

ANALYSE DE LA PRATIQUE ENSEIGNANTE POUR LE DÉVELOPPEMENT DE LA SYMBOLISATION ALGÈBRIQUE CHEZ LES ÉLÈVES DU SECONDAIRE AU MAROC

| ABOUHANIFA SAÏD*

Résumé | Nous proposons une analyse des connaissances d'un enseignant de mathématiques lors de la conduite d'un cours, pour introduire le concept d'expression algébrique et l'utilisation de lettres pour exprimer une quantité, pour des élèves de première année de collège (12-13 ans). L'analyse s'appuie sur le modèle de connaissances de Shulman (1987) et celui de Ball et al. (2008), ainsi que sur le modèle épistémologique de référence développé par Squalli et al. (2020), et le cadre de Aloys et al. (2021). Nous avons repéré ses connaissances en idées émergentes à travers une analyse croisée, en tenant compte de l'analyse du programme, la fiche pédagogique fournie sous forme de script et l'analyse de la vidéo enregistrée de la séance menée par cet enseignant.

Mots-clés : enseignement explicite, généralisation, expression algébrique, pratique enseignante, symbolisation.

Abstract | We propose an analysis of a mathematics teacher's knowledge during the conduct of a lesson, to introduce the concept of algebraic expression and the use of letters to express a quantity, for first-year middle school students (12-13 years old). The analysis is based on Shulman's (1987) knowledge model and that of Ball et al. (2008), as well as the epistemological reference model developed by Squalli et al. (2020), and the framework by Aloys et al. (2021). We identified his knowledge in emerging ideas through a cross-analysis, taking into account the curriculum analysis, the teaching sheet provided in script form, and the analysis of the recorded video of the teaching session conducted by this teacher.

Keywords: Explicit teaching, generalization, algebraic expression, teaching practice, symbolization.

I. INTRODUCTION

Au Maroc, le projet « *collèges pionniers* » représente et structure la feuille de route 2022-2026 qui vise à améliorer les apprentissages aux cycles primaire et collégial, à travers une approche multidimensionnelle touchant les principaux facteurs de qualité d'un établissement scolaire. Ce projet instauré récemment a certainement réalisé des acquis au niveau du primaire (MENPS, 2022). Le dispositif des *collèges pionniers* s'articule autour de quatre grands axes à savoir le programme de l'enseignement au bon niveau ou (enseigner selon le niveau convenable), les pratiques pédagogiques efficaces (*l'enseignement explicite*) (Bocquillon et al., 2019), l'approche de l'enseignement et le label qualité, (Hamdani, 2024).

Dans cette recherche, nous nous intéressons aux pratiques pédagogiques soutenues par la méthode de *l'enseignement explicite* préconisée dans ce projet de réforme. Nous avons fait le choix d'étudier les pratiques enseignantes dans le cadre de cette expérimentation à travers l'introduction d'une nouvelle entrée à l'enseignement de l'algèbre au collège, il s'agit de repenser les rapports entre l'arithmétique au primaire et l'algèbre au collège en termes de continuités et d'orienter l'enseignement-apprentissage vers le développement de la pensée algébrique. Dans le programme de 2009, l'algèbre a été considérée comme une arithmétique généralisée, son introduction est fondée sur l'extension des systèmes de nombres \mathbb{Z} , \mathbb{Q} et \mathbb{R} et l'établissement du calcul algébrique sur ces domaines. C'est une voie classique

* Centre Régional des Métiers de l'Éducation et de la Formation, Casablanca-Settat (CRMEF-CS) – Maroc –
saidabouhanifa@yahoo.fr

d'entrée dans l'algèbre par les équations, elle est réputée tardive et plus discontinue (Abouhanifa et al., 2023).

Dans le processus d'enseignement-apprentissage, l'entrée à l'algèbre peut se faire sous différentes formes : généralisation ; étude de relations fonctionnelles, étude des structures, résolution de problèmes, etc. L'enjeu de l'enseignement de l'algèbre en ce moment charnière réside dans le passage de l'arithmétique enseignée au primaire à l'algèbre enseignée au collège. Pour Kieran (1992, 1994), entre l'arithmétique et l'algèbre résident à la fois de fausses continuités et de réelles discontinuités. Vergnaud (1986), quant à lui, évoque une double rupture épistémologique lors du passage de l'arithmétique à l'algèbre. Filloy et Rojano (1989) parlent d'une coupure didactique qui aurait lieu le long de la ligne d'évolution d'une pensée arithmétique à une pensée algébrique. Kaput (1998) a remis en question l'approche transitionnelle classique de l'algèbre et a ouvert des perspectives de recherche curriculaires et des pistes dans le domaine de la formation initiale et continue des enseignants (Early algebra).

Dans sa recherche, Démonty et al. (2018) a montré que les enseignants ont tendance à percevoir l'algèbre comme une manipulation de symboles. Cette recherche vient confirmer celles de plusieurs autres chercheurs qui ont constaté que : Les enseignants du primaire se sentent mal à l'aise avec ce contenu, lorsqu'il est défini de cette façon (Jacobs et al., 2007). Les enseignants sont divisés sur le fait qu'une description en mots d'une généralisation soit réellement de nature algébrique (Abouhanifa et al., 2024).

