



TITRE: QUAND LES NEUROSCIENCES ANALYSENT LES APPRENTISSAGES ET EN TIRENT DES CONSÉ-
QUENCES POUR L'ENSEIGNEMENT

AUTEURS: HIRSCH MICAELA ET RODITI ÉRIC

PUBLICATION: ACTES DU HUITIÈME COLLOQUE DE L'ESPACE MATHÉMATIQUE FRANCOPHONE – EMF 2022

DIRECTEUR: ADOLPHE COSSI ADIHOUE, UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE (CANADA/BÉNIN) AVEC L'APPUI
DES MEMBRES DU COMITÉ SCIENTIFIQUE ET DES RESPONSABLES DES GROUPES DE TRAVAIL ET PROJETS
SPÉCIAUX

ÉDITEUR: LES ÉDITIONS DE L'UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

ANNÉE: 2023

PAGES: 705 - 718

ISBN: 978-2-7622-0366-0

URI:

DOI:

Quand les neurosciences analysent les apprentissages et en tirent des conséquences pour l'enseignement

HIRSCH¹ Micaela, RODITI² Éric

Résumé – Alors que les neurosciences cognitives occupent une place croissante dans les décisions éducatives, nous discutons de recherches récentes portant sur les apprentissages mathématiques et tirons des conséquences pour l'enseignement. Nous élucidons les finalités de ces recherches, et nous apportons un regard critique sur leurs méthodes et leurs conclusions. Nous concluons sur la nécessité d'une approche didactique dans les recherches qui interrogent les liens entre enseignement et apprentissage.

Mots-clefs : Neurosciences, fractions, décimaux

Abstract – Cognitive neuroscience is becoming increasingly important in educational decision-making. For this reason, we discuss two recent neuroscience studies on mathematical learning with implications for teaching. We elucidate their aims and examine their methods and findings. We conclude with the need for a didactic approach in research interrogating the links between teaching and learning.

Keywords: Neuroscience, fractions, decimal numbers

1 Université Paris Cité, Laboratoire EDA, France, hirschmicaela@gmail.com

2 Université Paris Cité, Laboratoire EDA, France, eric.roditi@u-paris.fr

Introduction

Les neurosciences cognitives occupent en France une part de plus en plus importante de l'espace médiatique dédié aux questions d'éducation dont, en particulier, l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques. C'est ce qui nous conduit à réfléchir au contenu de leurs productions scientifiques : leurs hypothèses théoriques, leurs méthodes, leurs résultats et les conséquences qui en sont déduites pour les pratiques enseignantes. Plutôt que d'en discuter en toute généralité, nous avons préféré prendre deux exemples récents, dans le contexte français, et les analyser avec un point de vue didactique. Le premier exemple est celui de l'apprentissage des fractions à propos duquel Stanislas Dehaene a conduit une recherche en partenariat avec le ministère de l'Éducation nationale. Cette recherche vise à montrer le caractère fondamental et déterminant du placement des nombres sur la droite numérique pour leur apprentissage. Elle a donné lieu, en 2022, à la publication d'une note du Conseil scientifique de l'Éducation nationale (CSEN) dans le but de documenter les enseignants et les formateurs (Dehaene *et al.*, 2022). Le deuxième exemple est celui d'une recherche coordonnée par Olivier Houdé, son objectif est d'apporter une compréhension nouvelle, neuroscientifique, des difficultés que pose la comparaison des nombres décimaux.

Nous commençons par présenter le modèle du triple code et le concept de recyclage neuronal qui font référence dans de nombreux travaux en neurosciences sur les connaissances numériques. Nous analysons ensuite les deux recherches coordonnées respectivement par Dehaene et Houdé, et nous discutons enfin des conceptions portées par ces recherches au sujet des mathématiques, de leur apprentissage et de leur enseignement.

Le « Triple code » et le « recyclage neuronal »

Le modèle du triple code et le concept de recyclage neuronal sont développés par Dehaene.

