

TRAVAIL COLLABORATIF POUR RÉDUIRE L'ÉCART ENTRE LES TÂCHES ATTENDUES D'UNE ENSEIGNANTE ET D'UNE CHERCHEUSE LORS DE LA GÉNÉRALISATION ALGÈBRIQUE

| ANTOUN* ZITA

Résumé | Lors d'une recherche collaborative, la chercheuse et une enseignante ont travaillé ensemble afin de diminuer l'écart entre leurs tâches attendues autour de la généralisation algébrique (élèves de 13-14 ans). Le questionnaire administré aux élèves apparaît comme une porte d'entrée pour entamer un travail collaboratif, celui-ci étant source de développement professionnel pour l'enseignante et d'une meilleure compréhension du métier d'enseignant pour la chercheuse.

Mots-clés : double approche, recherche collaborative, écart, tâches attendues, généralisation algébrique

Abstract | In a collaborative research project, the researcher and a teacher worked together to narrow the gap between their expected tasks around algebraic generalization (students aged 13-14). The questionnaire administered to the pupils appeared to be a gateway to collaborative work, a source of professional development for the teacher and a better understanding of the teaching profession for the researcher.

Keywords: Double approach, collaborative research, gap, expected tasks, algebraic generalization

I. CONTEXTE DE L'ÉTUDE

1. Visée de la recherche

Sans être le propre de l'algèbre, la généralisation est décrite par Mason (1996) comme le moteur des mathématiques et elle est l'une des activités algébriques élémentaires du modèle GTG de Kieran (2007) nommée *activité générative*. Plusieurs chercheurs de différents pays se sont intéressés à la généralisation algébrique (Bednarz, 2005 ; Boaler et Humphreys, 2005 ; Coulangue et Grugeon, 2008 ; Denis, 1997 ; Hitt et al., 2017 ; Radford, 2010 ; Squalli, 2015 ; Tremblay et Saboya, 2020 ; Vlassis et Demonty, 2019 ; Vlassis et al., 2017). La plupart de ces études se penchent sur ce que font les élèves et peu d'entre elles s'attardent à ce que font et ce qui guide les enseignants lors de la généralisation algébrique. Coulangue et Grugeon (2008) soulignent, à cet effet, un écart entre les avancées de la recherche et ce qui est fait notamment par une enseignante. Notre objectif est de *Mieux comprendre cet écart et d'étudier sa possible réduction à travers un travail collaboratif entre la chercheuse et une enseignante de la 2^e année du secondaire (élèves de 13-14 ans).*

2. Tâche attendue de la chercheuse pour la généralisation algébrique

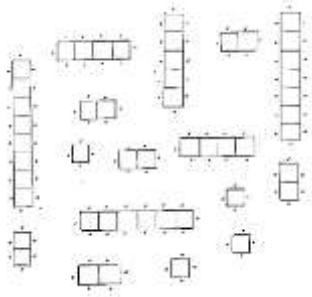
Rogalski (2003) et Vinatier (2009) reconnaissent différents types de tâches et d'activités en enseignement. Dans ce texte, nous nous restreignons à la tâche attendue. Pour un enseignant, celle-ci est définie comme « la traduction des prescriptions, des choix des situations, des ajustements pédagogiques, une prise en compte de l'hétérogénéité de la population scolaire » (Vinatier, 2009, p. 72). Nous pouvons considérer la tâche attendue d'un chercheur comme le cadre construit par celui-ci à travers la croisée de la littérature (ici les recherches en didactique de l'algèbre) et de son expérience en

* Université du Québec à Montréal – Canada – antoun.zita@uqam.ca

formation. En ce qui concerne la généralisation algébrique, la chercheuse privilégie des situations ayant certaines caractéristiques. La figure 1 présente un exemple de ce type de situations.

Le restaurant de Marcel

Marcel, le propriétaire d'un restaurant, dispose de tables simples dans son restaurant qu'il place l'une à côté de l'autre pour pouvoir placer ses clients lorsqu'ils arrivent. Il dispose ainsi de différentes tables de toutes sortes de grandeurs : des grandes, des petites, des moyennes, ... (Les tables sont toujours formées de la même façon, en prenant des tables simples qu'on place côte à côte). Marcel aimerait bien ne pas avoir à compter à chaque fois les clients qui arrivent pour décider autour de quelle table il les place. Il a besoin de ton aide pour trouver une manière de calculer vite le nombre de clients qu'on peut asseoir autour d'une table, et ce, quelle soit la grandeur de la table. Notre propriétaire habite loin et il attend que tu écrives à ce sujet.



a) Combien de clients peut-on asseoir autour de 3 tables ?

b) Combien de clients peut-on asseoir autour de 8 tables ?

c) Comment peut-on trouver le nombre de clients que l'on peut asseoir autour de 56 tables et ce, sans compter les clients un à un ?

d) Écris un message en mots à Marcel qui lui indiquerait une manière de faire pour trouver rapidement le nombre de clients qu'il peut asseoir autour d'une table, et ce, pour n'importe quelle table.

e) Vois-tu une autre façon de procéder pour compter rapidement le nombre de clients qui peuvent s'asseoir sur n'importe quelle table ?

f) Si on sait que 124 clients arrivent au restaurant, de combien de tables aura besoin Marcel ?

