DU COMPAS DE FABRIZIO MORDENTE DE SALERNE AU COMPAS DE PROPORTION

Jean Michel DELIRE
Institut des Hautes Études (Université Libre de Bruxelles), Belgique
jeanmicheldelire@gmail.com

ABSTRACT

Between Fabrizio Mordente of Salerno (1532-1608) and Nicolas Bion (*ca.*1652-1733), *via* Michel Coignet (1549-1623), the compasses (with multiple points, pantometers, proportional compass) quickly evolved, but the geometrical problems proposed by the treatises remained similar. This workshop recounts the early history (second half XVIth – beginning XVIIth centuries) of these various compasses in the frame of the numerous travels and encounters of their inventors, especially Fabrizio Mordente, who has been a mathematician at the service of several rulers (Rudolph II, the Duke of Guise, Alexander Farnese), travelled and met other mathematicians, such as Coignet in Antwerp, or Clavius and Grienberger in Rome. As a young man, he also crossed the Mediterranean Sea and the Indian Ocean up to Goa (India). After comparing the peculiarities of the different compasses, we proposed to the participants some mathematical problems to be solved with the help of paper and wood models of compasses.

1 *Évolution du compas, de Mordente à Coignet*

L'établissement des éléments des triangles est la base de la *géodésie*, *via* une méthode nommée aujourd'hui *triangulation*. Cette méthode a été explicitée par Gemma Frisius, né en 1508 en Frise (îles de Wadden). Gemma étudia les mathématiques et la médecine à l'Université de Leuven, et édita en 1529 une version française de la *Cosmographia seu descriptio totius orbis* (Lanshut, 1524) de Petrus Apianus (1495-1552). Dans une seconde édition, publiée à Anvers en 1533, il ajouta son *Libellus de locorum describendorum ratione* **(…)**, dans lequel il propose d'utiliser la triangulation pour établir correctement les cartes.

Par la suite, Gemma commença à produire ses propres instruments, dans un atelier qu'il avait créé avec Gaspard Van der Heyde, un graveur et joaillier. En 1534, l'un de ses étudiants fut Gérard Mercator (de Kremer) Rupelmondanus (1512-1594), avec lequel il construisit un globe céleste et un globe terrestre, sur lequel ils voulaient représenter toutes les découvertes récentes.

Mercator devint célèbre grâce à son invention d'une nouvelle méthode de représentation plane du globe terrestre.

Bien entendu, le développement des méthodes de triangulation entraîna l'invention de nouveaux instruments, comme le *compas de proportion* ou son prédécesseur, le *compas à pointes*, par Fabrizio Mordente, et les *règles pantomètres*, par Michel Coignet.

Fabrizio Mordente (1532-1608) est né à Salerne. Après ses études à l'Université de Naples, dès 1552, il voyagea, visitant les pays méditerranéens, allant jusqu'en Mésopotamie et, depuis le Golfe persique, jusqu'à Goa (Inde, territoire conquis par le Portugal après la traversée de Vasco de Gama en 1498), où il resta trois ans. De là, il revint à Lisbonne, par les bateaux régulièrement affrétés pour l'Inde et retour[68]. Mordente visita encore Londres, Calais, Paris, les Flandres et Anvers, Bruxelles, Namur, Liège, Cologne, plusieurs villes allemandes, Prague, la Hongrie et, enfin, Venise, Florence, Rome, pour revenir à Naples

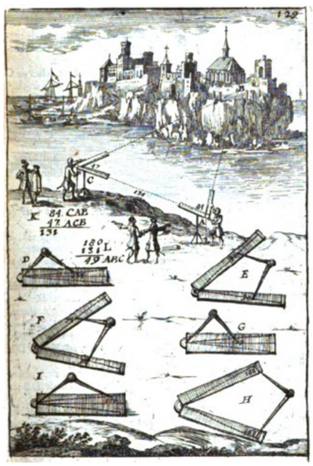


Figure 1. Nous commençons par une illustration, tirée d'un livre ancien de géométrie pratique (Manesson-Mallet, 1702), qui présente différents compas et leur utilisation en vue de fixer les éléments d'un triangle et la distance d'une île au continent.

