

# DESIGN DE MATÉRIEL DE MANIPULATION EN FORMATION INITIALE :

## AGENTIVITÉS MATHÉMATIQUE ET DIDACTIQUE

| NICOLAS-NOIR\* BENJAMIN, CORRIVEAU\*\* CLAUDIA ET JEANNOTTE\*\*\* DORIS

**Résumé** | Dans cet article, nous étudions un dispositif de formation initiale axé sur le design de matériel de manipulation, en termes d'agentivités mathématique et didactique. En adoptant une perspective incarnée et matérielle, nous analysons le dispositif à travers le processus de design d'une étudiante en formation à l'enseignement des mathématiques au secondaire, tel qu'il est documenté dans son Journal de conception.

**Mots-clés** : formation initiale, didactique des mathématiques, agentivité, design, matériel de manipulation

**Abstract** | In this article, we explore the contribution of course focused on the design of manipulatives, in terms of mathematical and didactic agencies. Through an embodied and material lens, we analyze the design process of a pre-service secondary mathematics teacher, as documented in her Design Journal.

**Keywords**: Pre-service teacher education, didactics of mathematics, agency, design, manipulatives

### I. INTRODUCTION

Le dispositif de formation présenté dans cette proposition a été mis en place dans le cadre d'un programme de formation à l'enseignement au secondaire au Québec. À l'Université Laval, ce programme se conclut par un cours où les personnes étudiantes sont invitées à intégrer les connaissances théoriques et les compétences pratiques acquises au long de leur formation à travers un projet de fin de formation. En 2023, dans une visée exploratoire, un format particulier de ce cours, basé sur une démarche de design d'un matériel de manipulation pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, a été proposé à dix personnes étudiantes de la voie mathématique. Cinq d'entre elles ont accepté d'y participer.

Le choix d'engager les personnes étudiantes dans une démarche de design repose sur la prémissse que les personnes enseignantes ne sont pas vues comme de simples utilisatrices de ressources conçues par d'autres, mais qu'elles ont la capacité et l'autonomie nécessaires pour créer et développer elles-mêmes ces ressources (Akuom et Greenstein, 2022). Cette perspective sur la profession enseignante, dans laquelle l'agentivité et la créativité sont centrales, influence la façon dont les activités de formation initiale sont élaborées et mises en œuvre. À cet égard, dans cet article, nous examinons un dispositif de formation basé sur le design de matériel de manipulation, en nous appuyant sur les travaux de Schön (1992) concernant le design, ainsi que ceux menés par de Freitas et Sinclair (2012), notamment sur la dimension matérielle des diagrammes en mathématiques et le concept d'agentivité mathématique. Ce dernier nous permet d'élaborer le concept exploratoire d'agentivité didactique.

Dans la première partie, nous situons ce travail par rapport aux recherches sur le design de matériel de manipulation en formation initiale. Nous exposons ensuite les éléments théoriques qui fondent cette approche. Nous poursuivons avec la méthodologie avant de présenter l'analyse du design d'un matériel de manipulation qui travaille les entiers relatifs.

---

\* HEP-Vaud – Suisse/ Université Laval – Canada – [benin1@ulaval.ca](mailto:benin1@ulaval.ca)

\*\* Université Laval – Canada – [claudia.corriveau@fse.ulaval.ca](mailto:claudia.corriveau@fse.ulaval.ca)

\*\*\* UQAM – Canada – [jeannotte.doris@uqam.ca](mailto:jeannotte.doris@uqam.ca)

## II. RECHERCHES À PROPOS DU DESIGN DE MATÉRIEL EN FORMATION

Les recherches, en didactique des mathématiques, sur la conception de matériel de manipulation en contexte de formation sont récentes et impliquent le recours à la « fabrication numérique », c'est-à-dire à l'emploi d'outils informatiques pour concevoir des objets matériels (par exemple, avec des imprimantes 3D). En 2022, Henrik Stigberg a mené une analyse des recherches à propos du design, par fabrication numérique, de matériel de manipulation pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques : il n'a recensé que 17 articles, dont 7 d'une même équipe<sup>1</sup> (*Prospective Teachers Making for Mathematical Learning*, coordonnée par Steven Greenstein). L'analyse met en évidence plusieurs caractéristiques de ces travaux : 1) l'utilisation d'imprimantes 3D est prédominante par rapport à d'autres outils de fabrication numérique (certains outils ont toutefois été éliminés de la recension), tandis que les logiciels utilisés pour la conception 3D varient grandement ; 2) plus de la moitié des articles fondent leur approche sur le constructivisme (ex. Piaget, 1976) ou le constructionnisme (ex. Papert et Harel, 1991). D'autres théories sont également convoquées, portant notamment sur les connaissances mathématiques des personnes enseignantes (Ball, Thames et Phelps, 2008) ; 3) la majorité des études se déroulent en formation initiale, avec quelques occurrences en formation continue ; 4) dans la plupart des recherches, le matériel conçu est destiné à des interventions auprès d'élèves du primaire et du secondaire.