Figure 1 – Situation Le restaurant de Marcel (Bednarz, 2005) adaptée par la chercheuse

Ainsi, pour la chercheuse comme pour d'autres chercheurs (par ex., Bednarz, 2013 ; Combiér et al. 1996 ; Radford, 2010), la généralisation algébrique est un moyen d'introduire les notations littérales en mathématiques. Les élèves sont sollicités pour écrire d'abord des messages en mots puis des formules visant ainsi à faire naître chez eux le besoin d'utiliser des symboles (littéraux ou pas). Pour cela, les motifs figurés sont privilégiés. L'étude de motifs consiste d'abord à concentrer son attention de manière à percevoir et à rendre compte de ce qui est commun entre les motifs et en quoi ils diffèrent (initiation à la visualisation mathématique). Mulligan et al. (2004) parlent de l'appréhension de la structure des motifs et de la recherche du principe générateur, ce qui conduit à la formation d'une formule. Ainsi, dans la formulation des questions (voir figure 1), la symbolisation n'est pas présente mais la question amène l'élève à y avoir recours.

Tout comme Küchemann (2010), la chercheuse axe sur l'utilisation non séquentielle de motifs parce que l'ordonnancement des motifs aiguille l'élève sur une façon de percevoir la progression. Celui-ci s'attarde à un motif, au motif suivant et au précédent, l'approche terme à terme est ainsi privilégiée au détriment d'un travail de mise en relation certes plus important, mais menant, de plus, à une diversité de façons de percevoir ce qui change et ce qui se répète. En outre, la chercheuse privilégie l'ajout d'un contexte réel (Ainley et al. 2003 ; Bednarz, 2005 ; Demonty et al. 2018 ; Ellis, 2007 ; Labrosse, 2020 ; Landry, 1999 ; Mary, Squalli et Schmidt, 2014 ; Wozniak, 2020). Ainley et al. (2003) soulignent que les élèves qui généralisent en s'appuyant à la fois sur le contexte et sur les calculs sont capables de justifier plus facilement les expressions obtenues mais ils ont également remarqué que certaines descriptions verbales sont empreintes du contexte, ce qui ne facilite pas le passage vers des expressions algébriques.

II. REPÈRES THÉORIQUES ET MÉTHODOLOGIQUES

Le cadre sollicité dans cette recherche est *la double approche ergonomique et didactique* de Robert et Rogalski (2002) dans lequel le point de vue didactique à travers les composantes *cognitive* et *médiative* est agencé au point de vue ergonomique sous les composantes *personnelle*, *institutionnelle* et *sociale*. Les deux premières composantes renseignent sur l'organisation de la séance prévue par l'enseignant et sur ses actions pendant le déroulement de la séance (Robert et Rogalski, 2002). Ainsi, la composante cognitive s'attarde aux tâches prévues pour les élèves et les apprentissages mathématiques qui peuvent en découler. À travers la composante médiative, on s'intéresse à la fois au choix de l'organisation du travail des élèves dans la classe et à l'action directe de l'enseignant pendant le déroulement en classe (Robert, 2012). Du point de vue ergonomique, la composante sociale recouvre la façon dont l'enseignant prend en compte le travail avec ses collègues ainsi que l'interaction avec d'autres acteurs du milieu scolaire comme les parents et la composante personnelle est liée aux conceptions de l'enseignant sur l'enseignement et l'apprentissage ainsi que son rapport personnel aux mathématiques. Finalement, la composante institutionnelle (dimension ergonomique) est liée aux textes officiels dont font partie les programmes et les diverses contraintes administratives qui impactent les pratiques enseignantes (Pariès et al., 2008 ; Rogalski, 2008). Kermen et Barroso (2013) précisent que Robert en 2012 ne détaille plus l'origine de chaque composante, se contentant de mentionner le type d'analyse permettant d'y accéder, tout en soulignant qu'elles sont imbriquées.