[68] D'après Camerota (2000, p. 20), qui résume la description détaillée du voyage 'épique' décrit par Mordente dans la préface de son ouvrage *Le Proposizioni*, 1598. Nous devons aussi à ce livre de Camerota les images des quatre pages suivantes, à l'exception de la figure 8.

Mordente ne précise pas la durée de chacun de ses séjours, à l'exception de Goa et de certains de ses voyages. Il parle de dix ans en tout, et sa première publication paraît à Venise en 1567. C'est une explication en une feuille (figure 2) de l'utilisation d'un compas.

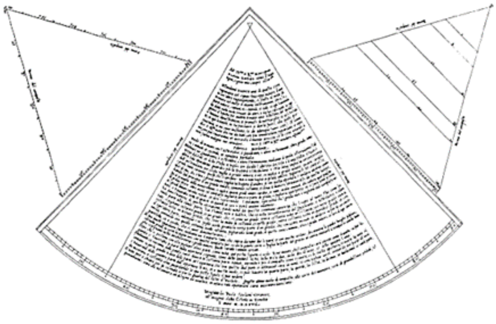


Figure 2. Explication de l'utilisation d'un compas.

Entre 1568 et 1570, il fit faire un compas similaire à Urbino, avec des curseurs placés dans des glissières taillées dans les jambes du compas (figure 3).

Entre 1568 et 1570, il fit faire un compas similaire à Urbino, avec des curseurs placés dans des glissières taillées dans les jambes du compas (figure 3).

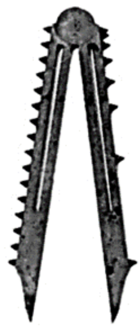


Figure 3. Le compas construit a Urbino.

Le but du premier compas (Venise, 1567) était de mesurer – en minutes – de combien un certain arc dépasse un nombre entier de degrés en multipliant ce dépassement par 60 à l'aide d'un compas de réduction de quotient 1/60 (figure 4) et un rapporteur.

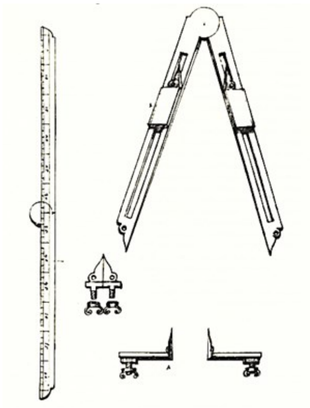


Figure 4. Compas de réduction de quotient 1/60.

Placé entre les jambes du compas, ce rapporteur mesurera le nombre de minutes lorsque les deux jambes seront ouvertes conformément au dépassement.

Par la suite, Mordente améliora son compas, non plus pour mesurer seulement des angles, mais aussi pour le calcul proportionnel. Les jambes, devenues plates, sont munies d'une règle (figure 5), probablement du type indiqué par Giacomo Contarini (1536 – 1595) dans une collection qu'il décrit dans un manuscrit, aujourd'hui conservé à l'Oxford Bodleian Library (Canon.Ital.145). Contarini était un sénateur vénitien, ami de Galilée et de Palladio, qui avait accumulé une collection artistique et scientifique, dont une partie est encore visible à Venise.

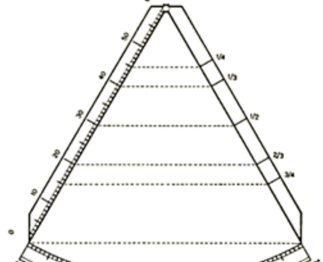


Figure 5. Jambes du compas munies d'une règle.