Plus spécifiquement, Stigberg, Stigberg et Maugesten (2022) examinent comment le design de matériel de manipulation peut s'intégrer à un cours de maîtrise au Danemark, portant sur les outils numériques et le matériel de manipulation pour l'enseignement des mathématiques. Le dispositif proposé vise à introduire les technologies de fabrication numérique dans le cadre de la création de matériel de manipulation, en vue de développer, chez les personnes étudiantes, des connaissances mathématiques et une réflexion pédagogique. L'élément central de leur étude concerne l'élaboration d'un cadre théorique à la base du dispositif : le cadre « Trouver-Adapter-Créer-Partager [Find-Adapt-Create-Share Framework] » (p. 4). Ce cadre est constitué de quatre composantes, dont les trois premières sont spécifiquement axées sur la conception de matériel de manipulation. Ces trois composantes sont organisées selon une progression de complexité, allant de la recherche de matériel existant, à son adaptation, puis à la création de nouveau matériel. Les ateliers proposés s'inscrivent dans cette progression. Concernant la composante « Partager », les personnes étudiantes soulignent que celle-ci permet d'appréhender la complexité de l'utilisation du matériel pour l'enseignement des mathématiques et considèrent le partage comme essentiel dans le processus de création. Néanmoins, elles restent réticentes à partager leurs créations au-delà du groupe de formation, notamment avec la communauté des personnes susceptibles de fabriquer du matériel.

L'équipe de Greenstein (voir entre autres Greenstein et al., 2024, Greenstein et al., 2022, Akuom et Greenstein, 2022) a également développé un dispositif de formation initiale à l'enseignement exploitant le design de matériel de manipulation. Le travail de recherche mené par cette équipe explore différentes facettes de la construction de l'identité professionnelle des personnes enseignantes à travers une expérience de design. Par exemple, l'étude de Akuom et Greenstein (2022) s'intéresse à la prise de décision, en contexte de design de matériel, de futures personnes enseignantes. Elle cible deux objectifs : l'identification des ressources mobilisées et du rationnel qui permettent la prise de décision lors de la conception ; la façon dont les décisions de conception conditionnent l'utilisation de matériel auprès d'un ou d'une élève. Les chercheurs ont donc analysé les activités de conception des futures

---

<sup>1</sup> Les sept écrits analysés proviennent du même projet, visant l'implémentation d'une formation intégrant le design et l'impression 3D, ce qui peut influencer l'interprétation des analyses de Stigberg.

personnes enseignantes ainsi que l'utilisation du matériel conçu auprès d'un ou d'une élève. Les résultats montrent que la conception de matériel et son utilisation peuvent fournir un « soutien épistémique matériel » (tangible) aux futures personnes enseignantes, c'est-à-dire un appui à la mobilisation de modèles et de connaissances théoriques développés en formation.

Au sein de ce champ de recherche naissant, nos travaux s'inscrivent dans la continuité des études de Stigberg et al. (2022), dans la mesure où nous cherchons à fonder, sur le plan théorique, notre démarche de formation. Cependant, nous n'avons aucune visée prescriptive quant au développement d'ateliers de formation. Nous visons plutôt le développement d'une proposition théorique pour mieux comprendre la contribution des activités de design à la formation à l'enseignement des mathématiques. En ce sens, nous nous alignons également avec les recherches de Greenstein et de son équipe, apportant un éclairage sur le développement de l'identité professionnelle dans le processus de design.

L'introduction du design dans la formation procède, pour Akuom et Greenstein (2022), d'une intention de mettre en avant « l'agentivité [agency] » propre à l'enseignement. Par l'accès à des technologies de fabrication digitale, la personne enseignante est invitée à créer ses propres « ressources curriculaires [curricular resources] », plutôt qu'implémenter des ressources existantes (p. 110-111). Nous souhaitons ici approfondir la compréhension d'une telle agentivité, celle des personnes étudiantes dans une activité de design de matériel. D'une part, parce que la formation didactique au Québec ne vise ni à transmettre des théories didactiques, ni à diffuser les résultats de la recherche (Bednarz, 2001a, 2001b), mais à immerger les personnes étudiantes dans une culture didactique où la didactique est vivante, élaborée par elles en situation (Corriveau, 2010). D'autre part, parce que nous pensons que les recherches sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques en tant que processus *matériel* et *incarné* éclairent l'agentivité en jeu dans le design de matériel de manipulation. En particulier, elles donnent à penser cette agentivité sous forme *distribuée*, entre le designer et diverses matérialités, plutôt qu'en termes de « ressources » (Akuom et Greenstein, 2022, p. 110) mobilisées par un individu central et agissant. En étudiant l'agentivité sous cet angle, nous visons donc une meilleure compréhension de l'apport d'un tel dispositif pour la formation à l'enseignement des mathématiques.