Dans l'enseignement de l'algèbre, en particulier l'utilisation de lettres pour exprimer des quantités, est un aspect fondamental du développement cognitif des élèves. Dans le cadre d'un projet consortium de recherche entre le Maroc, le Bénin et la Tunisie, un des résultats est que pour l'enseignement de l'algèbre, ce ne sont pas les outils méthodologiques pour travailler l'algèbre qui posent souvent des problèmes, mais c'est surtout le rapport institutionnel et le rapport personnel des enseignants à ce qu'est l'algèbre (Najar et al., 2021). Nous avons montré que les pratiques enseignantes évoluent peu et que les difficultés des élèves dans l'enseignement-apprentissage de l'algèbre subsistent. Une analyse du rapport personnel au savoir à enseigner relativement au développement de la pensée algébrique dans ce nouveau programme de mathématiques au collège s'avère nécessaire (Abouhanifa et al., 2024).

Dans le cadre de l'expérimentation de ce projet, des séances de formation des enseignants ont été effectuées pendant deux journées (au début de l'année scolaire 2024/2025) selon les modalités de *l'enseignement explicite* et un accompagnement personnalisé des enseignants par des inspecteurs pédagogiques. La deuxième journée de cette formation a été consacrée à l'analyse d'une vidéo d'une leçon enregistrée qui a porté sur « *Utiliser des lettres pour exprimer une quantité* ». Cette séance d'enseignement enregistrée relève de l'unité « *Expressions algébriques du premier degré* » du domaine de l'algèbre et fonction, selon le nouveau programme de mathématiques de la première année du collège (MENPS, 2024).

Nous pouvons montrer Abouhanifa (2019) que cette leçon s'inscrit dans le cadre de l'algèbre précoce, où les élèves apprennent à utiliser des variables pour représenter des nombres inconnus ou des quantités qui peuvent changer. Nous interrogeons les prédispositions des enseignants à soutenir le développement de la pensée algébrique chez les élèves à la transition entre les deux modes de pensées, arithmétique et algébrique, pour analyser les connaissances d'un enseignant dans ce contexte. La question qui se pose est la suivante : les enseignants du collège disposent-ils des connaissances essentielles pour soutenir et développer la pensée algébrique chez les élèves ? Nous avons utilisé la notion de connaissances des enseignants au sens de Ball et al. (2008), pour désigner tout ce que l'enseignant met en œuvre avant, pendant et après la classe. A travers cette expérimentation de la

méthode « *d'enseignement explicite* » dans le système marocain, nous nous sommes intéressés à la question suivante : Quelles connaissances sur les expressions algébriques et l'utilisation des lettres ont les enseignants et comment se manifestent-elles en situation d'enseignement en classe ?

En combinant la connaissance des mathématiques avec la connaissance de l'enseignement, nous tentons d'analyser la sensibilité de cet enseignant aux caractéristiques des situations porteuses : s'il est capable de retrouver le raisonnement des élèves qui l'ont conduit à trouver la solution ; s'il est conscient du fait que le caractère algébrique d'une généralisation dépend de la nature de la validation. Ainsi, le temps que l'enseignant consacre à l'apprentissage et les élèves à la tâche. Enfin, la qualité des pratiques d'enseignement qui aident à développer les compétences socio-émotionnelles et cognitives des élèves à travers les trois domaines : culture de la salle de classe, l'enseignement et les compétences socio-émotionnelles.

II. NOUVELLES ORIENTATIONS CURRICULAIRES DE L'ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES AU COLLÈGE

1. *Aperçu sur le nouveau programme de mathématiques au collège*

Les contenus d'apprentissage des programmes d'études de mathématiques (MENPS, 2024) sont conçus selon une architecture spiralaire qui assure l'harmonie de chaque unité du programme, ainsi qu'une logique évolutive qui prend en considération aussi bien le niveau de développement de l'élève que les besoins disciplinaires des autres matières. Les programmes d'étude sont répartis en quatre domaines distincts qui sont interreliés : Nombres et calculs ; Algèbre et fonctions ; Espace et Géométrie ; Organisation et gestion de données.

Dans l'activité mathématique liée au domaine « Algèbre et fonction », une attention particulière est accordée à transition de la pensée arithmétique à la pensée algébrique et à l'articulation entre l'algèbre et les fonctions dans les différents registres. Dans ce cadre, les élèves sont amenés à :

- Utiliser les lettres dans le calcul pour exprimer un résultat général.
- Utiliser le calcul algébrique pour exprimer les changements et leurs représentations sous différentes formes.
- Représenter et lire des relations quantitatives et des lois à l'aide d'expressions algébriques.
- Reasonner de manière analytique (opérer sur l'inconnue).

2. *Méthode d'enseignement : « Enseignement explicite »*

Dans le cadre de cette méthode pédagogique « *enseignement explicite* », il est recommandé à l'enseignant de choisir des méthodes adaptées au niveau de développement cognitif de ses élèves ; par exemple, utiliser des objets concrets pour illustrer comment les lettres peuvent représenter des quantités avant de passer à une abstraction plus complexe. L'enseignant pourrait également intégrer la résolution de problèmes réels pour rendre l'apprentissage plus pertinent.

L'adoption de quelques principes des méthodes efficaces (manipuler, illustrer, verbaliser, abstraire) (Bruner, 2000) pour la résolution de problèmes et pour l'introduction de notions mathématiques abstraites (par ex. les expressions algébriques). La résolution de problèmes fait l'objet d'apprentissage dans le cadre de séances dédiées à la construction des connaissances et des séances dédiées à la consolidation des apprentissages précédents sont programmées pour faciliter l'installation des ressources et le transfert des acquis.