Fabrizio Mordente aspirait à être engagé comme mathématicien de cour et voyagea beaucoup pour cela, arrivant à Vienne en 1572 avec son frère Gasparo. Il y présenta son nouveau compas à l'empereur Maximilien II. Pour le couronnement de son fils, Rodolphe II (règne 1575 – 1612), il présenta encore d'autres instruments. Rodolphe lui-même suggéra à Fabrizio d'ajouter une nouvelle pointe sur l'axe de son compas. C'est durant cette période viennoise que Fabrizio, qui y rencontra des mathématiciens particulièrement intéressés par les fortifications, partagea ses idées concernant d'autres lignes à ajouter au compas et envisagea de publier un livre. Mais c'est son frère qui décrivitt, à la demande de l'empereur, les recherches de son frère, dans un livre publié à Anvers: *Il Compasso del S. Fabritio Mordente con altri Instrumenti Mathematici ritrovati da Gasparo suo fratello*, Anversa, Christophoro Plantini, 1584. Ce traité prit la forme typique des livres de géométrie pratique montrant comment le compas pouvait être utilisé pour résoudre divers problèmes euclidiens.

En 1585, Fabrizio Mordente est à Paris où il espère une pension de la reine mère Catherine de Médicis. Il y publie une estampe, imprimée le 20 mars par Jean le Clerc, rue Frementel à l'Estoile d'or. La figure placée sous le compas évoque trois manières de transformer une fraction en une fraction de 12. (Figure 6)

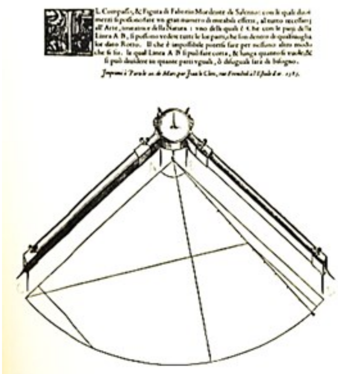


Figure 6. Sous le compas sont representées trois manières de transformer une fraction en une fraction de 12.

Fabrizio est ensuite ingénieur au service du Duc de Guise, qui appuyait Philippe II et la Ligue Catholique contre Henri III et l'hérétique Henri de Navarre. Mais après la mort du Duc de Guise, assassiné (sur ordre d'Henri III) à la fin de 1588, il entre au service d'Alexandre Farnèse (1545 – 1592), Duc de Parme, nommé par Philippe II gouverneur des Pays-Bas en 1578. En 1589, Fabrizio et son frère Gasparo sont à la cour de Bruxelles où ils obtiennent le privilège royal pour la publication, deux ans plus tard, de *La Quadratura del* *cerchio, la Scienza de' residui, il Compasso et riga di Fabritio, et di Gasparo Mordente fratelli salernitani*, à Anvers (chez P.Bellerus). Le livre est évidemment dédié à Alexandre Farnèse qui est représenté (figure 7) entouré des allégories de la géométrie et de l'arithmétique.

Figure 7. Frontispice du livre dédié à Alexandre Farnèse.

Dans le haut, on aperçoit une évocation de la prise d'Anvers par Alexandre, avec le pont de barques sur l'Escaut pour empêcher le ravitaillement de la ville assiégée.

À cette époque, vivait à Anvers Michel Coignet, fils de Gillis (1515-1562), constructeur d'instruments et bijoutier. Gillis ayant disparu alors que Michel était trop jeune pour lui succéder, ce dernier enseigna les mathématiques et le français dans l'une des nombreuses écoles où étaient formés les enfants des familles de commerçants, très nombreux à Anvers. Admis dans la guilde des maîtres d'école en 1568, il construisit son premier astrolabe en 1572, puis devint jaugeur de vin (figure 8) après avoir réussi un concours qui exigeait de pouvoir graver un bâton permettant de mesurer la quantité de vin restant dans un tonneau. Il édita en 1580 un petit opuscule sur le sujet : *Pratycke om lichtelyk te leeren visieren alle vatten metter wisselroede* [Méthode pour aisément apprendre à évaluer tous les tonneaux à l'aide du bâton de jauge].