Une recherche collaborative (Bednarz, 2013 ; Desgagné, 1997) a été menée avec une enseignante de la région de Montréal que nous nommons Maria. Dans ce type de recherche, l'enseignant joue un rôle actif considéré comme un « praticien réflexif » (Schön, 1994) qui peut, dans l'expérience et l'action, grâce à la réflexion et à l'explicitation, construire des savoirs (Bourassa et al., 2007 ; Desgagné et Bednarz, 2005). Maria a 15 ans d'expérience en enseignement au secondaire au Québec (élèves de 12-17 ans). Elle s'est investie auprès de différents groupes d'élèves, au régulier, dans des classes enrichies et avec des groupes d'élèves classés en difficultés d'apprentissage. Elle exprime son intérêt pour participer à une recherche collaborative qu'elle entrevoit comme une occasion de formation continue. Tel qu'elle le précise, son but est l'amélioration de sa pratique, elle cherche à « s'outiller » en s'ouvrant à d'autres façons d'enseigner, à des « méthodes » qui vont lui permettre d'atteindre le plus d'élèves possibles. Elle entrevoit ainsi de partager avec la chercheuse sa « façon de faire travailler les élèves en algèbre », ses « stratégies de travail » et elle attend que la chercheuse lui présente d'autres façons de faire, ce sera « comme un partage équitable ». De son côté, la chercheuse, à travers le travail en collaboration, cherche à s'enrichir de l'expertise de Maria acquise dans sa pratique, à exposer sa tâche attendue et rendre visible celle de l'enseignante en ce qui a trait à la généralisation algébrique. L'expérimentation a pris place à la dernière étape de l'année scolaire¹. À ce moment, les élèves avaient travaillé en algèbre au cours des deux premières étapes.

Plusieurs instruments de collecte de données ont été utilisés : *deux rencontres avant toute expérimentation en classe, les documents utilisés par l'enseignante, une séance d'observation en classe avant toute expérimentation et cinq rencontres réflexives entre chercheuse et enseignante* dans lesquelles était visée l'élaboration conjointe de situations et d'interventions en algèbre. De plus, ces rencontres ont été entrecoupées par des expérimentations en classe. En outre, afin d'alimenter les discussions lors de la première rencontre réflexive, la chercheuse a proposé à l'enseignante de faire passer un questionnaire aux élèves, celui-ci comportant des questions portant sur ce que les élèves avaient étudié en algèbre lors des deux premières étapes ainsi que la situation du restaurant de Marcel (voir figure 1). L'objectif étant d'avoir une base de discussion lors de la première rencontre réflexive. Les résultats des élèves au questionnaire

¹ L'année scolaire au Québec est divisée en trois étapes, la troisième étape débute généralement à la mi-mars.

et discutés lors de la première rencontre réflexive sont apparus comme un levier pour ouvrir le travail collaboratif entre les deux participantes autour de la généralisation algébrique.

III. PREMIERS RÉSULTATS

Les deux rencontres avec l'enseignante avant l'expérimentation, les documents de l'enseignante, l'observation d'une séance en classe avant l'expérimentation et la première rencontre réflexive permettent de saisir la tâche attendue de l'enseignante à ce qui a trait à la généralisation algébrique².

1. Tâche attendue par l'enseignante pour la généralisation algébrique

S'appuyant sur les difficultés des élèves qu'elle a observées au long des années (notamment l'enseignante souligne qu'il y a des élèves qui n'ont jamais réussi les mathématiques du primaire et de la première année du secondaire) sur le fait que l'algèbre est un contenu qui est introduit pour la première fois en secondaire 2 (élèves de 13-14 ans) et que la géométrie n'a pas été travaillée en secondaire 1, Maria a choisi d'enseigner en spirale tout au long de l'année pour revenir à diverses reprises sur les contenus mathématiques. L'enseignante précise qu'elle a élaboré des documents de notes de cours et qu'elle les a modifiés suite à ses observations sur les difficultés des élèves et les discussions avec ses collègues. Les changements rendent compte d'un questionnement, une réflexion de la part de l'enseignante sur sa planification de base : « J'ai comme enlevé pas mal de choses, j'ai refait pas mal de choses-là. Je les bâtis à ma façon. Ouais, parce que souvent il vaut mieux l'adapter ». Ces échanges mettent de l'avant les composantes sociale, institutionnelle, cognitive et personnelle de Maria qui apparaissent imbriquées.

Ainsi, l'enseignante travaille les contenus algébriques dans les trois étapes de l'année scolaire. À chacune de ces étapes, elle reprend ce qui a été fait à l'étape précédente et pousse plus loin. On en apprend ainsi sur la dimension didactique (cognitive et médiative) de la pratique de Maria ainsi que sur la composante personnelle (dimension ergonomique). À la première étape, l'enseignante s'attarde à ce qu'elle considère être les préalables dont ont besoin les élèves pour aborder l'algèbre. Ces préalables touchent à des concepts en arithmétique par exemple les nombres entiers, les opérations, les exposants et les fractions. Par la suite, Maria introduit le langage mathématique en s'attardant sur des exercices de traduction d'expressions langagières en français, par exemple, *Le triple de la somme de d et de 5*, *La demi de b*, *5 de moins que le tiers de n*. Lors des deux premières rencontres avec l'enseignante avant l'expérimentation et de l'observation en classe, nous avons pu remarquer que la rigueur mathématique est essentielle pour l'enseignante, c'est important pour elle d'utiliser les bons termes (composante personnelle). À la deuxième étape (fin novembre), l'enseignante poursuit l'enseignement de l'algèbre de façon entrecoupée. Maria débute cette étape par l'introduction des expressions algébriques, puis elle présente la *terminologie de l'algèbre et la réduction des expressions algébriques* (+ ; - ; × ; ÷). Elle déclare qu'elle introduit les expressions algébriques à travers des petits problèmes dans lesquels elle demande aux élèves de trouver une expression algébrique comme dans cet exemple :

