et sur l'utilisation de ces traces pour résoudre l'énigme. Ces trois stratégies sont caractérisées par des enchainements de pas de raisonnement différents (Figure 3). Chaque colonne de couleur est associée à une lecture des indices, les numéros dans un disque de couleur représentent les indices de la tâche que l'élève lit à voix haute. Un élément à droite du numéro signifie que l'élève a laissé une trace dans la grille : le losange noir souligne que la trace est une affirmation certaine, un gris, une affirmation probable et un rouge, une affirmation erronée. Lorsqu'il n'y a pas d'autres éléments à droite du numéro, cela signifie que l'élève a lu l'indice à voix haute sans ajouter d'informations sur la grille. Tous les élèves étaient à l'aise avec le fait de laisser des informations en suspens pour y revenir plus tard. Les flèches noires représentent les pas de raisonnement, les flèches vertes illustrent un enchainement de pas menant au changement de valeur vraisemblable à vraie réalisé à partir d'une trace mentionnant la position incertaine d'une lettre tandis que les flèches roses illustrent un enchainement de pas menant au changement de valeur vraisemblable à vraie réalisé à l'aide d'une trace certaine. L'étoile grise représente des traces incomplètes laissées par l'élève.

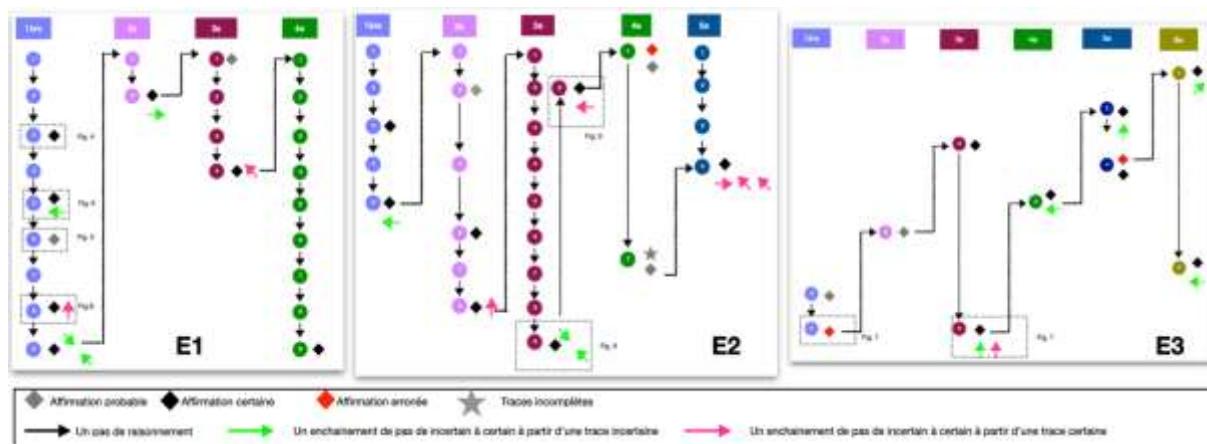


Figure 3 – Enchainements des pas de raisonnement de E1, E2 et E3

Nous avons analysé différents pas de raisonnements qui, combinés, créent des enchainements différents. Ces enchainements sont influencés par l'utilisation des fondements et par la gestion des traces. Nous présentons le résultat de nos analyses dans les prochains paragraphes. Pour mieux les illustrer, nous reprenons en exemple certains pas de raisonnement. Ces derniers sont encadrés en pointillés dans la Figure 3.

L'interprétation des fondements permet aux élèves d'aller au bout d'une conversion d'un mode de représentation verbal au mode de représentation « grille ». Ce mode de représentation « grille » est donc privilégié afin de laisser des traces au fur et à mesure des pas de raisonnement. Parfois le pas de raisonnement mène à la formulation d'une affirmation à valeur épistémique vraie qui se traduit par l'ajout de la lettre en majuscule à l'endroit établi par l'affirmation, comme le présente la Figure 4 (◆). D'autres fois, l'enchainement de pas de raisonnement ne permet pas de formuler des affirmations vraies, mais plutôt vraisemblables. Dans certains de ces cas, ces affirmations se traduisent par l'ajout de lettres en minuscule dans la grille (◆), tel qu'illustré dans la Figure 5. Dans ces cas, les participants ont tendance à laisser des traces s'il y a seulement deux possibilités, à quelques exceptions près.