Le « triple code », un modèle de la connaissance numérique

Dehaene (1992) a modélisé les traitements cognitifs impliqués dans la réalisation de tâches numériques à partir d'un système de trois représentations des nombres, trois « codes », dont il a proposé une implantation anatomique en s'appuyant sur des techniques d'imagerie médicale. À l'origine, ce modèle concerne les nombres entiers (Roditi, 2005). Son succès scientifique tient à l'implantation cérébrale qui lui est associée. Pour le présenter ici, résumons l'exposé qu'en fait l'auteur lui-même aux enseignants (Dehaene, 2010). Le « code des quantités » est impliqué dans la perception de la quantité lorsqu'on observe un ensemble d'objets. Le « code verbal » associe des mots de la langue aux nombres, il est en jeu lorsque nous envisageons une quantité précise après avoir vu ou entendu le mot quinze par exemple. Le « code arabe » est celui des symboles, il nous permet d'associer la quantité à l'écriture chiffrée 15. Ces trois codes engagent respectivement trois aires cérébrales : la

région intrapariétale droite, les régions du système langagier de l'hémisphère gauche, et les aires visuelles qui sont localisées dans différentes zones du cerveau, y compris dans le sillon intrapariétal.

Le code des quantités concerne les quantités précises ou approximatives. Il serait très tôt présent dans le cerveau, des travaux visent à montrer sa présence chez des bébés de moins de 3 mois. Cela conduit Dehaene à affirmer que le « sens du nombre » est en grande partie inné, contrairement aux codes verbal ou arabe qui nécessitent un apprentissage. Signalons une confusion récurrente dans les textes de Dehaene, entre perception du nombre et perception de la quantité ; Keller (2014) souligne que cette confusion relève d'un préjugé nuisible à la recherche, dans la mesure où il détourne de l'élucidation des mécanismes perceptifs à l'œuvre.

Le « recyclage neuronal » à l'origine de l'apprentissage

Le recyclage neuronal explique le passage de capacités innées à des capacités plus élaborées nécessitant un apprentissage. Pour le présenter, résumons à nouveau un article publié à l'attention d'enseignants québécois par Dehaene et deux chercheurs montréalais (Brault Foisy *et al.*, 2016). Ils indiquent que, dès la naissance, le cerveau possède une région dédiée au sens du nombre, à l'évaluation des quantités, mais pas de région dédiée aux représentations symboliques et aux calculs qui constituent une invention récente dans l'histoire de l'humanité. Toutefois, lors de la réalisation de calculs, la région du cerveau associée au sens du nombre demeure activée. Selon Dehaene, cela laisse entendre que cette région s'est recyclée pour traiter les écritures chiffrées. L'apprentissage aurait ainsi transformé sa fonction afin d'associer la perception innée des quantités et la connaissance acquise des symboles mathématiques ; c'est cette transformation que Dehaene nomme « recyclage neuronal ».

Dehaene et ses collègues montréalais affirment alors que l'enseignement ne peut faire fi des caractéristiques initiales du cerveau et des contraintes qui leur sont associées. Ils préconisent un entraînement scolaire intensif de mise en relation de ces deux types de représentation. Ces conclusions sur l'enseignement donnent lieu à controverse. Barallobres (2018), par exemple, conteste le fait que l'objectif de l'enseignement soit de développer des connexions neuronales ; selon lui, l'enseignement doit d'abord faire participer les élèves à des pratiques mathématiques socialement partagées, en préservant leur signification dans le contexte scolaire.

Comme nous allons le voir, faire travailler intensément le « sens des nombres » et le mettre en relation avec le « code symbolique » est bien ce qui sous-tend la recherche sur les fractions présentée par Dehaene *et al.* (2022) dans une note du CSEN publiée en 2022.

La recherche cooronnée par Dehaene sur les fractions

La recherche en question repose sur une évaluation menée en 2020 auprès de 1 274 élèves de 6^e. Cette évaluation est nommée « test de la ligne numérique » par les auteurs. Ils en tirent des résultats sur les acquis des élèves et des conséquences pour l'enseignement sous forme de recommandations, c'est sur le premier point que nous nous attardons dans cette partie.

Le « modèle du triple code » : cadre théorique du « test de la ligne numérique »

Le questionnaire est proposé aux élèves sur ordinateur. Pour toutes les questions, un nombre est proposé, et les élèves disposent de 10 secondes pour le placer sur une droite graduée à l'aide de la souris. Chaque nombre est donné par l'une de ses représentations symboliques ou comme le résultat d'un calcul, ce qui correspond à une autre représentation symbolique du nombre. Les auteurs justifient la modalité d'évaluation par une partie intitulée « Bien placer, c'est comprendre » où ils expliquent aux professeurs que le fait de savoir placer les nombres sur la droite graduée atteste de leur compréhension.