André a acheté 4 articles. Le premier coûte x \$. Le second coûte 10 \$ de plus que le double du premier. Le troisième coûte la moitié du premier. Et le dernier vaut 5 \$ de moins que le triple du premier.

a) Donne l'expression algébrique qui donne le montant total de ses achats.

b) S'il a payé avec un billet de 100 \$. Quelle est l'expression algébrique qui représente la monnaie que lui rend la caisse ?

² Ce texte s'appuie uniquement sur l'analyse de ces données.

Nous pouvons remarquer que dans cet exemple, la symbolisation est imposée, ce qui est le cas pour toutes les questions qui sont dans les documents destinés aux élèves.

Maria débute la troisième étape (début mars) avec l'étude des polygones. Notre séance d'observation a pris place dans une séance où elle procède à la généralisation algébrique en contexte géométrique en demandant aux élèves d'élaborer une formule pour trouver l'aire de tout polygone régulier. Lors de cette séance, elle encourage la construction de différentes formules par les élèves, celles-ci s'appuient sur un visuel et elle axe sur le sens de ces formules, se rapprochant de la tâche attendue par la chercheuse sur la généralisation algébrique. Par la suite, dans cette dernière étape de l'année scolaire, l'enseignante conclut l'enseignement de l'algèbre par les *équations : Résolution d'équations et Résolution de problèmes avec une équation* où l'élève est amené à réinvestir l'apprentissage fait préalablement. Par exemple, elle propose la résolution du problème suivant : *Ronald a le double des cahiers de sa sœur, puis elle a 3 de plus que son petit frère. Écris moi l'expression algébrique du nombre de cahiers qu'ils ont tous les 3 ensemble. S'ils ont 29 cahiers en tout, combien de cahiers chacun a-t-il ?* Les élèves réinvestissent donc ce qui a été fait auparavant lors de la construction d'expressions algébriques pour aller vers la résolution de problèmes. Notons que l'analyse des documents de l'enseignante amène à constater une absence de situations de généralisation telles qu'appréhendées par la chercheuse. Maria précise que pour elle la généralisation algébrique est reliée à la traduction d'énoncés en langage symbolique (composante personnelle) :

En général, on fait beaucoup d'exercices du style, lui, il a des fruits dans sa poche, on ne sait pas combien il en a mais il m'a donné 2 de moins. Combien il y en a ? Qu'est que tu fais ? On a fait de la généralisation comme ça en disant, est-ce que je peux mettre ce que je veux, par exemple f pour fruits ? oui. On a fait ça.

Ainsi pour Maria la généralisation consiste en l'introduction de la lettre pour symboliser une inconnue (composante personnelle) mais également lors de l'étude des suites, étude dont elle s'est détournée n'étant plus au programme (composante institutionnelle). Lorsque questionnée sur la séance d'observation où, aux yeux de la chercheuse, Maria présente une situation de généralisation algébrique en contexte géométrique, celle-ci reconnaît utiliser l'algèbre mais ne l'associe pas à une situation de généralisation algébrique puisqu'elle est en géométrie.

2. *Regard conjoint sur les résultats obtenus au questionnaire : une porte d'entrée pour un travail collaboratif³*

Rappelons que dans le questionnaire élaboré par la chercheuse et destiné aux élèves avant le début de l'expérimentation, la chercheuse a inséré la situation de généralisation du restaurant de Marcel. Maria accepte de passer le questionnaire tel que proposé mais elle précise craindre que le support visuel (les motifs figurés) soit une source de difficultés pour les élèves. Il ressort que les différentes questions du questionnaire n'ont pas un taux de réussite très élevé. Ainsi, malgré que le vocabulaire algébrique ait été enseigné à la première étape de l'année scolaire et qu'un retour ait été fait à la deuxième étape, plusieurs difficultés liées à la traduction algébrique des expressions se font sentir chez la majorité des élèves. Ces derniers confondent les relations « fois plus » et « de plus » et ils démontrent une faible maîtrise des manipulations algébriques (distributivité et addition et soustraction de termes semblables, etc.). Les élèves semblent ne pas donner de sens à la lettre et aux opérations. Maria est déçue par ce constat, elle reconnaît que les élèves ont des difficultés récurrentes en algèbre ce qui l'a amenée, au cours du temps, à axer sur un travail portant sur la traduction d'énoncés et qui prend place aux deux premières étapes, elle espère ainsi asseoir la compréhension du symbolisme. Pour le restaurant de Marcel, peu d'élèves ont répondu. Toutefois, Maria est étonnée par les messages en mots et formules ressortis par certains de ses élèves qui ne sont pas les plus forts de la classe (voir figure 2).