Lorsqu'ils en voient plus de deux, leur choix semble plutôt de passer à l'indice suivant. Comme si plus de deux possibilités seraient trop « lourd » à gérer en termes de traces.

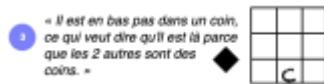


Figure 4 – Affirmation valeur épistémique vraie : ajout d'une lettre majuscule

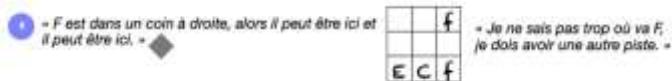


Figure 5 – Affirmation valeur épistémique vraisemblable : ajout de lettres minuscules

Trois types de difficultés ont été observées par rapport aux fondements : l'interprétation des fondements dans le mode verbal, la conversion d'un mode de représentation à un autre et le repérage spatial. Nous avons relevé que certains élèves rencontraient des défis à interpréter les fondements liés aux données et garanties présentées en mode verbal. En particulier, la négation a été source de difficulté E2 et E4 ; ils interprétaient l'indice comme s'il était positif ; « D ne touche pas à B » devenait donc « D touche à B ». D'autres élèves interprétaient correctement la forme verbale d'un indice, mais avaient des soucis au moment de la conversion sous le mode « grille ». Les mots « voisin » et « touche » ont particulièrement posé problème. Enfin, pour E3 et E4, c'était plutôt le repérage spatial qui a été complexe, avec la « gauche » et le « centre », par exemple.

Il a aussi été observé que l'interprétation adéquate des indices en mode verbal n'est pas toujours suffisante pour inférer une affirmation qui mènera à compléter la grille (mode « grille »). Non seulement l'interprétation correcte des fondements est nécessaire, mais la gestion des traces laissées précédemment est essentielle. Ces traces jouent un rôle dans la construction des enchainements de raisonnement. Pour placer une lettre dans la grille, il faut parfois se servir des traces qui sont déjà présentes. Un premier cas de figure est le cas où des lettres majuscules (affirmations certaines), présentes dans la grille, permettent aux participants d'éliminer des possibilités, ce qui les mène à pouvoir placer une nouvelle lettre en majuscule dans la grille. Dans l'exemple de la Figure 6, le fait que C soit déjà placé dans la grille permet au participant de placer E directement et de manière certaine.



Figure 6 – Affirmation valeur épistémique certaine permettant de placer une nouvelle lettre majuscule

La présence d'une lettre majuscule peut ainsi faciliter l'interprétation des indices. Par exemple, E3 n'avait pas encore inscrit le C dans la grille au moment de traiter l'indice « I est entre H et un coin ». À ce moment, il avait inscrit un *h* minuscule dans chacune des cases de la rangée du bas. Il n'envisage alors qu'une possibilité pour I, à savoir le centre de la rangée du bas (voir *Première lecture* de la Figure 7). Il réussit à placer son I au bon endroit seulement après avoir placé son C, donc lorsqu'il élimine la possibilité que I soit dans la case du centre de la rangée du bas et qu'il envisage finalement la possibilité que I puisse être au centre (voir *Troisième lecture* de la Figure 7).



Figure 7 – Effet de l'absence et de la présence d'une lettre majuscule dans la grille

Le fait de placer le *C* dans sa position certaine ne semble pas qu'éliminer une position possible, mais semble permettre également la reconnaissance d'une nouvelle position possible pour *I*.

Un deuxième cas de figure est le cas où un indice mène à placer directement une lettre majuscule dans la grille, ce qui permet, du même coup, d'éliminer une des possibilités, identifiée avec une lettre minuscule. Cela mène donc à changer la valeur épistémique de la possibilité « restante ». Dans l'exemple de la Figure 8, le participant commence l'indice 8 en ayant deux possibilités pour positionner la lettre *F*. L'indice 8 lui permet de placer la lettre *H* à une de ces deux positions possibles pour *F*, laissant ainsi, une seule position possible pour *F*.

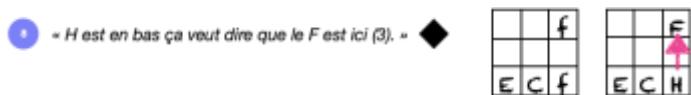


Figure 8 – Élimination de possibilités

Enfin, l'ordre dans lequel les indices sont traités a une conséquence sur les traces qui sont laissées et sur la suite des enchainements, que ce soit pour des affirmations vraies ou vraisemblables. C'est le cas de E2 qui, puisqu'il a fait plusieurs allers-retours, a été en mesure de placer un *b* minuscule dans la grille rapidement. Au moment de placer son *I*, il est en mesure de confirmer la place du *B*, comme le montre la Figure 9.