### III. DESIGN DE MATÉRIEL ET FORMATION : FONDEMENTS THÉORIQUES

Sur le plan théorique, plusieurs questions se posent. D'abord, qu'est-ce que l'activité de design ? Comment s'arrime-t-elle à la formation à l'enseignement des mathématiques ? Et encore, quelle agentivité est-elle susceptible de mobiliser chez les personnes étudiantes ?

Dans le cadre de notre recherche, nous adoptons une **perspective incarnée et matérielle sur le design**. Comme le souligne Schön (1992), le design repose sur une interaction sensorielle entre la personne designer et la « situation de design ». Cette situation inclut des éléments « actuels », dont l'environnement tangible de design et les matériaux à disposition ; et des éléments « virtuels », dont les *esquisses* de design, créées sur papier (dessins) ou à l'aide de logiciels de modélisation (modèles). Les esquisses de design tissent, de plus, un lien entre l'actuel et le virtuel, permettant d'imaginer virtuellement ce qui sera ensuite rendu tangible. Les allers-retours entre les esquisses et les matériaux à disposition permettent donc d'ajuster continuellement le design.

Plus précisément, les esquisses fournissent des informations visuelles et réflexivement, permettent d'en construire le sens. Cela se fait au sein d'une boucle de rétroaction que Schön nomme « voir-dessiner-(re)voir [*seeing-drawing-(re)seeing*] » (p. 5). Ce processus constitue une « **conversation réflexive** » entre la personne designer et la situation de design (Schön, 1992). En ajustant sans cesse sa création,

la personne designer développe son propre « **monde de conception** », façonnant les significations des éléments du design. L'action de concevoir n'est pas simplement une activité de résolution de problèmes, mais bien un processus sensoriel où le ou la designer crée l'espace de problèmes : le monde de conception d'où il élabore des solutions viables.

Le potentiel des esquisses de design à relier l'actuel et le virtuel résonne fortement avec le potentiel des diagrammes mathématiques, tel qu'analysé par de Freitas et Sinclair (2012). À partir des travaux du mathématicien Gilles Châtelet, les chercheuses montrent comment les diagrammes peuvent fonctionner comme « dispositifs cinématiques de capture [kinematic capturing devices] » (p. 138), invitant des mouvements et des changements de points de vue sur la surface de la feuille : « [e]n ajoutant une ligne pointillée sur une feuille de papier, une nouvelle dimension peut être créée ; une flèche peut forger de nouvelles relations temporelles entre des objets » (p. 138, traduction libre). Les diagrammes mathématiques sont alors le lieu d'un mouvement matériel entre « actuel » et « virtuel » : au sein des éléments assumés comme actuels dans le diagramme (par exemple, en traits pleins), une virtualité (cette fois au sens d'une *potentialité*) est toujours latente, permettant d'inviter de nouveaux mouvements, de nouvelles dimensions dans la feuille. Dans la création de matériel de manipulation, les esquisses de design sont en relation avec les matériaux à disposition et sont donc susceptibles d'inviter des mouvements ou des changements de points de vue. Du point de vue de l'activité mathématique, elles sont susceptibles de mobiliser la potentialité des diagrammes mathématiques.

Sur le plan mathématique, la production de diagrammes — et l'interaction entre matériel et esquisses pour concevoir — est un espace propice à l'invention et à la découverte. L'acte de dessiner ouvre la porte à une exploration créative, au-delà des contraintes apparentes des règles mathématiques habituelles. C'est dans ce contexte que de Freitas et Sinclair (2012) évoquent le concept d'« **agentivité mathématique** » : un « pouvoir d'agir dans le monde matériel » (p. 2), de se constituer comme sujet mathématique par cette exploration et cette invention mathématique. De façon importante, cette agentivité est considérée comme *distribuée* : le pouvoir d'agir n'est pas celui d'un individu, mais d'un réseau d'interactions entre entités matérielles (la personne qui crée le diagramme, la feuille de papier, les objets matériels de son environnement, d'autres personnes...). La production de diagrammes est donc une façon de repenser l'individu et l'activité mathématique. C'est précisément dans ces réseaux matériels, en constante évolution, que se constitue l'invention mathématique, des mathématiques toujours en *devenir*. Sur le plan de la formation, cela implique de considérer la **dimension matérielle** des mathématiques que les personnes étudiantes constituent à travers le design. Cette notion d'agentivité se distingue donc de celle utilisée par Akuom et Greenstein (2022) pour caractériser l'activité de design. Il ne s'agira pas d'étudier les décisions d'un individu central mobilisant des ressources ; mais de comprendre comment le design de matériel de manipulation met en jeu un réseau d'interactions matérielles, notamment dans les esquisses de design.