D'un point de vue didactique, le fait de placer les nombres sur la droite numérique constitue un critère parmi d'autres de la connaissance des nombres, mais pas davantage. Dans son mémoire de master Hirsch (2022) met ce critère en relation avec d'autres formes de connaissance des fractions parmi les cinq qui sont couramment distinguées (Martinez & Roditi, 2017) : partie-tout, rapport, opérateur, quotient et mesure. Elles font depuis plusieurs décennies l'objet de recherches en didactique ; citons en particulier, parmi les auteurs français : Douady & Perrin-Glorian (1986), Perrin-Glorian (1986), Brousseau & Brousseau (1987), Bolon (1996), Adjage (2007) et plus récemment Allard (2015), Chambris, Tempier & Allard (2017), Coulange & Train (2018) et Margolinas (2021).

Les auteurs de la note du CSEN indiquent que savoir placer un nombre est prédictif de sa compréhension, mais il n'y a pas, dans leur test, d'évaluation explicite du lien entre cette connaissance et celle des autres formes de connaissance des nombres rationnels citées plus haut. Il y a, en revanche, des questions portant sur différentes connaissances numériques relatives aux nombres entiers : système décimal, propriétés algébriques des opérations, etc. Il faut donc comprendre que l'économie générale du questionnaire correspond à une volonté d'asseoir le modèle du triple code et le concept de recyclage neuronal plutôt que d'enquêter finement sur les composantes de la compréhension des fractions. En outre, les questions posées dans le test conduisent également à quelques déceptions, c'est ce que nous allons montrer ci-après.

Analyse du contenu du test puis de deux questions et des réponses obtenues

Dans le test de la ligne numérique, deux séries de nombres sont à placer sur un segment gradué. La première est une série de nombres entiers, le segment proposé est gradué en unités, de 0 à 20, et seulement les nombres 0, 10 et 20 sont indiqués. La deuxième est une série de nombres rationnels, le segment est alors gradué en dixièmes, de 0 à 5, et les entiers seulement sont indiqués. Chaque nombre des deux séries est donné soit par l'une de ses représentations symboliques (par exemple : 4 ; 2,4 ; $1/2$) soit comme le résultat d'un calcul (par exemple : $13 - 4$; $6 \times 18 - 18 \times 6$; $4,1 - 2,5$; $2 + 1/5$). Les auteurs souhaitent ainsi croiser l'acquisition du sens du nombre (savoir placer des nombres sur la ligne numérique) et la connaissance d'autres savoirs numériques (système de numération décimale, calcul simple avec les fractions et ainsi que des propriétés algébriques comme la commutativité de la multiplication). Nous regrettons à nouveau que malgré toute la littérature didactique sur la question, ces autres savoirs numériques ne concernaient pas les différentes significations portées par les fractions.

La lecture des questions posées et des résultats obtenus donne également à douter de la solidité des conclusions tirées par les auteurs. Analysons ici trois questions du test et les réponses fournies par les élèves ; une analyse plus détaillée a été effectuée par Hirsch et Roditi (2022). Dans la première, il est demandé de placer précisément le nombre $4/2$. Cela peut se faire en assimilant $4/2$ au nombre 2 (positionnement d'une fraction quotient), mais aussi en effectuant 4 bonds de longueur $1/2$ à partir de l'origine (fraction mesure). Les élèves pourront ainsi réussir sans placer un nombre, mais en mesurant une longueur. C'est d'ailleurs le lien entre mesure et position qui est interrogé dans les travaux de Coulange et Train (2018).

La deuxième question est de placer la fraction $1/2$. Dehaene et ses collègues relèvent que les nombres 1 et 1,2 sont fréquents parmi les réponses erronées ; ils en déduisent que les élèves traitent séparément les nombres 1 et 2 de la fraction $1/2$ au lieu de considérer cette fraction comme un seul nombre. Ils redécouvrent ainsi des constats anciens qui ont conduit aux nombreuses recherches en didactique sur l'enseignement des nombres rationnels dans les années 1970 et 1980... Une autre réponse erronée est fréquente (la troisième après 1 et 1,2) mais n'est pas commentée. Des élèves ont positionné $1/2$ sur la graduation correspondant à 2,5. Comme 2,5 correspond au milieu du segment gradué de 0 à 5 sur lequel il fallait placer les fractions, il est vraisemblable que ces élèves aient associé la fraction $1/2$ au milieu du segment ou bien à l'opération de prendre la moitié, ce qui conduit à calculer la moitié de 5. L'absence de commentaire des auteurs sur cette erreur révèle un manque de prise en compte des modalités de réponse et de leurs effets sur les résultats obtenus.