³ C'est un travail de co-construction entre enseignante et chercheuse.

petites tables?

oui

0) Si on sait que 124 personnes arrivent au restaurant, de combien de petites tables aura besoin Marcel pour les placer?

$$2n+2$$

$$2(n-1)+4$$

$$2n+4$$

Nb de personnes = n

$$124 - 4 = 120$$

$$120 : 2 = 60 \text{ tables}$$

$$n+2+4 \rightarrow 2n+4$$

d) Ecris un message en mots à Marcel qui lui indiquerait une manière de faire pour trouver vite combien de clients il peut assier autour d'une table constituée d'un certain nombre de petites tables, quel que soit ce nombre.

e) Vois-tu une autre façon de procéder pour compter rapidement le nombre de clients qui peuvent s'asseoir autour d'une table constituée d'un certain nombre de petites tables?

f) Si on sait que 124 personnes arrivent au restaurant, de combien de petites tables aura besoin Marcel pour les placer?

$$124 - 4 = 120$$

$$120 : 2 = 60 \text{ tables}$$

L'élève écrit deux messages : 1-Marcel, mon truc est de compter le nombre de table et le multiplier par 2 ensuite tu as juste à ajouter 2 au total et tu as ton nombre de personnes. 2-on pourrait compter en bon de deux parce qu'on peut juste assier des nombres pairs.

L'élève écrit : 1-Le bout de table peut contenir 3 clients, chaque bout. Si la table avait 20 tables, on ferait $2 \times 18 = 36$; $3 + 3$; $36 + 6 = 42$. 2- si la table a plus que 3 tables, on calcule le bout et additionne les autres tables par 2.

Figure 2 – Messages en mots et formules ressortis par des élèves pour la situation du restaurant de Marcel

Maria est saisie par la diversité des messages des élèves sous forme symbolique ou en mots et l'utilisation de différentes lettres pour la symbolisation. Elle est agréablement surprise, elle ne s'attendait pas à ce que certains de ses élèves soient capables de trouver une formule en s'appuyant sur le visuel. Rappelons que cette situation n'est pas familière pour les élèves, elle ne ressemble pas aux situations proposées antérieurement par l'enseignante ni par sa forme ni par le contenu. Constatant que des élèves ont eu recours à une lettre (symbolisation) sans que celle-ci leur soit imposée, l'enseignante reconnaît le potentiel de ce type de situations et propose d'y revenir avec les élèves :

C'est déjà bien qu'ils pensent à donner des variables qu'ils ne connaissent pas. Je trouve que c'est déjà bien. Mais, moi, je pense en même-temps, vous me le dites. Moi, l'idée sur la table, j'aimerais bien qu'ils reviennent dessus. (...) J'aime bien ces problèmes parce qu'ils sortent de l'ordinaire, de ce qu'on fait. Dans le sens où ça sera bien de les redonner après (...) Oui, c'est bien de voir ça par la suite.

3. Écart entre les tâches attendues et travail collaboratif pour réduire l'écart

Nous pouvons constater qu'il existe un écart important entre les tâches attendues de l'enseignante et de la chercheuse autour de la généralisation algébrique. Au début, Maria ne souhaite pas faire vivre ce type de situations aux élèves, elle n'en voit pas la pertinence alors que pour la chercheuse ces situations sont intéressantes à différents points de vue : pour donner du sens au symbolisme, voir que diverses symbolisations sont possibles et faciliter le passage de messages en mots en symboles. De plus, Maria n'associe pas la situation observée en classe sur la construction de la formule de l'aire de polygones réguliers à de la généralisation algébrique. Soulignons que nous avons l'impression que Maria n'enseigne pas de la même façon quand il s'agit de l'algèbre et de la géométrie. Pour la géométrie, elle laisse les élèves découvrir des formules, l'étape d'exploration est importante pour elle alors que l'enseignement en algèbre apparaît plus rigide, de la théorie est donnée et les élèves répondent à des questions guidées. La figure 3 résume l'évolution de l'écart entre les tâches attendues des deux participantes.