La constitution distribuée des mathématiques en formation pour l'enseignement repose également sur la dimension sociale du réseau impliqué, puisque ces mathématiques portent une visée d'apprentissage. En effet, le savoir mathématique mobilisé en formation tient compte de différents paramètres du contexte scolaire et de la dynamique de la classe (Jonnaert, 1997 ; Bednarz et Proulx, 2009). En cohérence avec cette dimension sociale, l'activité de design a le potentiel de former à la didactique. En effet, le matériel de manipulation est créé dans le but d'être utilisé en classe, par des élèves. Ceci introduit une certaine responsabilité sociale dans le processus. Comme le note Lloyd (2009), les personnes conceptrices ne sont pas créatives pour le seul plaisir de l'être. Elles explorent consciemment toute une gamme d'options tout en cherchant à intégrer certaines valeurs dans le choix d'une solution (p. 66). Dans notre recherche, il est donc possible de s'attendre à une certaine « **agentivité didactique** ». C'est-à-dire, une agentivité distribuée au même sens que l'agentivité

mathématique, dans laquelle les mathématiques se constituent à travers un réseau d'interactions incluant aussi les élèves. Ce concept exploratoire nous permet d'étudier l'agentivité en jeu dans le processus de design, en mobilisant les apports de de Freitas et Sinclair (2012) du point de vue de la personne enseignante plutôt que celle de l'élève.

En résumé, l'activité de design est vue comme incarnée et matérielle, se développant à travers une conversation réflexive : les esquisses offrent des informations visuelles et des significations qui permettent, de manière réflexive, la progression du processus de design. Ces esquisses présentent des caractéristiques cinématiques et sont essentielles à la compréhension du processus de design. Elles ont le potentiel de favoriser le développement d'une agentivité mathématique matérielle et distribuée. Considérant le contexte de formation à l'enseignement, nous supposons également que le processus offre une occasion de développer une agentivité didactique. *Notre proposition vise à explorer comment les agentivités mathématique et didactique se constituent dans le design de matériel de manipulation en contexte de formation.*

## IV. MÉTHODOLOGIE

L'étude exploratoire a eu lieu en 2023 et a impliqué cinq personnes étudiantes en dernière année d'une formation de quatre ans. Parmi celles-ci, deux ont conçu du matériel de manipulation destiné à être utilisé à des fins démonstratives. En revanche, trois d'entre elles ont développé du matériel conçu pour être utilisé par les élèves. Nous analysons un de ces trois projets.

Le processus de design s'est déroulé en cycles de trois phases : **1) idéation, 2) conception, 3) confection.** Les personnes étudiantes ont bénéficié d'un accompagnement de la formatrice responsable du cours (deuxième autrice) et d'un technopédagogue, spécialiste de la conception de matériel pédagogique tangible. Elles ont appris à utiliser les logiciels Tinkercad© (2016) et Onshape© (2020) en suivant des tutoriels. Elles ont tenu un *Journal de conception* qui constitue le principal matériau de recherche. Celui-ci pouvait varier d'une personne à l'autre, mais il devait inclure des réflexions, des résumés d'articles, des dessins, des captures d'écran de la conception 3D et des photos de différentes impressions. Dans ce journal, l'objectif était de rassembler les informations pertinentes liées au processus de conception, afin de comprendre l'évolution du projet : comment celui-ci s'est-il précisé, quels moments de questionnement ont émergé, quelles difficultés ont été rencontrées et surmontées, ainsi que les périodes de collaboration et d'échanges, le cas échéant ?

## V. ANALYSE

Nous analysons le travail réalisé par Camille. Bien qu'il s'agisse d'un processus cyclique, l'analysons selon les trois grandes phases d'idéation, de conception et de confection. Les informations de chaque phase sont tirées du Journal de conception remis par Camille (35 pages, que nous appelons « Journal »), ainsi que d'un fichier PowerPoint qui documente son travail avec Simone<sup>2</sup>, une autre étudiante en formation (23 diapositives, que nous appelons « Présentation »). Une attention particulière a été portée aux esquisses (dessins et modèles) tout autant qu'à l'environnement matériel dans lequel s'est déroulé le processus de design.