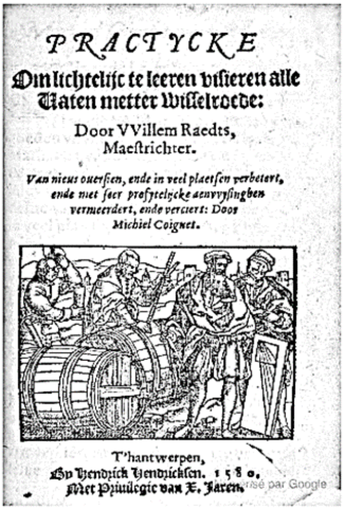

PRACTYCKE
Om lichtelijc te leeren visieren alle
Vaten metter Wisselroede:
Door VVillem Raedts,
Maestrichter.
Van nieus oversien, ende in veel plaetsen verbetert,
ende met seer profytelycke aenvvysinghen
vermeerdert, ende verciert: Door
Michiel Coignet.
T'hantwerpen,
By Hendrick Hendricksen. 1580.
Met Privilegie van X. Jaren.

Figure 8. Livre de Coignet sur le métier de jaugeur de vin.

Michel Coignet est surtout connu pour avoir publié en 1580 *Nieuwe Onderwijsinghe op de principaelste puncten der Zeeuaert*, comme appendice à la traduction de l'*Arte de Navegar* de Pedro de Medina[69]. La traduction française est publiée seule en 1581, ce qui fait connaître Coignet dans toute l'Europe et lui vaut d'entrer, quelques années plus tard, au service de l'archiduc Albert (1559-1621) en tant que mathématicien et ingénieur. Michel Coignet obtenait ainsi un poste comparable à celui qu'avait occupé Fabrizio Mordente auprès d'Alexandre Farnèse, puisque Philippe II (1527-1598) avait cédé, peu avant sa mort, le gouvernement des Pays-Bas à sa fille Isabella (1566-1633) et à son mari l'archiduc Albert. On n'est pas sûr que Mordente ait rencontré Coignet, mais c'est hautement probable, vu que Mordente a visité Anvers à plusieurs reprises. De plus, peut-être suite à une telle rencontre, Coignet s'est intéressé aux compas de proportion, ou plutôt aux échelles qu'ils portent. Il a exprimé ses idées sur le sujet dans de nombreux manuscrits et en différentes langues : Bruxelles (latin et français), Anvers (espagnol), Paris (espagnol), Modène (italien), Madrid (italien), Prague (latin), etc., en les illustrant de figures et de problèmes résolus.

[69] Traduction en néerlandais faite par Merten Everaert de Bruges.

Nous allons maintenant envisager quelques-uns de ces problèmes, en comparaison de problèmes proposés par Mordente et transmis dans un livre édité en français en 1626 (source 1° en fin d'article).

2 Quelques problèmes résolus à l'aide des compas de Mordente et Coignet

2.1 Tracer une droite perpendiculaire à une extrémité d'un segment

a) Mordente, d'après la source 1° (Figure 9)

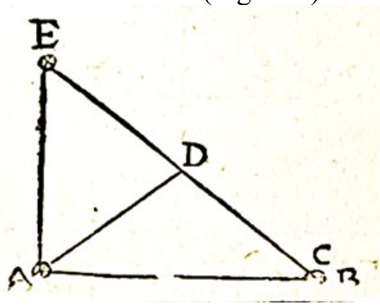


Figure 9. Tracer une perpendiculaire.