Les auteurs indiquent également avoir évalué la connaissance de la commutativité de la multiplication en demandant de placer le nombre $8 \times 15 - 15 \times 8$ sur la droite graduée. Les élèves répondent 0 pour 45% d'entre eux, mais aussi fréquemment 8, 15, 10 ou 20. Dehaene et ses collègues concluent que les 55 % d'erreurs traduisent le manque de connaissance du « raccourci que permet

cette propriété ». Pour toute personne familière des pratiques scolaires en mathématiques, il apparaît que la question posée n'est pas favorable à la mobilisation de la commutativité, et cela d'autant moins que des calculs devaient être effectués dans les questions précédentes. Ainsi, certains élèves possédaient peut-être la connaissance évaluée, mais pas de façon suffisamment disponible pour la mettre en œuvre de leur propre initiative dans un contexte peu favorable. Les différences de disponibilité sont importantes pour l'évaluation des connaissances, elles ont donné lieu par exemple à une compréhension renouvelée des résultats de l'évaluation PISA de 2012 (Roditi & Salles, 2015). Interrogeons-nous également sur les élèves qui répondent correctement. Il est possible qu'ils aient mobilisé la commutativité de la multiplication, mais cela n'est pas certain. Ils ont pu effectuer le calcul en utilisant une forme de distributivité-en-acte : $8 \times 15 - 15 \times 8 = 8 \times (15 - 15) = 8 \times 0$ ou $15 \times (8 - 8) = 15 \times 0$. S'ils ne commettent pas d'erreur en multipliant par zéro, ils obtiennent la réponse juste, mais sans mettre en fonctionnement le « raccourci » que permet la commutativité. S'ils se trompent avec la multiplication par zéro, ils termineront vraisemblablement leur calcul par $8 \times 0 = 8$ ou $15 \times 0 = 15$. Cela expliquerait d'ailleurs les réponses erronées 8 et 15 qui apparaissent fréquemment. Pour les réponses 10 et 20, l'explication la plus raisonnable est que des élèves, n'arrivant pas à effectuer tous les calculs dans le temps imparti, cliquent sur l'une des trois positions attractives 0, 10 ou 20 qui sont les trois nombres indiqués sur la graduation (ces trois réponses apparaissent fréquemment aux autres questions portant sur les nombres entiers). Il faut alors encore admettre que certains élèves qui ont cliqué sur la position « zéro » ont peut-être obtenu la réponse attendue sans avoir mobilisé la compétence évaluée...

L'analyse soulève donc des problèmes méthodologiques qui ne sont pas discutés dans la note et qui relèvent de ce qu'on appelle la « validité » de l'évaluation : des élèves peuvent ne pas posséder la connaissance évaluée mais réussir à la question posée, d'autres élèves peuvent posséder la connaissance et échouer pour d'autres raisons, et enfin la modalité de passation induit des effets sur les réponses. Ces analyses, pourtant rapides, révèlent trois sources de fragilité de cette recherche : la connaissance de différentes composantes du sens des nombres rationnels ne sont pas évaluées en tant que telles ; les questions demandent toutes de placer un nombre sur la ligne numérique alors que les connaissances évaluées ne relèvent pas toutes de cette composante topologique ou ordinale du sens des nombres rationnels ; les questions ne sont pas toutes valides. Ces constats nous laissent penser qu'une telle recherche aurait gagné à être menée avec des didacticiens spécialistes d'enseignement, d'apprentissage et d'évaluation des mathématiques à l'école. Ils nous laissent aussi penser que l'objectif réel de la recherche était surtout de produire, sur le cas fractions, des résultats qui soutiennent le cadre théorique construit antérieurement par Dehaene pour les nombres entiers... L'autre recherche que nous présentons ici, porte sur la comparaison des décimaux, elle met également en jeu le concept du recyclage neuronal pour éclairer des apprentissages numériques.