### 1. Idéation

Un premier élément important dans le journal de Camille est le choix du concept. Elle choisit les nombres entiers relatifs :

---

<sup>2</sup> Il s'agit du travail de conception de Camille dans le cadre du cours. Cependant, la collaboration était fortement encouragée. Ainsi, Simone a participé à l'idéation et à la conception du matériel de manipulation.

J'ai décidé de travailler davantage ce concept puisque les opérations avec des négatifs sont une difficulté pour les élèves selon ce que j'ai observé, et ce, même au deuxième cycle. Je pense notamment au fameux « deux moins font un plus » ou à la distributivité d'un moins en algèbre. Certaines règles avec les nombres négatifs sont appliquées comme une recette ou un algorithme plutôt que basé sur la compréhension. Mes expériences de stages et de tutorat m'ont montré que les élèves mélangeaient aussi facilement les différentes significations du « - » (le signe du nombre, l'opérateur, l'inverse). J'espère donc pouvoir concevoir un matériel de manipulation qui servira à mieux comprendre les différents sens du « - » (Journal, p. 4).

La dimension sociale de l'activité de design se manifeste dans le choix d'un concept en réponse à une difficulté observée lors des stages et du tutorat. Camille manifeste le désir d'aider les élèves à comprendre les aspects unaires (la valeur d'un nombre), binaires (l'opérateur de soustraction) et symétriques (la notion d'opposé) du signe « - ».

Elle compare ensuite les modèles utilisés ou recommandés pour travailler les entiers relatifs, tels que le thermomètre, des jetons de deux couleurs, des jetons à double face, la droite numérique et la montgolfière. L'analyse de chaque modèle est réalisée dans un réseau d'interactions formé d'articles (ex. Beswick, 2011 ; Butterfield-Wallbank et Martin, 1998 ; Vig et al., 2014), d'un examen schématisé d'autres matériels et est fondée sur leur capacité à résonner avec les élèves ou à leur poser des difficultés. Elle décrit les usages potentiels de ces modèles, en prenant également en compte les limites qu'elle anticipe. Par exemple, concernant le modèle des jetons de deux couleurs et celui de la montgolfière, elle écrit :

Les élèves comprennent qu'un jeton rouge annule un jeton bleu (et donc  $1 + (-1)$  donne zéro), après être passé par-dessus la difficulté que zéro peut être représenté par plusieurs jetons [...] Toutefois, le problème arrive lors de la résolution d'opérations telle que  $3 - 5$ . Ici, il faut ajouter des paires de jetons (1 rouge, 1 bleu) jusqu'à ce qu'il soit possible d'enlever 5 jetons bleus. Or, cette adaptation ne correspond pas nécessairement au processus mathématique entrant en jeu dans cette opération. Ici, l'adaptation serait vue par les élèves comme un algorithme et ne favorisera pas nécessairement la compréhension (Journal, p. 6). [...]

[S]i les poches de sable représentent les négatifs et un jet d'air chaud rajouté dans le ballon, les positifs, on peut modéliser tous les types d'opérations et de soustraction. Par exemple, enlever deux sacs de sable revient à faire l'opération  $-(2)$ , ce qui va nous rendre plus légers de deux poids, donc le résultat va être positif. [...] Toutefois, un problème arrive lorsque la quantité à retrancher est plus grande que celle qu'on a, par exemple,  $-2 - (-3)$ . On ne peut enlever 3 sacs de sable alors qu'on en a que deux (Journal, p. 8).

Camille s'inquiète de la relation que les élèves peuvent construire du savoir en jeu à travers les différents modèles. Pour la droite numérique (Fig. 1), elle indique qu'il se fonde sur des règles à retenir plutôt que la compréhension du concept. Un tableau comparatif des modèles lui permet de souligner la façon dont chacun aborde les significations unaires (« Nombres ») et binaires (« Opérations ») du signe « - » (Fig. 1). Elle cherche à créer un matériel qui ne reproduit pas les limites identifiées dans les modèles examinés. En particulier, à réinvestir les expériences liées à l'utilisation du matériel dans les opérations écrites, d'où la critique des « règles » tierces dans le modèle des jetons et de la droite numérique. La nouvelle façon de travailler avec les entiers relatifs repose donc sur la multiplicité de points de vue que Camille emploie : à partir d'une part, de différents modèles existants et de leur comparaison et d'autre part, de l'analyse didactique de ces modèles, conjuguant son rapport au savoir, aux élèves, et celui des élèves au savoir. Cette connexion de points de vue constitue Camille en sujet mathématique et didactique *perméable aux réseaux qui la traversent* (de Freitas et Sinclair, 2012).