3. *Les connaissances des enseignants pour enseigner dans le domaine de l'algèbre*

Modèle théorique pour décrire les connaissances pour enseigner

Dans le contexte de cette recherche, nous nous focalisons sur les connaissances nécessaires pour l'enseignement des mathématiques en général et de l'algèbre élémentaire en particulier. Deux types de connaissances sont spécifiquement visés. Les premières évaluées à travers des questions visant à amener les enseignants à analyser des démarches correctes ou incorrectes d'élèves débutant en algèbre et les secondes sont focalisées sur les choix des activités dans leurs pratiques d'enseignement. La connaissance du contenu et de l'enseignement (KCT) combine la connaissance des mathématiques avec celle de l'enseignement. KCT concerne les décisions pédagogiques, la connaissance du séquençage et de la conception de l'enseignement, l'évaluation objectifs et des différentes représentations, la capacité de présenter des activités propices à l'approfondissement des connaissances chez les élèves. Ce modèle théorique permet de décrire les connaissances pour enseigner (Nathan et Koedinger, 2000, Loewenberg Ball, Thames et Phelps, 2008).

Les connaissances pour développer la pensée algébrique chez les élèves

Nous nous sommes intéressés au processus de généralisation algébrique qui est une composante essentielle de la pensée algébrique. Plusieurs auteurs distinguent deux formes de généralisation : la généralisation empirique (Dörfler, 1991) ou inductive (Piaget et Henriques, 1978) et la généralisation théorique (Dörfler, 1991) ou constructive (Piaget et Henriques, 1978).

La généralisation commence dès qu'on pressent un cheminement sous-jacent, même si on est encore incapable de le formuler. Nous avons retenu deux catégories de généralisation, (Abouhanifa, 2019) : empirique et théorique. La généralisation empirique s'apparente à la généralisation inductive de Piaget et Henriques (1978). Les élèves expriment le plus souvent leur raisonnement à l'aide de calculs, de phrases, d'annotations sur le dessin ou à l'aide d'un substitut symbolique pour identifier le nombre inconnu. L'indéterminée peut être symbolisée par un substitut symbolique, mais la symbolisation élaborée garde des traces de la situation qui l'a vue naître. La généralisation théorique, quant à elle, réfère à un système d'actions dans lequel des invariants essentiels sont identifiés et remplacés par des prototypes. La généralité est construite à travers l'abstraction des invariants essentiels. Les qualités abstraites sont des relations entre les objets, plutôt que d'être elles-mêmes des objets et elles sont adaptées aux situations de généralisations algébriques. Cette généralité consiste à se détacher de la situation de départ pour proposer une écriture correcte sur le plan mathématique. Dans ce cas, la formulation symbolique de la généralisation ne comporte plus aucune trace permettant de relier les symboles à leurs signifiants (Abouhanifa et al., 2019).

4. *Démarche de l'analyse de la pratique enseignante*

La qualité des pratiques d'enseignement qui aident à développer les compétences socio-émotionnelles et cognitives des élèves est organisée en trois domaines principaux : Culture de la salle de classe, Enseignement et Compétences socio-émotionnelles (Aloys et al., 2021) :

Culture de la salle de classe

L'enseignant crée un environnement favorable à l'apprentissage. Ce qui compte plus ici ce n'est pas la correction du comportement négatif de l'élève par l'enseignant, mais plutôt les conditions créées par l'enseignant : un environnement d'apprentissage favorable en traitant tous les élèves avec respect, en utilisant systématiquement un langage positif, en répondant aux besoins des élèves, en remettant en cause les stéréotypes et en ne manifestant pas de préjugés de genre dans la salle de classe.

Enseignement effectif

L'enseignant facilite les leçons en articulant clairement les objectifs de la leçon alignés sur les activités d'apprentissage et en expliquant le contenu en utilisant diverses formes de représentation. Il relie les activités d'apprentissage aux connaissances préalables des élèves ou à la vie quotidienne et modélise l'activité d'apprentissage. La compréhension est vérifiée au moyen de questions, d'invites et d'autres stratégies pour évaluer les niveaux de compréhension des élèves. L'enseignant supervise le travail individuel ou en groupe, en adaptant les consignes aux niveaux des élèves et en fournissant une rétroaction pour résoudre les problèmes de compréhension ou confirmer les bonnes réponses. La pensée critique est encouragée par des questions ouvertes et des tâches de réflexion, les élèves démontrant leurs capacités de pensée critique en s'engageant dans ces activités.

Compétences socio-émotionnelles

Il s'agit de vérifier si les enseignants encouragent l'autonomie des élèves en leur permettant de faire des choix et de jouer un rôle significatif en classe. La persévérance est valorisée par la reconnaissance des efforts, une attitude positive face aux défis, et la présentation des erreurs comme partie intégrante de l'apprentissage. Les compétences sociales et la collaboration sont développées à travers les interactions entre paires et l'acquisition de compétences interpersonnelles telles que l'empathie et la régulation émotionnelle.

III. MÉTHODOLOGIE DE RECHERCHE

Cette étude de cas met en lumière non seulement les connaissances théoriques et pratiques de l'enseignant concernant la leçon « *Utiliser des lettres pour exprimer une quantité* », mais aussi les défis auxquels il fait face dans sa mise en œuvre didactique et pédagogique. Par ailleurs, l'enseignant a reçu une formation continue pour renforcer ses compétences pédagogiques, notamment en matière d'engagement actif des élèves. Le contenu mathématique de cette vidéo enregistrée de cet enseignant était un outil de formation des formateurs et des enseignants de mathématiques dans le cadre de l'expérimentation du projet de réforme dans des collèges à l'échelle nationale.