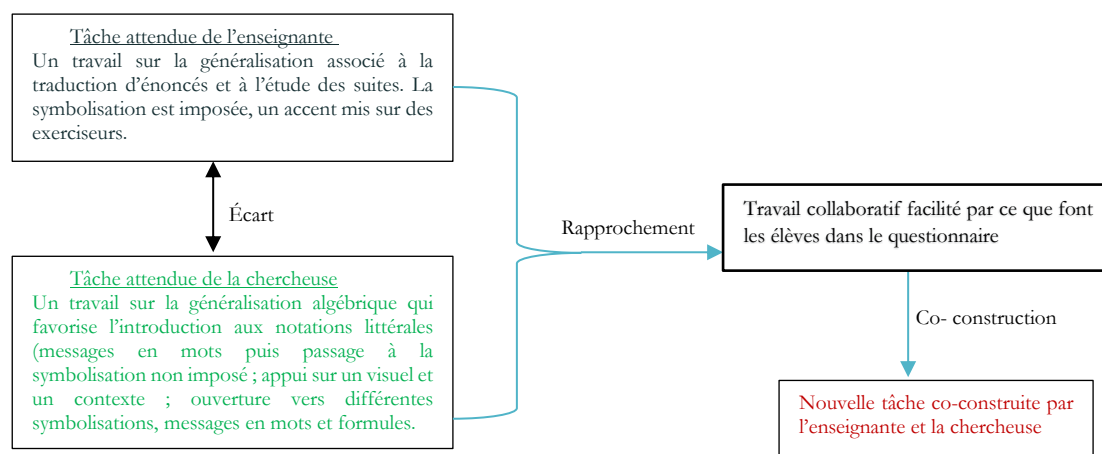


Figure 3 – Schéma synthèse de l'évolution de l'écart entre les tâches attendues de l'enseignante et la chercheuse

L'analyse met de l'avant le rôle que joue le questionnaire. Le faible taux de réussite des élèves aux questions portant sur ce qui a été vu aux deux premières étapes ainsi que le déploiement de stratégies intéressantes de certains élèves pour la situation de généralisation favorisent un travail collaboratif autour de la généralisation algébrique. Maria suggère alors de revoir sa planification de la troisième étape pour y introduire des situations de généralisation (composante cognitive). Toutefois, elle anticipe que le support visuel puisse causer des difficultés à plusieurs de ses élèves et elle suggère de choisir des situations plus faciles : « peut-être c'est mieux d'aller avec quelque chose de plus facile puis on arrêtera une période ou même deux là-dessus, ça sera super. Moi, je suis vraiment ouverte ». La chercheuse propose alors deux autres situations recensées dans la recherche qui sont acceptées par Maria. L'enseignante et la chercheuse s'entendent pour commencer l'expérimentation par des situations de généralisation, celles-ci permettant de donner du sens à la lettre (composante personnelle).

Un échange initié par Maria prend ensuite place autour des modalités de passation des situations (composante médiative). L'enseignante annonce préférer que les élèves travaillent seuls pour gérer la classe plus facilement, de plus, les élèves ont l'habitude de travailler seuls surtout quand ils sont en algèbre (composante médiative). La chercheuse propose, après le travail individuel, un travail en équipe et de finir par un retour en grand groupe (Hitt et al., 2017). Ce mode de fonctionnement se rapproche de ce que Maria fait en géométrie (on réfère ici à la séance sur l'élaboration de formules pour calculer l'aire de polygones réguliers). Ce n'est donc pas une façon d'organiser la classe qui est nouvelle pour l'enseignante mais ce qui est nouveau c'est qu'elle prend place en algèbre. Par la suite, Maria ressent le besoin de revoir le contenu des cours dédiés à l'algèbre qui sont prévus à la troisième étape pour les réorganiser en y intégrant les situations de généralisation. L'enseignante élabore à cette fin un tableau dans lequel elle inscrit la fréquence des cours avec ses deux groupes, un groupe avec des élèves en difficultés d'apprentissage et un autre groupe d'élèves inscrits en filière sport (voir tableau 1). Elle visualise ainsi dans le temps le contenu algébrique pour la troisième étape en prenant en considération ses deux groupes et leurs contraintes horaires (composante institutionnelle). Elle n'a pas besoin d'aller inscrire les séances de cours sur la résolution de problèmes algébriques qui suivent le jour 7 puisqu'elle remarque qu'elle « rentre » dans le nombre de cours prévus au départ.

Tableau 1 – Nouvelle planification de la troisième étape en algèbre s'inscrivant dans le temps

Jour	Groupe	Planification
2	Élèves en difficultés d'apprentissage	Généralisation
3	Élèves en difficultés d'apprentissage	Activités sur les relations de comparaison
	Sport	Généralisation
4	Sport	Équation-la balance
	Élèves en difficultés d'apprentissage	Égalité-équation
5	Sport	Équation
	Élèves en difficultés d'apprentissage	Équation
6	Sport	Test sur l'interprétation
	Élèves en difficultés d'apprentissage	Équation
7	Sport	Activité récompense
	Élèves en difficultés d'apprentissage	Équation

Finalement, Maria et la chercheuse en arrivent à l'élaboration d'une séquence sur l'algèbre sur l'année scolaire étalée sur les trois étapes : 1) les situations de généralisation, 2) les relations de comparaison, 3) traduction d'énoncés, 4) résolution d'équations, et 5) la résolution de problèmes. Soucieuse de l'effet de l'ajout des situations de généralisation dans une séquence déjà chargée et souhaitant finir le programme de la deuxième année du secondaire (composante institutionnelle), Maria propose de couper deux pages de son document et de choisir certaines questions qui font travailler le passage du langage usuel au langage symbolique puisque celles-ci sont répétitives : « On va garder le plus intéressant. Ça ne sert à rien d'aller faire plein de choses pour rien. Je vais couper deux pages ».