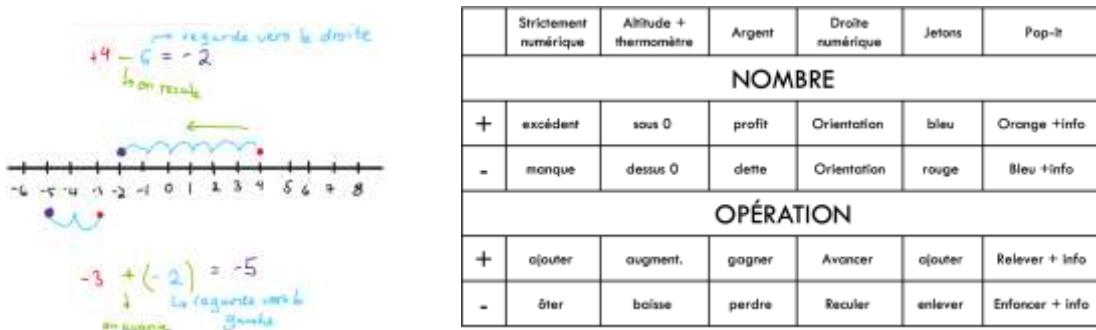


Figure 1 – Examen de la droite numérique (Journal, p. 7) et comparaison de modèles (Présentation, diapo 5)

## 2. Conception

L'analyse de Camille l'amène à se centrer sur la signification symétrique du signe « - » dans l'utilisation du matériel, c'est-à-dire la possibilité de travailler sur la relation d'opposé sans règle tierce ou référence contextuelle. Pour cela, Simone et Camille s'inspirent du « Pop-it », un jouet de stimulation sensorielle, dans lequel des « boutons » s'enfonçant d'un côté apparaissent en plein de l'autre. Leur objectif est « d'encourager l'action et la verbalisation » (Présentation, diapo 6), en particulier, de lier un mouvement au concept en jeu :

Enfoncer un « pop » équivaut à soustraire une valeur. Par exemple, si orange, cela équivaut à soustraire un entier positif (enfoncer deux « pops » orange implique la représentation de  $-2$ ). De l'autre côté, le même nombre est représenté. [...] deux « pops » bleus ressortent, ce qui implique  $+(-2)$  (Présentation, diapo 4).

Le Pop-it créé relie donc plusieurs significations du signe « - ». Pousser et tirer un bouton correspondent respectivement à la soustraction et à l'ajout d'une unité. Ces actions, visibles sur l'esquisse de la Fig. 2a, impliquent donc l'aspect binaire du signe « - », l'opérateur de soustraction. Cependant, les deux faces du Pop-it étant connectées, pousser un bouton d'un côté correspond à tirer un bouton de l'autre. Par conséquent, ces actions, combinées à celle de « tourner » le Pop-it, impliquent également la relation d'opposé, c'est-à-dire la signification symétrique du signe « - » (Fig. 2a). La feuille de correspondances produite par les futures enseignantes (Fig. 2b) résume la relation entre les actions, l'aspect binaire (quatre premières correspondances) et l'aspect symétrique (deux dernières correspondances) du signe « - ».

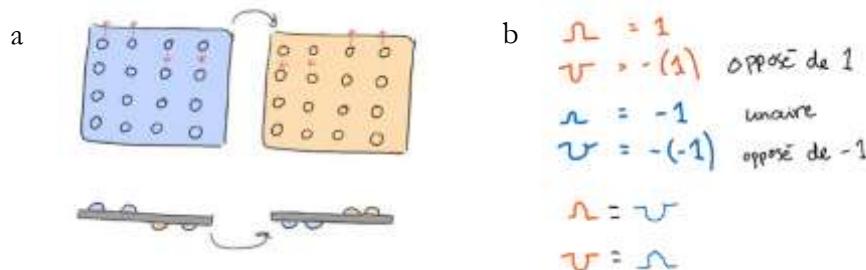


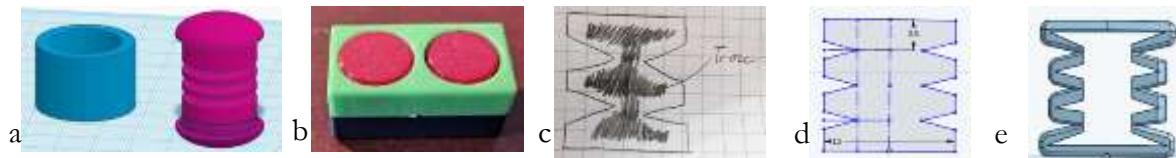
Figure 2 – Esquisses de conception du Pop-it numérique a. (Présentation, diapo 4) b. (Journal, p. 11)