Nous proposerons d'analyser les praxéologies mathématiques et didactiques (Chevallard, 1999) ; de la façon de faire des enseignants de mathématiques au collège, relativement à l'enseignement de l'algèbre, et de dévoiler l'organisation didactique utilisée lors d'une étude de cas d'un enseignant, à travers les différents outils de collecte de données.

L'analyse commence par un examen du programme de la première année du collège qui cadre la leçon. Cela inclut les objectifs d'apprentissage, les compétences visées et les contenus spécifiques relatifs à l'utilisation des lettres en mathématiques. Cette étape permet de situer la leçon dans un cadre théorique plus large et d'identifier les attentes institutionnelles. L'analyse des documents officiels a porté aussi sur le dispositif de formation continue des enseignants dans le cadre de l'expérimentation du projet de réforme. La fiche pédagogique fournie, par l'équipe centrale qui pilote la mise en œuvre de ce projet, est donnée à l'enseignant, est également analysée. Elle contient des informations sur la planification de la leçon, les activités proposées, ainsi que les méthodes d'évaluation envisagées. Cette analyse aide à comprendre comment l'enseignant prévoit d'aborder le sujet et quelles stratégies il compte utiliser pour engager ses élèves. Pour cela, nous avons construit une grille d'analyse de la pratique qui précise les indicateurs portant sur des connaissances de l'enseignant en lien avec le problème de généralisation proposé dans cette séance d'enseignement. Deux connaissances sont mises en exergue : la sensibilité de l'enseignant à retrouver le raisonnement de l'élève dans le processus de généralisation et à la nature de la validation par rapport au caractère algébrique d'une généralisation.

La vidéo est utilisée comme outil principal pour observer les interactions entre l'enseignant et ses élèves pendant la leçon. La grille d'observation de la classe, d'Aloys et al. (2021), est utilisée dans une optique de développement professionnel des enseignants afin d'identifier les forces et les faiblesses de chacun et de fournir un soutien ciblé. Elle développe les axes suivants : le temps que les enseignants consacrent à l'apprentissage et les élèves à la tâche. Trois instantanés de 1 à 10 secondes de deux segments, d'un temps de 15 minutes chacun sont utilisés pour analyser autant les pratiques de l'enseignant que l'activité des élèves en train de réaliser la tâche. La qualité des pratiques d'enseignement qui aident à développer les compétences des élèves est organisée en trois domaines principaux : la culture de la salle de classe, l'enseignement effectué et les compétences socio-émotionnelles (Aloys et al., 2021).

IV. LES RÉSULTATS

1. *Enjeu de la formation des enseignants sur la méthode « d'enseignement explicite »*

Le projet de réforme vise à être expérimenté sur un échantillon de 230 collèges à l'échelle nationale durant l'année scolaire 2024/2025. Dans ce cadre, des formations continues pour un public d'inspecteurs et d'enseignants ont été mises en œuvre, afin d'améliorer l'apprentissage des élèves et sa qualité au niveau des établissements publics. Vu que l'enseignant joue un rôle central pour atteindre les objectifs fixés par les *collèges pionniers*, sa capacité à adopter des pratiques pédagogiques efficaces est essentielle pour améliorer les apprentissages des élèves. Cela inclut non seulement l'enseignement des connaissances mathématiques mais aussi la manière dont ces connaissances sont enseignées et intégrées dans le quotidien scolaire.

Un autre aspect crucial du projet est le renforcement des comportements positifs chez les élèves. En développant une relation de confiance entre enseignants et élèves, il est possible d'instaurer un climat favorable aux apprentissages en classe, qui est essentiel pour encourager la participation active des élèves et leur motivation à apprendre.

Les moments de la séance et les comportements à observer et à éviter sont généralement portées sur les éléments de la gestion de classe. L'analyse didactique, illustrée par une activité qui traite le rapport personnel au savoir, s'avère nécessaire pour amener l'enseignant à saisir les enjeux de cette méthode d'enseignement. Par ailleurs, si l'on vise un apprentissage centré sur l'élève, il nous paraît important de bien différencier, dans les pratiques enseignantes, deux paradigmes (Tardif, 1998 ; Legendre, 2001) : le paradigme de l'enseignement, le paradigme de l'apprentissage

2. *Les connaissances de cet enseignant*

Analyse didactique de l'activité proposée dans cette séance d'enseignement

À travers cette séance, l'enseignant accueille les élèves à l'extérieur de la classe en vérifiant qu'ils respectent les règles (deux par deux, en silence). Il leur demande de prendre place et de se préparer pour démarrer la séance et leur rappelle les règles. L'enseignant a imprimé et collé le contrat de la classe dans la salle, il a demandé aux élèves de rappeler les règles de la classe et s'assure de leur la compréhension, sans donner des indications additionnelles.


La phase d'ouverture se consacre généralement au calcul mental et un rappel sur les prérequis. Pour cela, l'enseignant rappelle les élèves des règles de participation à l'activité, il laisse le temps aux élèves de réfléchir (quelques secondes) avant de recueillir les réponses, sur quelques opérations, après avoir leurs donné un signal pour répondre. L'enseignant demande systématiquement aux élèves de justifier leurs réponses et de verbaliser leur raisonnement mais il ne fournit pas dans la majorité des cas un

feedback substantiel aux élèves. Il utilise le tableau pour montrer des techniques et astuces additionnelles aux élèves, il note le lexique et les expressions de quelques concepts importants. Malheureusement, il a commis une erreur de traduction de l'expression numérique.