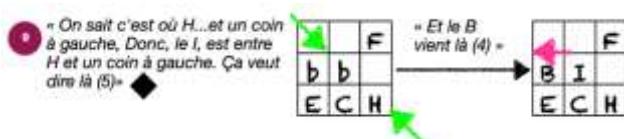


Figure 9 – Influence des traces

V. DISCUSSION

L'analyse des raisonnements des élèves à partir des pas, des enchainements de pas et de la nature des éléments en jeu a mené à une modélisation caractérisée par trois niveaux. Ce regard multicouche sur le raisonnement a permis d'en approfondir notre compréhension en termes d'opportunité et de complexité des raisonnements, et en termes de difficultés rencontrées.

Le découpage en pas de raisonnement (voir les flèches noires de la Figure 3) a permis d'identifier les nœuds ou difficultés rencontrées par les élèves. Ce processus nous a rapidement conduits à étudier les enchainements de ces pas et à approfondir notre analyse en examinant la nature des éléments en jeu.

Nous observons donc, dans cette tâche, une complexité dans les enchainements de pas de raisonnements. La non-linéarité de ces derniers (passage d'une affirmation aux données du prochain pas et ainsi de suite) ne suffit pas à les décrire. Souvent, des combinaisons d'affirmations plausibles et vraies, de données et aussi de fondements sont parfois nécessaires afin de permettre un nouveau pas de raisonnement (Bisaillon et al., 2024). Notre analyse nous a permis d'identifier différentes chaînes de raisonnements permettant de compléter la grille. Ces chaînes nous rappellent les observations de

Knipping (2003) concernant la preuve. Bien que nous ne soyons pas dans un contexte de preuve, toutes les stratégies de résolution que nous avons observées présentent des enchainements de pas de raisonnements nécessitant un retour en arrière dans la structure logique pour progresser. En effet, on peut constater cette situation lorsque les participants positionnent des affirmations vraisemblables (lettres minuscules). Ces lettres minuscules seraient le résultat d'un pas abductif au sens de Jeannotte (2015) qui servent ensuite dans la construction de pas déductifs qui, eux, permettent de modifier la valeur épistémique de ces « nouvelles données » de vraisemblables à vraies (voir Figures 8 et 9).

La nature des éléments en jeu dans la tâche et dans le raisonnement en tant que tel révèle qu'afin de mettre en œuvre un pas de raisonnement, les participants ont besoin de s'appuyer sur des fondements. Dans le cas de cette tâche, le lexique travaillé au préalable en classe, représente un des fondements particulièrement utiles (voir Annexe A). Le fait que les indices soient en mode verbal et que ces fondements (lexique) soient dans le mode « grille » demande, dès lors, de convertir ces informations d'un mode verbal à un mode « grille ». Or, cela ajoute une difficulté potentielle. Que ce soit dans le travail sur la représentation verbale ou la représentation « grille » ou la conversion entre les deux, les participants rencontrent un nœud. Donc, le pas de raisonnement, l'inférence nécessaire à la formulation de nouvelles affirmations, est tributaire de l'accessibilité de fondements, mais aussi de leur articulation dans différents modes de représentation.

Enfin, il est aussi intéressant de souligner la façon dont ces multicouches sont interrelées pour permettre la construction de ces raisonnements complexes. En effet, cette structure non linéaire d'enchainement de pas de raisonnement a aussi des conséquences sur les traces laissées. Réciproquement, les traces auront des conséquences sur les enchainements de pas de raisonnement. Nous avons pu observer que, non seulement les traces soutenaient les enchainements des pas de raisonnement, mais qu'elles en étaient également constitutives (voir les Figures 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9).

VI. CONCLUSION

La tâche étudiée dans cet article est la deuxième tâche d'une série de tâches de logique élaborée pour soutenir le développement de la compétence des élèves à résoudre des problèmes mathématiques. L'étude des raisonnements mathématiques des élèves, lorsqu'ils résolvent ces tâches de logique, nous a menées à poser un regard multicouche sur leur activité mathématique.