p.11 : « V. Proposition. *Lever une perpendiculaire sur l'extrémité d'une ligne droicte*. Soit la ligne AB, & que les coursaires du Compas soient bien mis en égale distance, puis ouvrez le Compas, & mettez l'une des poinctes des coursaires en A, & l'autre en C, puis la poincte centrale denottera (sic) la marque D, parce que l'ouverture du Compas est fait (sic) à discretion : cela fait, ouvrez le Compas de telle sorte que les trois poinctes soient en ligne droicte : & ayant mis la poincte centrale en D, & une des poinctes des coursaires en C, & l'autre poincte du coursaire vous marquera le poinct E, duquel vous menez une ligne sur A, qui sera perpendiculaire. »[70]

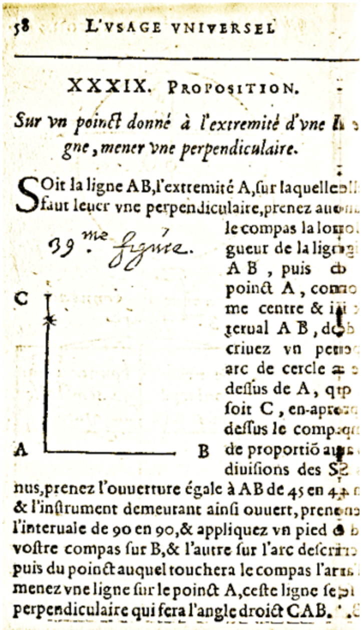
La preuve (que $\widehat{CAD} + \widehat{DAE} = 90°$, par exemple) est laissée aux lecteurs.

p.58 : « XXXIX. Proposition. *Sur un poinct donné à l'extrémité d'une ligne, mener une perpendiculaire.* »

La ligne est AB et l'on commence par dessiner l'arc de cercle de centre A et de rayon AB. On applique ensuite le compas de proportion avec AB sur la ligne des sinus de 45 en 45. Le compas ainsi ouvert, on prend l'ouverture de

[70] En comparant ceci à la construction classique, on comprend l'intérêt du compas de Mordente.

90 en 90 avec un compas commun et, sa pointe sèche étant placée en B, on porte un trait sur l'arc de cercle, ce qui donne le point C à la perpendiculaire de A. (Figure 10)



58 L'VSAGE VNIVERSEL

XXXIX. PROPOSITION.

Sur vn poinct donné à l'extremité d'vne li-gne, mener vne perpendiculaire.

Soit la ligne AB, l'extremité A, sur laquelle il faut leuer vne perpendiculaire, prenez au- le compas la lon- gueur de la ligne A B, puis du poinct A, com- me centre & in- terual A B, d- criuez vn petit arc de cercle au dessus de A, qui soit C, en-apres dessus le comp- de proportiõ aux diuisions des Si- nus, prenez l'ouuerture égale à AB de 45 en 45 & l'instrument demeurant ainsi ouuert, prenez l'interuale de 90 en 90, & appliquez vn pied de vostre compas sur B, & l'autre sur l'arc descri- puis du poinct auquel touchera le compas l'arc menez vne ligne sur le poinct A, ceste ligne se- perpendiculaire qui fera l'angle droict CAB.

39.me figure.

C

A

B

Figure 10. Explication détaillée.

Pour comprendre cette construction, basée sur la trigonométrie, il faut se reporter à la figure du compas de proportion donnée dans le livre de 1626 (voir Annexe, face C). En effet, Coignet propose de nombreuses lignes (déjà dans ses « règles pantomètres » du ms. KBR, II-769 (Bruxelles) (Figure 11), qu'il répartit sur les quatre faces de deux compas.

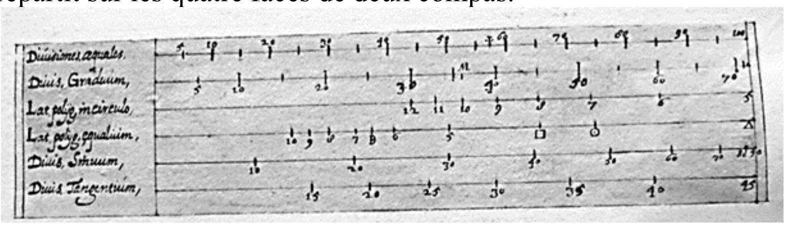


Figure 11. Règles pantomètres de Coignet.

c) on notera que, dans le même ms. KBR, II-769 (Bruxelles), Coignet annonce cette proposition comme la première, après quarante autres utilisant les lignes du compas autres que celles des sinus : « S'ensuyvent les propositions qui se resoulvent par Divisionum Sinuum, 41 D'un poinct donne a l'extrémité d'une ligne droicte eslever une perpendiculaire ».