Dans cette démarche pédagogique, il est recommandé de déclarer l'objectif de la leçon aux élèves au début de la séance. Cette pratique fait partie des stratégies pédagogiques efficaces qui favorisent un apprentissage actif et engagé. Nous analysons les raisons pour lesquelles cela est bénéfique, ainsi que les meilleures pratiques pour le faire et les difficultés susceptibles d'être rencontrées. Lorsque l'enseignant partage clairement l'objectif d'apprentissage, cela aide les élèves à comprendre ce qu'ils doivent apprendre et pourquoi c'est important. Cela crée une feuille de route pour la leçon, permettant aux élèves de se concentrer sur les compétences ou concepts clés. Dans cette méthode, connaître l'objectif peut accroître la motivation des élèves. De plus, en ayant un objectif clair, les élèves peuvent mieux évaluer leur propre compréhension et progrès tout au long de la leçon. Cela leur permet d'identifier ce qu'ils maîtrisent et ce sur quoi ils doivent encore travailler. Enfin, annoncer l'objectif dès le début aide également à structurer le temps de la séance. L'enseignant peut planifier son activité en fonction des résultats attendus, ce qui rend l'enseignement plus efficace. Cependant, il doit être vigilant face au manque de cohérence qui peut exister entre l'objectif déclaré, les activités et les tâches proposées pour atteindre cet objectif. L'objectif est exprimé de la manière suivante « *..Alors l'objectif de la séance, c'est utiliser les lettres pour exprimer une quantité..* ». Cet objectif porte sur des connaissances nouvelles qui vont être introduites pour la première fois pour préparer l'entrée dans la symbolisation algébrique. L'enseignant a effectué des opérations sur le calcul mental et les rappels sur les prérequis, mais les éléments de l'ouverture ne suffisent pas pour faire référence à ce que les élèves ont déjà appris pour renforcer leur compréhension. Après avoir déclaré l'objectif, l'enseignant n'a pas consacré assez de temps pour que les élèves posent des questions ouvertes pour clarifier ce qu'ils vont apprendre et en quoi c'est pertinent.

Concernant l'activité proposée, nous avons fait les constats suivants : cet enseignant n'a pas saisi le potentiel de l'activité proposée, il l'a présentée aux élèves sans consigne générale. Cette consigne pourrait être la suivante : « *Vous devez envoyer un message à la créatrice de bijoux dans lequel vous allez lui expliquer comment elle pourrait faire pour trouver le nombre de perles rouges qu'elle aura besoin pour n'importe quel nombre de disques en argent* ». De même, les étapes à suivre pour la résolution sont données par l'enseignant, sans que les élèves n'aient le temps de réfléchir aux enjeux de l'activité. La figure suivante présente un extrait du cheminement utilisé par l'enseignant pour résoudre cette tâche.

Modélage
Une créatrice de bijoux fabrique des bracelets avec des disques en argent et des perles rouges. Elle fixe 3 perles rouges sur chaque disque et utilise 4 autres perles pour fermer le bracelet comme illustré ci-dessous :



Un bracelet avec 1 disque $\rightarrow (1 \times 3) \text{ perles} + 4 \text{ perles} = 7 \text{ perles}$
 Un bracelet avec 2 disques $\rightarrow (2 \times 3) \text{ perles} + 4 \text{ perles} = 10 \text{ perles}$
 Un bracelet avec 3 disques $\rightarrow (3 \times 3) \text{ perles} + 4 \text{ perles} = 13 \text{ perles}$

Pour 1 disque $\rightarrow 1 \times 3 + 4 = 7$
 Pour 2 disques $\rightarrow 2 \times 3 + 4 = 10$
 Pour 3 disques $\rightarrow 3 \times 3 + 4 = 13$
 Penser à 4 disques $\rightarrow 4 \times 3 + 4 = 16$
 Penser à 5 disques $\rightarrow 5 \times 3 + 4 = 19$

Le nombre de perles dans chaque cas est égal à :
 (le nombre de disques) $\times 3 + 4$
 Le nombre de perles dans chaque cas est égal à :
 $n \times 3 + 4$

Calculer avec l'expression : $n \times 3 + 4$
 Si $n = 5$, alors le nombre de perles est : $5 \times 3 + 4 = 19 \text{ perles}$
 Si $n = 10$, alors le nombre de perles est : $10 \times 3 + 4 = 34 \text{ perles}$

- L'expression $n \times 3 + 4$ nous permet de calculer le nombre de perles pour n'importe quel nombre de disques.
- Cette expression est une expression littérale.

Une expression littérale (ou expression algébrique) est une expression contenant une ou plusieurs lettres qui désignent des nombres.

Figure 1 – Extrait du cours présenté par l'enseignant

Dans cette activité, l'idée est de confronter les élèves à une suite arithmétique illustrée par des suites de disques en argent et des perles rouges. L'élève dispose au départ d'une représentation visuelle des trois motifs de bracelets représentant la suite de disques en argent et des perles rouges. La tâche consiste à présenter des figures représentant le nombre de disques en argent et de perles rouges et à montrer les exemples de figures des premiers termes (dans chaque bracelet, la variable dépendante est le nombre de perles rouges et la variable indépendante est le nombre de disques en argent).