Dans les esquisses de la Fig. 2, nous retrouvons sous plusieurs formes la constitution d'une agentivité mathématique, mise en avant par de Freitas et Sinclair (2012). D'une part, le travail sur la relation d'opposé est rendu possible en invitant des mouvements spatiaux dans le plan de la feuille : une rotation de la plaquette, invitée par une flèche courbe, ainsi qu'un déplacement des boutons dans une direction orthogonale au plan de la feuille, invité par des flèches verticales rouges (Fig. 2a).

L’alternance entre ces points de vue est constitutive de la relation d’opposé, c’est-à-dire de la symétrie des actions effectuées d’un côté et de l’autre de la plaquette. Dans la partie gauche du diagramme, deux boutons bleus sont poussés et deux sont tirés ; à droite, les mêmes actions sont effectuées du côté orange, menant à une configuration symétrique de la première. Cette symétrie se constitue également en dessinant la plaquette vue de haut à chaque étape. La flèche courbe indique donc également un ordre de lecture, une relation temporelle entre les actions. Enfin, dans les correspondances de la Fig. 2b, nous voyons une nouvelle façon de « donner corps », sur la feuille, aux entiers relatifs. La relation d’opposé se constitue en attribuant des déplacements aux symboles usuels 1 et -1 : les égalités  $1 = -(-1)$  (cinquième correspondance) et  $-(1) = -1$  (sixième correspondance) se constituent par compensation des actions « pousser » et « tirer », ainsi que par la connexion entre les deux faces du Pop-it. Autrement dit, cette relation mathématique se constitue dans les diagrammes de la Fig. 2b, parce qu’ils « capturent » (de Freitas et Sinclair, 2012) les actions avec le Pop-it et relient ces actions aux symboles usuels (de la première à la quatrième correspondance).

### 3. Confection

La maîtrise des outils de conception et l’avancement du processus se développent simultanément. L’analyse du Journal permet de percevoir la manière dont les connaissances mathématiques, les connaissances technologiques et le design lui-même se construisent à travers les outils à disposition. La Figure 3 illustre le passage de l’utilisation d’un premier logiciel de conception (a) à un deuxième (e). Ce changement s’opère parce que l’objet (b) est difficilement maniable. Camille revoit donc la forme de sa pièce (c, d et e), apprenant à utiliser un nouveau logiciel et convoquant d’autres mathématiques pour configurer cette forme. Les mathématiques, dans le processus de design, se constituent donc aussi à travers la confection du matériel, dans l’ajustement entre les contraintes désirées pour le travail des élèves (ici, une position neutre pour chaque bouton) et les possibilités offertes par la fabrication digitale.



**Figure 3 – Évolution des ébauches de conception**

## VI. DISCUSSION

Notre contribution tente d’interroger la place du design de matériel de manipulation dans la formation initiale pour l’enseignement des mathématiques. Les précédents travaux explorant ce champ, ainsi que le contexte de formation au Québec, nous ont encouragés à étudier l’agentivité que ce processus est susceptible de mobiliser. À partir de la perspective de Schön (1992) sur le processus de design, nous avons élaboré les notions d’agentivités mathématique et didactique. Après avoir analysé comment ces agentivités peuvent se constituer dans le processus de design, nous discutons comment elles interrogent, en retour, le design de matériel de manipulation comme dispositif de formation et, plus largement, la formation elle-même.

D’une part, l’agentivité mathématique interroge l’analyse du design de matériel de manipulation en tant que dispositif de formation. Plutôt que de considérer des productions finales répondant à des décisions et des ressources, elle considère le réseau d’interactions matérielles constitutives du design et des mathématiques en jeu. Elle se focalise donc sur la façon dont les mathématiques se constituent dans ces interactions, orientant le regard vers les esquisses de conception et vers la façon dont, en dialoguant avec le matériel à fabriquer, elles permettent de constituer une agentivité mathématique.

Cette analyse matérielle et distribuée rend compte de la richesse du réseau en constitution, de la « puissance générative » de ce processus (Akuom et Greenstein, 2022, p. 120).