Il en est de même dans le ms. Erfgoedbibliotheek Hendrik Conscience B264708 (Anvers) ainsi que dans le ms. BnF, Espagnol 351 (Paris) : « Siguen algunas proposiciones lasquales se resolven por las Divisiones del Sinus y de las Tangentes, Proposicion 39 Como se sacara una linea perpendicular del punto extremo de otra linea que se propone ».

2.2 Construire deux moyennes proportionnelles entre deux lignes données

L'importance de ce problème réside, depuis l'Antiquité, dans le fait qu'il permet de résoudre la duplication du cube, dit problème de Délos. En voici l'histoire légendaire racontée par Ératosthène (c. 284-194), le directeur de la Bibliothèque d'Alexandrie, rapportée par Eutocius.

« *Ératosthène au Roi Ptolémée, Salut !*

On rapporte qu'un des anciens poètes tragiques avait mis à la scène Minos qui, faisant préparer un tombeau à Glaucos, et ayant remarqué qu'il avait cent pieds de long de tous côtés, disait : « Tu as choisi la chambre sépulcrale du roi petit, qu'elle soit doublée ; ne te méprends pas sur ce qui convient, et double aussitôt chaque partie du tombeau. » Or, il semble bien que Minos se soit trompé ; car, lorsqu'on double les côtés, un plan devient quadruple et un solide huit fois plus grand. Chez les géomètres aussi on a cherché la manière de doubler un solide donné tout en lui conservant la même forme, et le problème de cette espèce fut appelé la duplication du cube, car, s'étant proposé un cube, ces géomètres s'efforcèrent de le doubler. Or, après avoir été tous et longtemps embarrassés, c'est Hippocrate de Chio qui fut le premier à s'apercevoir qu'un cube serait doublé si l'on parvenait à trouver deux moyennes proportionnelles en proportion continue entre deux lignes droites dont la plus grande est le double de la plus petite ; en sorte que l'embarras fut changé pour lui en un autre et non moindre embarras. On dit que plus tard, des Déliens, chargés par un oracle de doubler un de leurs autels, et tombés dans le même embarras, furent envoyés chez Platon, et demandèrent aux géomètres qui résidaient à l'Académie, de leur trouver ce qu'ils cherchaient. » (Ver Eecke, 1960)

a) dans le ms. KBR, II-769 (Bruxelles), Coignet énonce le problème « 19[71] Chercher entre deux lignes droictes donnees, deux autres lignes entremoyennes en proportion continue », puis prend un exemple « Explication, Soit la première ligne donnée A de 54 parties égales, et D la 4e de 16 parties. [Il] convient [de] trouver les deux lignes entremoyennes B et C, etc. ». Il résout ce problème de manière classique, comme le fait, par exemple, Bion avec un compas de proportion. Mais, à la fin (Fol. 60v) du même manuscrit, Coignet donne une autre méthode de construction de deux moyennes proportionnelles :