La recherche coordonnée par Houdé sur les décimaux

Olivier Houdé a coordonné cette recherche qui a donné lieu à plusieurs publications, nous nous appuyons sur l'article le plus complet produit par les auteurs (Roell *et al.*, 2019). Ces derniers émettent une hypothèse qu'ils cherchent à valider, celle d'un biais visuo-spatial dans la comparaison des nombres décimaux. Ce biais serait causé par une confusion entre la longueur de l'écriture des nombres et leur valeur ; l'origine de la confusion tiendrait au fait que la région du cerveau dédiée de façon innée à la comparaison des longueurs se serait recyclée et s'activerait lors de comparaison des nombres donnés sous forme symbolique. L'hypothèse à valider est que la comparaison de deux décimaux repose sur l'inhibition de la comparaison des longueurs de leurs parties décimales, le mot longueur devant donc ici être compris au sens géométrique. Autrement dit, pour affirmer que 3,14 est inférieur 3,5, nous inhiberions le fait que la partie décimale 14 est plus longue que la partie décimale 5, cette comparaison de longueur induisant une erreur : penser que 3,14 est supérieur à 3,5.

Examinons le dispositif méthodologique mis en œuvre, puis les résultats qu'en tirent les auteurs. Focalisons ici sur des points essentiels, Roditi et Noûs (2021) donnent plus de détails.

Validation d'un biais visuo-spatial dans la comparaison des décimaux

La recherche repose sur un questionnaire élaboré par les auteurs qui s'inspire des tests dédiés à l'étude des « effets d'amorçage négatif » (Tipper, 1985) : la performance à une tâche nécessitant le traitement d'un stimulus est altérée si, juste avant, une autre tâche – dite d'amorce – nécessitait au contraire de ne pas traiter ce stimulus – d'où l'amorçage qualifié de négatif. L'hypothèse mise à l'épreuve par les chercheurs peut alors s'exprimer ainsi : si un traitement de longueur doit être inhibé pour comparer deux décimaux, alors son inhibition affectera une activité de comparaison de longueur devant être effectuée immédiatement après.

Les auteurs ont élaboré un questionnaire informatisé de 60 items (deux comparaisons par item) ; pour chacun d'eux, le sujet doit d'abord comparer deux nombres décimaux de même partie entière, puis comparer deux segments de longueur différente. Trois cas se distinguent suivant la valeur et la longueur de la partie décimale. Dans le premier cas, le nombre le plus grand a la partie décimale la plus courte (0,131 contre 0,6 par exemple) ; ce cas relève de la « condition expérimentale » puisqu'il correspond au cas où une inhibition de la comparaison des longueurs serait nécessaire (amorçage négatif). Dans le deuxième cas, les deux nombres décimaux ont des parties décimales de même longueur (0,612 contre 0,157 par exemple) ; ce cas relève de la « condition de contrôle » puisqu'il n'y a pas de comparaison de longueur à inhiber (amorçage neutre). Dans le troisième cas, le plus grand des deux nombres décimaux a la partie décimale la plus longue (0,18 contre 0,642 par exemple) ; ce cas relève d'une condition que les auteurs qualifient de « complémentaire » car la comparaison des longueurs n'a pas à être inhibée, elle va dans le même sens que la comparaison numérique (amorçage positif).

Le questionnaire a été soumis à 99 personnes sachant comparer des nombres décimaux. Les résultats obtenus sont synthétisés dans le tableau 1 où la performance est indiquée pour les comparaisons de nombres et pour les comparaisons de longueur des segments. Deux indicateurs de performance ont été retenus : le temps de réaction (TR) et le pourcentage de réussite (PR). Les résultats montrent que, pour la comparaison des décimaux, les personnes interrogées sont moins efficaces (temps de réaction plus long et pourcentage de réussite plus faible) en condition expérimentale qu'en condition de contrôle. Ils montrent également un effet sur la comparaison des segments : la performance est altérée en condition expérimentale (temps de réaction plus long et pourcentage de réussite analogue).

Conditions	Nombre d'items	Performances nombres	Performances segments
Expérimentale (0,131 contre 0,6)	24	TR = 1 193 ms PR = 94,5%	TR = 828 ms PR = 99,0%
Contrôle (0,612 contre 0,157)	24	TR = 1 082 ms PR = 98,8%	TR = 802 ms PR = 98,7%
Complémentaire (0,642 contre 0,18)	12	Pas de résultats indiqués	Pas de résultats indiqués

Tableau 1 – Comparaisons de nombres décimaux et effet sur la comparaison de longueurs

Les résultats en condition complémentaire ne sont pas indiqués, ce qui est regrettable, nous y reviendrons... Finalement, puisque la comparaison des longueurs de deux segments est altérée par la comparaison de deux décimaux quand le plus petit est celui dont la partie décimale est la plus longue, les auteurs déclarent avoir prouvé la présence d'un phénomène d'inhibition de l'attention à la longueur de l'écriture numérique. Ils auraient apporté la preuve d'un biais visuo-spatial dans la comparaison des nombres décimaux. Analysons toutefois cette recherche.