Dans un premier temps (pour les premiers termes), l'élève est amené à anticiper le nombre de perles rouges dans la figure d'un bracelet de 4 disques en argent, sans être obligé de le dessiner et dénombrer les perles rouges. Il doit ensuite proposer une description de l'agencement des perles rouges pour un bracelet de 15 disques d'argent. Ensuite, l'élève doit identifier le nombre de perles rouges nécessaires pour une figure lointaine (un bracelet de plusieurs disques d'argent) ; il s'agit d'amener l'élève à formuler en mots une procédure générale pouvant convenir quel que soit le nombre de disques en argent de la figure recherché. Afin d'amener les élèves à donner du sens à la notion de nombre indéterminé dans ce contexte, il est avantageux de formuler la consigne, par : « *Trouvez une expression mathématique qui donne le nombre de perles rouges, à n'importe quelle figure de bracelet, pour n'importe quel nombre de disque* ». Le passage au formalisme mathématique se fait progressivement, il a dû être introduit par l'enseignant non pas pour prescrire la manière de formuler les régularités, mais comme un moyen de rendre plus efficace les formulations des élèves.

Les aspects didactiques manquants dans la pratique de cet enseignant

Processus d'institutionnalisation dans cette pratique : L'enseignant n'a pas effectué une analyse de la production des élèves, mettant l'accent sur le processus d'évolution des représentations spontanées des élèves sur le processus algébrique. De même, il n'a pas fourni aux élèves les éléments de ce processus de généralisation basé sur les processus numériques.

Valorisation de l'activité de l'élève selon les différentes modalités de travail : Il est primordial de faire les articulations possibles entre le travail en groupe, le travail du grand groupe et le travail individuel favorisant l'autoréflexion, afin d'amener les élèves à donner du sens à la notion de nombre indéterminé.

Les connaissances de cet enseignant relativement au processus de généralisation

Dans ce problème proposé aux élèves, le registre de représentation pour la détermination du nombre de perles rouges pour 4 et 15 disques est naturellement numérique. Pour la question du cas d'un bracelet avec un nombre inconnu de disques, le registre pourra être algébrique conventionnel ou intermédiaire. Il pourra aussi être numérique, dans le cas où l'élève utilise un nombre déterminé quelconque pour exprimer le cas général.

Cet enseignant ne fait pas référence à un raisonnement produit par un élève tout en faisant des commentaires qui aideront cet élève à s'engager dans la construction du sens de l'activité. L'enseignant ne considère pas les conditions de validation de la généralité, qui est empirique si la généralisation est arithmétique et intellectuelle si la généralisation est algébrique. De même, nous n'avons pas relevé d'indicateurs montrant la capacité de l'enseignant à retrouver les différentes stratégies et les expliquées aux élèves.

3. *Analyse de la pratique enseignante à travers les trois critères (culture de la classe, enseignement effectif et les compétences socio émotionnelles)*

Culture de la salle de classe

Temps consacré à l'apprentissage des élèves : Globalement, l'enseignant est efficace pour maximiser le temps consacré à l'apprentissage en s'assurant que la plupart des élèves sont en apprentissage pendant la majeure partie du cours et qu'ils y participent. Cependant, nous avons observé des élèves qui ne participent pas à l'activité fournie par l'enseignant.

Environnement propice à l'apprentissage des élèves : L'enseignant est surtout efficace pour créer un environnement favorable. Il traite tous les élèves avec respect et utilise fréquemment un langage positif pendant la séquence. Tous les élèves ont les mêmes chances de participer aux activités de la classe et sont traités avec la même considération ; il n'y a pas de preuve d'un préjugé même implicite lié au genre ou au handicap, mais il n'y a pas de cas où ces stéréotypes sont explicitement remis en question.

Attentes comportementales positives : L'enseignant est plutôt efficace pour promouvoir un comportement positif dans la classe. Il fixe certaines attentes en matière de comportement, et les élèves se comportent bien. Cependant, il ne reconnaît pas le comportement des élèves qui répondent ou dépassent les attentes.

Enseignement effectif

La mise en œuvre de la leçon : L'enseignant est assez efficace dans l'animation de la leçon pour favoriser la compréhension. Il énonce naïvement l'objectif d'apprentissage, mais il utilise trois formes de représentation pour expliquer le contenu et il a utilisé une activité porteuse de sens pour modéliser l'activité d'apprentissage. Cependant, l'enseignant ne fait pas assez de lien entre ce qui est enseigné, les autres connaissances du contenu ou les expériences des élèves.

Vérification de la compréhension des élèves : L'enseignant a procédé à une vérification de la compréhension des élèves en leur proposant des exercices, en leur demandant de réfléchir sur ces exercices et en demandant à certains de passer au tableau. En particulier, quatre élèves vont au tableau pour répondre aux différents exercices, ce qui ne lui permet pas d'obtenir des informations sur la plupart des élèves. De plus, comme nous ne pouvons pas voir l'ensemble de la classe, il est difficile d'avoir une idée précise du nombre d'élèves qui ont compris la notion de l'indéterminé. L'enseignant surveille certains élèves pendant qu'ils travaillent de manière indépendante et ajuste son enseignement. En particulier, après qu'un élève ait terminé un exercice au tableau, il juge sa production sans interroger les autres élèves sur la justesse du raisonnement de leur camarade et sans leur demander quelle erreur est commise. Puis il explique la solution de l'exercice pour que l'ensemble des élèves comprenne le processus. Un autre point crucial est l'erreur manifestée par l'élève et qui est passée sous silence, lorsque l'élève considère l'unité du litre « l » comme un indéterminé. L'un des défauts des représentations sémiotiques qui sont à l'origine des difficultés des élèves dans les problèmes de mise en équation est la variable indice, c'est-à-dire, l'indice dimensionnel d'une quantité connue qui est choisi comme inconnue.