IV. CONCLUSION

Le cadre de la double approche didactique et ergonomique permet de caractériser la pratique de Maria en algèbre. Ainsi, il apparaît que l'enseignante a le souci de suivre les recommandations du programme (dimension institutionnelle), ce qui fait partie du contrat professionnel entre l'enseignante et son employeur (Rogalski, 2003). De plus, elle travaille de concert avec ses collègues (composante sociale). Il est intéressant de souligner qu'elle adopte des modalités d'enseignement différentes en algèbre et en géométrie (composantes médiative et personnelle). En géométrie, elle présente des situations en s'appuyant sur un support visuel alors qu'en algèbre celui-ci apparaît source de difficultés pour les élèves. L'écart constaté entre les tâches attendues de l'enseignante et de la chercheuse pour la généralisation algébrique se réduit grâce au questionnaire administré aux deux groupes. Celui-ci représente un élément clé pour favoriser l'entrée vers le travail collaboratif sur les situations de généralisation. L'enseignante reconnaît le potentiel de ces situations pour favoriser l'émergence d'une symbolisation propre à chaque élève et d'une variété de messages, ce travail s'appuyant sur l'étude de motifs figurés. Ainsi, pour l'enseignante, la recherche collaborative est une occasion de développement professionnel. En outre, le travail collaboratif est l'occasion pour la chercheuse de se questionner sur l'enchaînement et l'imbrication des contenus mathématiques dans une année scolaire en considérant l'enseignement en spirale privilégié par l'enseignante. Ainsi, Maria amène la chercheuse à ancrer les résultats de la recherche dans le terrain, à prendre en considération les contraintes du milieu scolaire (comme l'horaire) et les spécificités de chacun des groupes. Les situations de généralisation sont incarnées dans un contexte qui a ses spécificités.

RÉFÉRENCES

- Ainley, J., Wilson, K. et Bills, L. (2003). Generalizing the context and generalizing the calculation. Dans N. A. Pateman, B. Dougherty et J. Zilliox (dir.), *Proceedings of the 27th International Group for the Psychology of Mathematics Education Conference held jointly with the 25th PME-NA conference, 13-18 juillet, Honolulu, Hawaï* (volume 2, p. 9-16). PME.
- Bednarz, N. (2013). *Recherche collaborative et pratique enseignante. Regarder ensemble autrement*. L'Harmattan.
- Bednarz, N. (2005). Parler les mathématiques. *Vie pédagogique*, 136, 20-23.
- Boaler, J. et Humphreys, C. (2005). *Connecting mathematical ideas : Middle school video cases to support teaching and learning*. Heinemann.
- Bourassa, M., Belair, L. et Chevalier, J. (2007). Les outils de la recherche participative. *Éducation et francophonie*, 35(2), 1-11. <https://doi.org/10.7202/1077645ar>
- Comber, G., Guillaume, J. C. et Pressiat, A. (1996). *Les débuts de l'algèbre au collège. Au pied de la lettre !* INRP.
- Coulange, L. et Grugeon-Allys, B. (2008). Pratiques enseignantes et transmission de situations d'enseignement en algèbre. *Petit x*, 78, 5-23. <https://www.researchgate.net/publication/309995669>
- Demonty, I., Vlassis, J. et Fagnant, A. (2018). Algebraic thinking, pattern activities and knowledge for teaching at the transition between primary and secondary school. *Educational Studies in Mathematics*, 99(1), 1-19. <https://doi.org/10.1007/s10649-018-9820-9>
- Desgagné, S. (1997). Le concept de recherche collaborative : l'idée d'un rapprochement entre chercheurs universitaires et praticiens enseignants. *Revue des sciences de l'éducation*, 23(2), 371-393. <https://doi.org/10.7202/031921ar>
- Desgagné, S. et Bednarz, N. (2005). Médiation entre recherche et pratique en éducation : faire de la recherche « avec » plutôt que « sur » les praticiens. *Revue des sciences de l'éducation*, 31(2), 245-258. <https://doi.org/10.7202/012754ar>
- Denis, C. (1997). *Une introduction à l'algèbre en secondaire 3 : Généralisation et construction de formules*. [Mémoire de maîtrise inédit]. Université du Québec à Montréal.
- Ellis, A. (2007). Connections between generalizing and justifying : Students' reasoning with linear relationships. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 194-229. <https://www.jstor.org/stable/30034866>
- Hitt, F., Saboya, M. et Cortés Zavala, C. et GRUTEAM (2017). Rupture or continuity: The arithmetico-algebraic thinking as an alternative in a modelling process in a paper and pencil and technology environment. *Educational Studies in Mathematics*, 94(1), 97-116. <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9717-4>
- Kermen, I. et Barroso, M. T. (2013, aout). *Une double approche didactique et ergonomique pour caractériser l'activité d'une enseignante de physique-chimie* [Communication]. Conférence AREF, Montpellier, France. <https://www.researchgate.net/publication/259286449>
- Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. Dans F. K. Lester Jr. (dir.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (p. 707-762). Information Age Publishing.
- Küchemann, D. (2010). Using patterns generically to see structure. *Pedagogies*, 5(3), 233-250. <https://doi.org/10.1080/1554480X.2010.486147>