D'autre part, de façon corrélée, l'agentivité didactique interroge la place de la didactique dans la formation. En cohérence avec le contexte de formation au Québec, les personnes étudiantes élaborent ici des mathématiques et des connaissances didactiques en situation (Corriveau, 2010). Cette élaboration s'effectue en réseau, à partir des recherches existantes en didactique (dans la comparaison de modèles des nombres relatifs) et du contexte d'enseignement de la personne étudiante. Tout comme les expériences de diagrammes accordent aux élèves la possibilité d'innovation mathématique (de Freitas et Sinclair, 2012, p. 151), l'expérience de design questionne donc le statut accordé aux personnes étudiantes par rapport aux mathématiques et à la didactique : attendons-nous d'elles qu'elles s'insèrent dans un cadre de pensée didactique délimité, ou qu'elles s'en emparent pour en interroger les contours ?

## RÉFÉRENCES

Akuom, D. et Greenstein, S. (2022). The nature of prospective mathematics teachers' designed manipulatives and their potential as anchors for conceptual and pedagogical knowledge. *Journal of Research in Science, Mathematics and Technology Education*, 5(S1), 109-125. <https://doi.org/10.31756/jrsmt.115SI>

Ball, D. L., Thames, M. H. et Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389–407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>

Bednarz, N. (2001a). Une didactique des mathématiques tenant compte de la pratique des enseignants. Dans P. Jonnaert et S. Laurin (dir.), *Les didactiques des disciplines : un débat contemporain* (p. 57-79). Presses de l'Université du Québec.

Bednarz, N. (2001b). Didactique des mathématiques et formation des enseignants : le cas de l'Université du Québec à Montréal. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 1(1), 61-80. <https://doi.org/10.1080/14926150109556451>

Butterfield-Wallbank, V. et Martin, S. (1998). Hot air: Making sense of minus and minus. *Mathematics in School*, 27(1), 23–25. <http://www.jstor.org/stable/30211841>

Corriveau, C. (2010). Que signifie faire des mathématiques dans un cours de didactique des mathématiques ? Dans J. Proulx et L. Gattuso (dir.), *Formation des enseignants en mathématiques : tendances et perspectives actuelles* (p. 159-163). CRP.

de Freitas, E. et Sinclair, N. (2012). Diagram, gesture, agency: Theorizing embodiment in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 80, 133–152. <https://doi.org/10.1007/s10649-011-9364-8>

Greenstein, S., Jeannotte, D. et Pomponio, E. (2024). Making as a window into the process of becoming a teacher: The case of Moira. Dans B. M. Benken (dir.), *The AMTE handbook of mathematics teacher education. Volume 5: Reflection on past, present and future – Paving the way for the future of mathematics teacher education* (p. 423-445). Information Age Publishing, Inc. <https://www.infoagepub.com/products/Reflection-on-Past-Present-and-Future>

Greenstein, S., Akuom, D., Pomponio, E., Fernández, E., Davidson, J., Jeannotte, D. et York, T. (2022). Vignettes of research on the promise of mathematical making in teacher preparation. Dans F. Dilling, F. Pielsticker et I. Witzke (dir.), *Learning mathematics in the context of 3D printing: Springer spektrum* (p. 73-109). Wiesbaden. [https://doi.org/10.1007/978-3-658-38867-6\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-658-38867-6_4)

Jonnaert, P. (1997). La formation didactique des enseignants en questions. *Cahiers de la recherche en éducation*, 4(2), 163-184. <https://doi.org/10.7202/1017326ar>

Lloyd, P. (2009). Ethical imagination and design. *Design Studies*, 30(2), 154–168. <https://doi:10.1016/j.destud.2008.12.004>

Papert, S. et Harel, I. (1991). Situating constructionism. *Constructionism*, 36(2), 1–11. <https://pirun.ku.ac.th/~btun/papert/sitcons.pdf>

Piaget J. (1976). *Psychologie et épistémologie. Pour une théorie de la connaissance*. Denoël/Gonthier.

Schön, D. A. (1992). Designing as reflective conversation with the materials of a design situation. *Research in Engineering Design*, 3, 131–147. <https://doi.org/10.1007/BF01580516>

Stigberg, H. (2022, février). *Digital fabrication for mathematics education: A critical review of the field* [Communication]. 12<sup>th</sup> Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12), Bozen-Bolzano, Italy.

Stigberg, S., Stigberg, H. et Maugesten, M. (2022, 30-31 mai). *Making manipulatives for mathematics education* [Communication]. 6th FabLearn Europe/MakeEd Conference 2022, Copenhagen, Denmark. <https://doi.org/10.1145/3535227.3535228>

Vig, R., Murray, E. et Star, J. R. (2014). Model breaking points conceptualized. *Educational Psychology Review*, 26(1), 73-90. <https://doi.org/10.1007/s10648-014-9254-6>