Analyse critique de la méthode et des interprétations

Attardons-nous dans un premier temps sur l'interprétation que les auteurs font des résultats obtenus. Un élève qui affirme que 0,6 est inférieur 0,131 pense-t-il que l'écriture du nombre 6 est plus courte que celle du nombre 131 ? que le nombre 6 s'écrit avec moins de chiffres que le nombre 131 ? ou encore que le nombre 6 est inférieur au nombre 131 ? Ces trois interprétations relèvent de trois processus mentaux absolument différents ; pourtant, les auteurs ne retiennent que les deux premières, et cela contrairement à toute la littérature francophone sur cette question, y compris l'article en anglais des auteurs français Grisvard et Leonard (1985) pourtant en bibliographie. Une telle omission dans un article scientifique a de quoi étonner. Il faut toutefois tenir compte du fait que l'article est en langue anglaise et que, dans cette langue, la partie décimale n'est pas prononcée comme un nombre entier, mais chiffre après chiffre : le nombre 2,131 s'écrit 2.131 et se prononce « two point one

three one ». Rien dans l'article n'étant expliqué quant à cette différence de lecture, il est à craindre que le lecteur anglophone ait été exposé à un biais linguistique et culturel.

L'omission de ce processus mental fragilise grandement les résultats. Le travail effectué par les auteurs n'aboutit en effet pas à l'existence d'un traitement visuel des longueurs des parties décimales, mais seulement au fait qu'il ne peut être écarté. La prise en compte de la valeur entière de la partie décimale pourrait aussi avoir un effet sur la comparaison de longueur, surtout si l'on admet, comme les auteurs et avec Dehaene, que les représentations mentales numériques et spatiales ne sont pas sans lien. Pour écarter la prise en compte de la valeur au profit de la longueur, les auteurs auraient dû proposer des comparaisons différentes où l'écriture la plus longue ne correspond pas à la valeur la plus grande : celles d'entiers en numération romaine où par exemple VIII est plus long que X bien que huit soit inférieur à dix ; celles de décimaux différents comme 0,0003 et 0,62 où 0003 est plus long que 62, mais 0003 est inférieur à 62 ; des nombres décimaux affichés avec des caractères différents comme **0.62** et **0.711** où 62 est plus long que 711 bien que 62 soit inférieur à 711 ; etc. Cela, hélas, n'a pas été fait.

Le silence des auteurs sur les résultats relatifs à la condition complémentaire est, lui aussi, très regrettable. Sans différence significative entre les résultats obtenus en condition expérimentale et complémentaire, l'argumentation en faveur de l'hypothèse d'un effet de l'inhibition de la longueur de la partie décimale serait à réviser substantiellement. L'absence cumulée de certaines questions puis de certains résultats donne au lecteur spécialiste l'impression que ce qui ne concourt pas à l'hypothèse à été omis, une impression de biais de confirmation...

Ces constats laissent à nouveau penser que les neuroscientifiques qui s'intéressent à la connaissance des mathématiques gagneraient à travailler avec des didacticiens. Il apparaît ainsi que, comme dans la première recherche analysée, l'objectif n'était peut-être pas de comprendre et d'améliorer l'apprentissage, mais bien de produire, sur un exemple, des résultats qui renforcent la théorie des chercheurs. Il s'agit, dans cette deuxième recherche, de la théorie cognitive de l'inhibition, une théorie que Houdé développe régulièrement dans ses nombreux travaux. Cela n'empêche pas ces chercheurs d'adresser des préconisations aux enseignants. Examinons-les pour comprendre ce qu'elles portent comme conception des mathématiques, de leur apprentissage et de leur enseignement.

Les neurosciences, les mathématiques et leur enseignement

La conception des mathématiques qui émerge des travaux de ces neuroscientifiques

Comme en témoigne l'histoire de leur construction, les rationnels et les décimaux sont des concepts mathématiques qui relèvent d'un haut niveau d'abstraction. Dans les recherches analysées ici, on ne trouve pas de volonté de préserver en classe la signification de ces concepts, ni celle des pratiques mathématiques associées. Ces recherches véhiculent plutôt des mathématiques considérées

comme un ensemble d'objets et de règles déjà là, que les élèves auraient à voir, à comprendre et à mémoriser. Sans que la perception et la compréhension s'appuient sur une pratique scientifique authentique transposée en classe, sans associer la mémorisation à la construction intellectuelle issue de réorganisations ou de bouleversements des connaissances anciennes.