Pensée critique : L'enseignant parvient assez bien à encourager les élèves à faire preuve d'esprit critique en les aidant à identifier et à synthétiser les informations pertinentes. L'enseignant pose quelques questions ouvertes aux élèves, mais ne s'appuie pas sur leurs réponses et leur fournit une tâche de réflexion superficielle. Les élèves ne posent pas de questions ouvertes mais assistent à la tâche de réflexion substantielle fournie et effectuée par l'enseignant, ce qui ne contribue pas au développement de l'esprit critique chez les élèves.

Compétences socio-émotionnelles

Autonomie : L'enseignant est assez efficace dans la promotion de l'autonomie, il leur donne l'occasion de jouer des rôles importants. De plus, certains élèves profitent de ces opportunités et se portent volontaires pour jouer des rôles.

Persévérance : Généralement, l'enseignant ne reconnaît pas les efforts des élèves, il fait preuve d'une attitude neutre à l'égard des défis des élèves puisqu'il ne les pénalise pas pour leurs erreurs. Cependant, il n'aide pas les élèves à comprendre que l'erreur et la frustration sont des éléments normaux du processus d'apprentissage, et ne donnent pas de retours pour les surmonter. Enfin, rien ne prouve que l'enseignant encourage les élèves à se fixer des objectifs d'apprentissage à court ou à long terme. L'enseignant n'est pas très efficace pour encourager les efforts des élèves. Il adopte une attitude neutre face aux défis et n'aide pas les élèves à se fixer des objectifs.

Compétences sociales et collaboratives : L'enseignant a l'intention d'encourager la collaboration entre les élèves et favorise les compétences interpersonnelles des élèves. Les élèves sont installés par groupe, mais l'enseignant ne favorise pas la collaboration effective entre les élèves pour résoudre des problèmes.

V. CONCLUSION

L'objectif était d'analyser la pratique d'un enseignant, spécifiquement dans le domaine « *Algèbre et fonction* ». Divers outils de collecte de données ont été utilisés pour soutenir l'analyse. L'accent a été mis sur la compréhension de la manière dont l'enseignant organise et met en œuvre ses stratégies d'enseignement en classe. Dans la classe, l'enseignant s'efforce de créer un environnement d'apprentissage positif. Pour cela, il tente de faciliter la compréhension des élèves en clarifiant les objectifs de la leçon et en utilisant diverses représentations. Il met en pratique ses connaissances théoriques, mais cela présente certaines limites. Bien qu'il explique les techniques et concepts, il pourrait enrichir son enseignement en intégrant davantage d'activités pratiques pour améliorer la compréhension des élèves. Un point critique est le manque d'institutionnalisation dans sa pratique : l'enseignant n'a pas analysé les productions des élèves, ce qui aurait permis de mieux comprendre l'évolution de leurs représentations spontanées et leur approche des processus algébriques. De plus, il n'a pas présenté le processus algébrique comme un moyen de généralisation, basé sur les processus numériques, ni aidé les élèves à s'éloigner progressivement des conditions initiales pour parvenir à une expression algébrique. Les interactions observées montrent que l'enseignant exerce une dominance dans sa pratique pédagogique et modifie son enseignement de manière peu significative. Il possède une connaissance réflexive de sa méthode d'enseignement, qui nécessite un soutien accru.

L'enseignant engage les élèves dans divers exercices, leur laissant le temps de réfléchir et d'analyser leurs réponses. Toutefois, il ne questionne pas suffisamment la classe sur les raisonnements ou les erreurs commises. Par exemple, une confusion d'un élève entre une unité et une variable est négligée. Les élèves rencontrent des difficultés à identifier et à convertir des quantités inconnues en expressions algébriques, car les différents registres ne s'alignent pas toujours. Bien qu'il adapte son enseignement, l'enseignant ne teste pas les connaissances des élèves concernant les équivalences des expressions algébriques. Lors de la phase de pratique guidée collective, il rappelle les règles du contrat liées à cette pratique et demande systématiquement aux élèves de justifier leurs réponses. Cependant, ne fournit pas un retour d'information substantiel sur les réponses incorrectes.

Les résultats de l'étude sur les connaissances nécessaires pour enseigner révèlent que l'enseignant en question montre peu de sensibilité aux spécificités des situations porteuses, ainsi qu'à la nature de la validation des connaissances (qu'elle soit empirique ou intellectuelle). De plus, il ne prend pas

suffisamment en compte les types de raisonnements que les élèves utilisent lors de la résolution de problèmes liés à la généralisation. Cette sous-estimation du rôle des registres de représentation dans le développement cognitif des élèves pourrait entraver leur transition d'une pensée arithmétique vers une pensée algébrique. En conséquence, le manque de connaissances didactiques et le besoin de formation continue pour les enseignants sont identifiés comme des facteurs cruciaux pour favoriser un développement précoce de la pensée algébrique.