- Labrosse, P. (2020). *Conception et mise à l'essai d'une séquence de situations engageant un travail de communication en algèbre en 2e secondaire : des apports pour l'élève comme pour l'enseignant ?* [Thèse de doctorat, Université de Montréal]. Papyrus. <http://hdl.handle.net/1866/24276>
- Landry, M. (1999). *Développement d'habiletés en résolution de problèmes en algèbre chez des élèves du secondaire*. [Thèse de doctorat inédit]. Université du Québec à Montréal.
- Mary, C., Squalli, H. et Schmidt, S. (2014). Activité de généralisation et de justification chez des élèves en difficulté. Dans C. Mary, H. Squalli, L. Deblois et L. Theis (dir.), *Recherches sur les difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques : regard didactique* (p. 163-186). PUQ.
- Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. Dans N. Bednarz, C. Kieran et L. Lee (dir.), *Approaches to algebra* (p. 65-86). Kluwer.
- Mulligan, J. T., Prescott, A. et Mitchelmore, M. C. (2004). Children's development of structure in early mathematics. Dans M. Hoines et A. Fuglestad (dir.), *Proceedings of the 28th annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (volume 3, p. 393-401). Bergen University College.
- Pariès, M., Robert, A. et Rogalski, J. (2008). Analyses de séances en classe et stabilité des pratiques d'enseignants de mathématiques expérimentés du second degré. *Educational Studies in Mathematics*, 68(1), 55-80. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9108-y>
- Radford, L. (2010). Layers of generality and types of generalization in pattern activities. *PNA*, 4(2), 37-62. <https://doi.org/10.30827/pna.v4i2.6169>
- Robert, A. (2012, 3-8 juin). *Une analyse qualitative du travail des enseignants de mathématiques du second degré en classe et pour la classe – éléments méthodologiques* [Communication]. Colloque « Les méthodes d'analyse des pratiques d'enseignement : un regard comparatif », XVIIe Congrès Mondial AMSE, Recherche en Éducation et en Formation : Enjeux et Défis aujourd'hui, Université de Reims.
- Robert, A. et Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, 2(4), 505-528. <https://doi.org/10.1080/14926150209556538>
- Rogalski, J. (2003). Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 23(3), 343-388. <https://doi.org/0246-9367>
- Rogalski, J. (2008). Le cadre général de la théorie de l'activité. Une perspective de psychologie ergonomique. Dans F. Vanderbrouck (dir.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (p. 23-30). Octares.
- Schön, D. (1994). *Le praticien réflexif*. Les éditions logiques.
- Squalli, H. (2015). La généralisation algébrique comme abstraction d'invariants essentiels. Dans L. Theis (dir.), *Actes du colloque EMF2015 « Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage », 10-14 octobre 2015, Université d'Alger, Algérie* (p. 346-356). <https://bibnum.publimath.fr/ACF/ACF15083.pdf>
- Tremblay, M. et Saboya, M. (2020). Étude de contradictions comme levier de formation continue : un exemple autour d'activités de généralisation algébrique. Dans A. I. Sacristán, J. C. Cortés Zavala et P. M. Ruiz-Arias (dir.), *Mathematics education across cultures : Proceedings of the 42nd Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Mexico* (p. 324-338).

- Vinatier, I. (2009). *Pour une didactique professionnelle de l'enseignement*. PUR.
- Vlassis, J. et Demonty, I. (2019). Conceptualisation, symbolisation et interactions enseignante/enseignant-élèves dans les apprentissages mathématiques : l'exemple de la généralisation. *Éducation et francophonie*, 47(3), 98-120. <https://doi.org/10.7202/1066515ar>
- Vlassis, J., Demonty, I. et Squalli, H. (2017). Développer la pensée algébrique à travers une activité de généralisation basée sur des motifs (patterns) figuratifs. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation*, 20(3), 131-155. <https://doi.org/10.7202/1055731ar>
- Wozniak, F. (2020). Les problèmes de généralisation à l'école élémentaire. Une étude française. Dans H. Squalli, I. Oliveira, A. Bronner et M. Languier (dir.), *Le développement algébrique à l'école primaire et au début du secondaire. Recherches et perspectives curriculaires* (p. 45-70). Livres en ligne du CRIRES. https://lel.crires.ulaval.ca/works/le_developpement_de_la_pensee_algebrique_a_lecole_primaire_et_au_debut_du_secondaire.pdf