Nous avons constaté que les traces, coordonnées avec les indices, permettent la réalisation des enchainements de pas de raisonnement. Leur rôle est donc crucial pour résoudre la tâche. Ainsi, comme le soulignent Allard et Moussy (2021), au lieu de survaloriser le produit fini de la résolution, il devient important de travailler sur les compétences des élèves à laisser des traces et à apprendre à les utiliser. Elles ne servent pas uniquement à communiquer la solution. Ce sont les traces laissées au fur et à mesure du processus qui constitue le raisonnement et le processus de résolution de problème. Ce n'est pas sans nous rappeler l'importance de l'opérationnalisation (mise en action) chez Julo (2002) qui mène à une structuration et une restructuration de la représentation mentale du problème.

Cela souligne la nécessité de poursuivre les recherches sur les enchainements de pas de raisonnements, que ce soit dans des activités de logique ou plus largement dans des activités de résolution de problèmes et les liens qu'il est possible de faire avec les processus de résolution de problèmes.

RÉFÉRENCES

- Adkhamjonovna, K. M. (2022). Development of logical thinking of junior school children. *Web of scientist: International Scientific Research Journal*, 3(10), 914-919. <https://wos.academiascience.org/index.php/wos/article/view/2620/2493>
- Allard, C. et Moussy, C. (2021). LéA 2 territoires en mathématiques : résoudre des problèmes complexes au cycle 3, exemple d'un dispositif de travail collaboratif. Dans *Actes du 47e colloque COPIRELEM, Grenoble 2021*. <https://bibnum.publimath.fr/IWO/IWO22011.pdf>
- Bisaillon, N., Dufour, S. et Jeannotte, D. (2024). Analysis of a grade 4 student's mathematical reasoning in a mathematical logic task. Dans *Actes de la 46^e rencontre annuelle du International Group for the Psychology of Mathematics Education, North American (PME-NA46), Cleveland, États-Unis* (p. 592–596).
- Bisaillon, N. et Lyons, M. (2023). *Exploring the components of the competence to construct a mental representation of mathematical problems in a fourth-grade student during mathematical logic problem solving* [Communication]. 13^e rencontre annuelle du European Society for Research in Mathematics Education (CERME 13), Budapest, Hongrie. <https://hal.science/hal-04413427>
- Baruk, S. (1992). *Dictionnaire de mathématiques élémentaires*. Éditions du Seuil.
- Cobb, P., Yackel, E. et McClain, K. (2000). *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms: perspective on discourse, tools and instructional design*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781410605351>
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine : registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Exploration*. P. Lang.
- Janvier, C. (1983). Représentation et compréhension. Un exemple : le concept de fonction. *Bulletin de l'AMQ*, (3), 22–28. <https://www.amq.math.ca/wp-content/uploads/bulletin/archives/1983-3-part7.pdf>
- Jeannotte, D. (2015). *Le raisonnement mathématique : proposition d'un modèle conceptuel pour l'enseignement et l'apprentissage au primaire et au secondaire* [Thèse de doctorat, Université du Québec à Montréal]. Archipel. <https://archipel.uqam.ca/8129/>
- Julo, J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? *Grand N*, (69), 31-52. https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/medias/fichier/69n4_1555591199676-pdf
- Knipping, C. (2003). *Argumentation structures in classroom proving situations*. 3^e conference of the European society in Mathematics Education. Bellaria, Italy: ERME. <http://erme.site/cerme-conferences/cerme3/cerme-3-proceedings/>
- Lyons, M. et Lyons, R. (1999). *Défi mathématique*. Chenelière Éducation.
- Lyons, M. et Sabinin, P. (2015). *Gym Logique* [logiciel]. Expertises didactiques Lyons inc. <https://apps.defimath.ca/gym-logique/>
- Mason, J., Burton, L. et Stacey, K. (2010). *Thinking Mathematically* (2^e éd.). Pearson.
- Ministère de l'Éducation du Québec. (2001). *Programme de formation de l'école québécoise, éducation préscolaire, enseignement primaire*. Gouvernement du Québec. https://www.education.gouv.qc.ca/fileadmin/site_web/documents/dpse/formation_jeunes/prform2001.pdf
- Toulmin, S. (2003). *The uses of argument*. Cambridge University Press.
- Yin, R. K. (2018). *Case study research and applications: Design and methods* (6^e éd.). SAGE.

ANNEXE A
LEXIQUE

Lexique