RÉFÉRENCES

- Abouhanifa, S., Benjema, S. et Oky, E. (2024, 20-24 mai). *Analyse des connaissances d'enseignants de mathématiques du collège autour de la résolution de problèmes de comparaison chez les élèves* [Communication]. Colloque ADIMA-4, Université Mohammed 6 Polytechnique, Benguerir.
- Abouhanifa, S. (2019). Développer la symbolisation algébrique à travers le processus de généralisation. *Revue de Mathématiques pour l'école (RMé)*, 232, 35-46.
<https://doi.org/10.26034/vd.rm.2019.1756>
- Abouhanifa, S. et Squalli, H. (2023). Raisonnements des élèves dans la résolution de problèmes algébriques à la transition primaire/collège au Maroc. Dans *Actes du colloque EMF22, GT2 du 12 au 16 décembre 2022 à Cotonou, Bénin*.
- Aloys, J. B., Carter, E. J., Del Toro Mijares, A. T., Ding, E., Yi, Z., Melo Hurtado, C. E., Molina, E., Pushparatnam, A., Singal, N., Wilichowski, T. M. (2021). *Teach Primary: Manual do Observador – Volume 1* (2^e éd.). World Bank Group.
<https://documents1.worldbank.org/curated/en/918781650527970027/pdf/Teach-Primary-Manual-del-Observador.pdf>
- Ball, D. L., Thames, M. H. et Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Bocquillon, M., Gauthier, C., Bissonnette, S., Trudel, L., Decelles, S. et Eva, M. (coord.). (2019) L'enseignement explicite : une approche pédagogique efficace pour favoriser la réussite du plus grand nombre [Numéro thématique]. *Apprendre et enseigner aujourd'hui*, 8(2).
<https://www.enseignementexplicite.be/WP/wordpress/wp-content/uploads/Num%C3%A9ro-enseignement-explicite-Apprendre-et-enseigner.pdf>
- Bruner, J. (2000). *Cultures et modes de pensée. L'esprit humain dans ses œuvres*. Retz.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique de la didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-226. <https://revue-rdm.com/1999/1-analyse-des-pratiques/>
- Demonty, I., Vlassis, J., Fagnant, A. (2018). Pensée algébrique, activités types et connaissances pour l'enseignement à la transition entre l'école primaire et secondaire. *Études pédagogiques en mathématiques*, 99, 1-19.
- Dörfler, W. (1991). Forms and means of generalization in mathematics. Dans A. J. Bishop, S. Mellin-Olsen et J. Dormolen (dir.), *Mathematical knowledge: Its growth through teaching* (p. 61-85). Kluwer Academic Publishers.
- Filloy, E. et Rojano, T. (1989). Solving equations: The transition from arithmetic to algebra. *For the Learning of Mathematics*, 9(2), 19-25. <https://www.jstor.org/stable/40247950>

- Hamdani, Y. (2024). L'évaluation de la qualité du projet des écoles pionnières par les professeurs de l'enseignement primaire au Maroc. *Journal for Education Studies and Research on Pedagogical Innovation*, 2(1), 211-240. <https://doi.org/10.34874/PRSM.takwine-vol2n01.1245>
- Jacobs, V. R., Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L. et Battey, D. (2007). Professional development focused on children's algebraic reasoning in elementary school. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 258-288.
- Kaput J. J. (1998). Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by « algebrafying » the K-12 curriculum. Dans *Proceedings of a National Symposium, may 27 and 28, 1997. The Nature and Role of Algebra in the K-14 Curriculum* (p. 25-26). National Academy Press.
- Kieran, C. (1994). A functional approach to the introduction of algebra: Some pros and cons. Dans J. P. Ponte et J. F. Matos (dir.), *Proceedings of the 18th International Conference for the Psychology of Mathematics Education, Lisbon, Portugal, 29 juillet au 3 août 1994 – Volume 1* (p. 157-175).
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. Dans A. D. Grouws (dir.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (p. 390-419). Macmillan.
- Legendre, M.-F. (2001). Favoriser l'émergence de changements en matière d'évaluation des apprentissages. *Vie pédagogique*, (120), 14-19.
- Ministère de l'éducation nationale, du préscolaire et des sports (MENPS). (2022). *Feuille de route 2022-2026 : 12 engagements pour une école publique de qualité*. Gouvernement du Maroc.
- Ministère de l'éducation nationale, du préscolaire et des sports (MENPS). (2024). *Projet des écoles pionnières. Programme du cycle national de formation des enseignants sur l'approche de l'enseignement au bon niveau*. Gouvernement du Maroc.
- Najar, R., Squalli, H., Adihou, A. et Abouhanifa, S. (2021). Transition primaire-collège au Bénin, Maroc et Tunisie : pour un état des lieux, comparaison et perspectives de l'enseignement de l'arithmétique et de l'algèbre. Dans B. Cherradi, A. Jamea et A. Boukhaïr (dir.), *CIFEM'2020 – 3^e édition du Colloque International sur la Formation et l'enseignement des mathématiques et des sciences, 26-28 octobre 2020*. ITM Web of Conferences, 39, article 01004. <https://doi.org/10.1051/itmconf/20213901004>
- Nathan, M. J. et Koedinger, K. R. (2000) An investigation of teachers' beliefs of students' algebra development. *Cognition and instruction*, 18(2), 209-237
- Piaget, J. et Henriques, G. (1978). *Recherches sur la généralisation*. Presses universitaires de France.
- Shulman, L. (1987). Connaissance et enseignement : fondements de la nouvelle réforme. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-23.
- Squalli, H., Najar, R., Abouhanifa, S. et Adihou, A. (2020). *Transition primaire-collège au Bénin, Maroc et Tunisie. État des lieux, comparaison et perspectives de l'enseignement de l'arithmétique et de l'algèbre* [Communication]. 3^e édition du Colloque CIFEM'2020, CRMEF CS, El Jadida, Maroc.
- Tardif, J. (1998). *Introduire les nouvelles technologies de l'information. Quel cadre pédagogique ?* ESF.