Dans la note du CSEN, Dehaene et ses collègues écrivent, par exemple, que la bande numérique aide à comprendre que les entiers sont ordonnés et régulièrement espacés, ou que la ligne graduée permet de comprendre qu'à chaque nombre correspond une position précise et vice versa, comme si ces représentations du domaine numérique n'étaient pas elles-mêmes des constructions intellectuelles à élucider, comme si les mathématiques étaient à découvrir dans ces objets du monde. De la même manière, le biais visuospatial dont il est question dans la recherche coordonnée par Houdé n'est jamais relié à la nature de ce qui est vu : des écritures numériques dans un système décimal organisé par des unités de numération liées les unes aux autres par des facteurs multiplicatifs égaux à des puissances de dix.

Les préconisations pour l'enseignement découlent de cette conception des mathématiques.

Une préconisation : des pratiques enseignantes fondées par la recherche

Des résultats qu'ils ont obtenus, les auteurs des deux textes analysés tirent des conséquences pour l'enseignement. Ils donnent ainsi une utilité sociale à leurs travaux, et promeuvent ce faisant des pratiques fondées par la recherche, des « *evidence based practices* ».

Dehaene et ses collègues (2022) préconisent ainsi un entraînement à placer des fractions sur la ligne numérique, cela contribuerait d'après eux à mieux faire comprendre la grandeur des fractions et entraînerait des gains en compréhension plus générale, notamment de « la manière dont les règles arithmétiques s'appliquent aux fractions ». Ils préconisent également, pour gagner en efficacité, de dispenser un enseignement explicite de ce que sont les fractions et de la manière dont « elles se comportent ».

De même, à la fin de l'article de Roell *et al* (2019), Houdé et des collègues indiquent que les professeurs doivent être informés du biais visuo-spatial qu'ils ont mis au jour afin de leur éviter d'interpréter à tort les erreurs commises par les élèves. Ils suggèrent aussi qu'un enseignement fondé entièrement sur l'apprentissage des mathématiques ne suffirait pas, et qu'il faudrait parallèlement entraîner les élèves à utiliser des alarmes exécutives (« *attention, il y a un piège !* ») et à inhiber les biais de raisonnement (« *activer un bloqueur de piège* »). En dissociant l'intervention méta-exécutive de l'intervention mathématique, ils conduisent à penser les mathématiques comme un univers parsemé de pièges à éviter, plutôt qu'à faire comprendre que toute règle mathématique possède un domaine de validité et une justification relative à ce domaine.

On le comprend, les conseils donnés aux enseignants par ces chercheurs ne sont ni plus ni moins qu'une transposition directe de leurs résultats (voire seulement de leurs hypothèses). Les auteurs ne mentionnent aucun dispositif expérimental d'enseignement évalué en milieu scolaire ; dans aucune de ces recherches il n'est question de travail en classe, de projet pédagogique d'enseignement, de pratique de professeurs avec leurs élèves, etc.

Conclusion

L'enseignement et l'apprentissage sont des phénomènes complexes inscrits dans des contextes culturels, sociaux, institutionnels, politiques et économiques. La complexité de ces phénomènes explique la diversité des orientations scientifiques des chercheurs qui les étudient. Les didacticiens des mathématiques les étudient à l'aune d'un système dynamique tripartite composé des savoirs, des élèves et des enseignants, et plongé dans un contexte scolaire particulier. Leurs recherches montrent des variabilités selon les savoirs, l'enseignement dispensé, les pratiques enseignantes, et bien sûr selon les élèves. Les neurosciences cognitives étudient les mécanismes neurobiologiques qui sous-tendent la cognition d'où, quand il s'agit d'apprentissage mathématique, un intérêt pour la mémoire, la perception, le langage, le raisonnement, etc. Ces recherches pourraient intéresser la didactique des mathématiques qui collabore déjà avec d'autres disciplines, les mathématiques bien sûr, mais aussi l'histoire et l'épistémologie, la psychologie, la linguistique, et plus récemment la sociologie.

Dans les deux recherches en neurosciences que nous venons d'analyser, nous regrettons le manque de prise en compte de la littérature scientifique didactique pour problématiser les questions qui touchent à l'apprentissage des mathématiques. Nous n'admettons pas que les auteurs fassent des recommandations aux enseignants sans expérimentation dans des classes, et donc sans évaluer de façon rigoureuse les effets sur les apprentissages en fonction des contextes, des publics scolaires et des pratiques d'enseignement des professeurs. La didactique des mathématiques pourrait donc interagir de façon fructueuse avec les neurosciences cognitives. Cela nécessiterait le concours de scientifiques convaincus par l'intérêt de l'interdisciplinarité, conscients de la portée et des limites de leurs approches. De telles interactions conduiraient à l'accroissement des savoirs sur les conditions d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques, et contribueraient, à terme, à l'amélioration des apprentissages des élèves.

Références

- Barallobres, G. (2018). Réflexions sur les liens entre neurosciences, mathématiques et éducation. *McGill Journal of Education*, 53(1), 169-188.
- Brault Foisy, L.-M., Masson, S. & Dehaene, S. (2016). Quand le cerveau se « recycle » pour apprendre à lire et à compter. *Vivre le primaire*, 29(3), 57-59.
- Brousseau, G. & Brousseau, N. (1987). *Rationnels et décimaux dans le cadre de la scolarité obligatoire : comptes rendus d'observations de situations et de processus didactiques à l'école Jules Michelet de Talence*. Thèse de didactique des mathématiques.
- Chambris, C., Tempier, F. & Allard, C. (2017). Un regard sur les nombres à la transition école- collège. *Repères IREM*, 108, 63-91.
- Coulange, L. & Train, G. (2018). Enseigner les nombres décimaux et les fractions, transitions (ou ruptures ?) primaire-secondaire. In M Abboud (dir.). *Mathématiques en scènes, des ponts entre les disciplines - Actes du colloque EMF 2018* (pp. 1490-1499).
- Dehaene, S. (1992). Varieties of Numerical Abilities. *Cognition*, 44, 1-42.
- Dehaene, S. (2010). Le cerveau calculateur. *Bulletin de l'APMEP*, 488, 312-326.
- Dehaene, S., Potier-Watkins, C., Xi He, C. & Lubineau, M. (2022). Évaluer la compréhension des nombres décimaux et des fractions : Le test de la ligne numérique. *Note du CSEN*, 5.
- Douady, R. & Perrin-Glorian, M.-J. (1986). *Liaison école-collège : Nombres décimaux*. Paris : IREM de Paris VII.
- Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2), 5-32.
- Hirsch, M. (2022). *Pluralité des savoirs relatifs aux fractions : une analyse des connaissances des élèves en fin de collège*. Mémoire de master de recherche de l'Université Paris Cité.
- Keller, O. (2014). Existe-t-il un sens du nombre ? *Actes des Journées nationales de l'APMEP 2014*. <https://www.apmep.fr/IMG/pdf/P1-28-compte-rendu.pdf>
- Margolinas, C. (2021). Enseigner les nombres rationnels au cycle 3 ? Une proposition didactique. *Grand N*, 106, 5-30.
- Martinez, S. & Roditi, E. (2017). Programmes scolaires et apprentissage de la notion de fraction à l'école élémentaire. Quelques enseignements tirés de TIMSS. *Éducation & Formations*, 94, 23-40.
- Perrin-Glorian, M.-J. (1986). Représentations des fractions et des nombres décimaux chez des élèves de CM2 et de collège. *Petit x*, 10, 5-29.
- Roditi, E. (2005). L'éducation face aux théories de la construction du nombre chez l'enfant. *Spirale - Revue de recherches en éducation*, 36, 37-52.

- Roditi, E. & Salles, F. (2015). Nouvelles analyses de l'enquête PISA 2012 en mathématiques. *Éducation et formations*, 86-87, 236-267.
- Roditi, E. & Noûs, C. (2021). Didactique des mathématiques et neurosciences cognitives : une analyse des contributions à la recherche sur l'apprentissage d'un contenu scolaire. *Revue française de pédagogie*, 211, 103-115.
- Roell, M., Viarouge, A., Hilscher, E., Houdé, O., & Borst, G. (2019). Evidence for a visuospatial bias in decimal number comparison in adolescents and in adults. *Scientific Reports*, 9.
- Tipper, S. P. (1985). The negative priming effect: inhibition priming par ignored objects. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 37A, 571-590.