« Apendices à la 19 proposition. Pour agrandir ou augmenter tout corps Géométricq$^{\beta}$[72] laquelle praticq$^{\beta}$ l'on apellela Duplication du Cube. (…) Or, pour doubler ou tripler ou bieng augmenter tout corps à tant qu'on voudra, les Anciens cõme Platon, Architas de Tarente, et autres ont practiqué divers Instruments pour le faire, lequel estoit fort pénible à faire. L'invention de Coignet[73] sur ce Problème (en marge : est facille) par sa reigle pantomètre, soit en l'ensuyvante figure AB, le diamètre d'une boulle d'une libvre de fer et l'on demande celuy de deux libvres…Pour ce faire, l'opération sera telle, faictes sur AB. Un quadrangulum rectangulum A.B.C.D/ dont le coste A.D sera double à la ligne AB, les lignes DC et AD prolongerez vers E et F. Après ouvrirez la pantomètre iusques à tant que les deux branches soÿent bien à droict angle, le coing droit I mettrez sur la ligne perpendiculaire D.F. et son coste sur le point A, en haulsant ou abaissant ledict angle I, sur la ligne D.C.F. iusques à tant que vous trouverez avecq un simple compas, que la ligne B.H. sera egalle avecq D.G, coupez par les deux branches de la pantomètre. Or aÿant trouvé cela dittes que B.H. est le diamètre d'une boulle de deux libvres qu'on cherchoit etc. (…) Démonstration : Les 4 lignes A.D, DI, H.B, B.A sont en proportion continuelle dont il s'ensuite que cõme la ligne AD se tient à la

[71] Bizarrement, le Ms de Bruxelles (KBR) saute de la proposition 14 à la 19. Ce n'est pas le cas dans les manuscrits d'Anvers et de Paris, où cette proposition est la 16e (dans les deux cas).

[72] Le scribe remplace souvent la finale –ue par un signe ressemblant à $^{\beta}$ ou à ^{3}.

[73] Bizarrement, Coignet parle ici de lui à la troisième personne. Ce n'est pas le cas dans les Mss d'Anvers et de Paris, où il utilise « esto por un nuestra (mot biffé) Invencion » (Anvers) et « esto por un nuestra nueva Invencion » (Paris). Il s'agit donc d'une invention de Coignet, qu'il ne considèrerait plus comme nouvelle à l'époque du Ms d'Anvers. Celui-ci étant daté de 1618, on pourrait en déduire que celui de Paris est antérieur à cette date et postérieur à la date du Ms de Bruxelles (1610-1612), où cette nouvelle construction est rajoutée à la fin.

ligne BA, ainsÿ le corps faict sur la ligne H.B. au corps faict (semblable au premier) sur la ligne BA. Mais AD est double à la ligne B.A, dont s'ensuit que le corps ou boulle sur HB sera double à la boulle sur AB, et ainsÿ des autres … »

(Figure 12 : provenant des manuscrits de Bruxelles et de Paris)

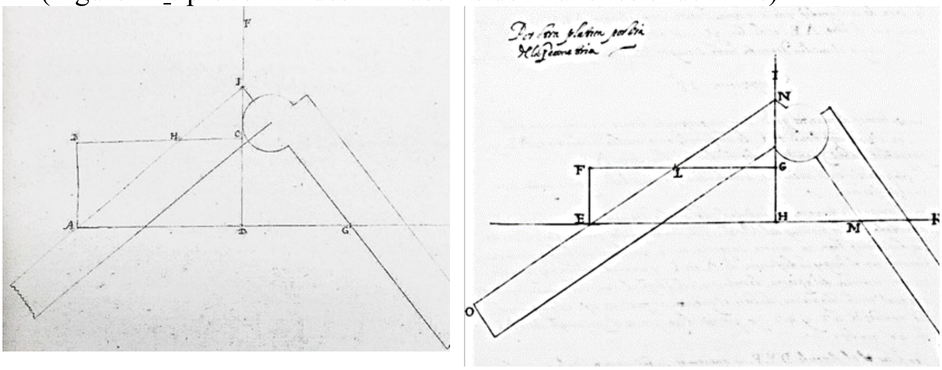


Figure 12. Construction de deux moyennes proportionnelles à l'aide du compas.

b) Coignet d'après la source 1°

« XVI. Proposition. *Trouver deux moyennes proportioneles entre deux lignes données.* » Comme dans les manuscrits, le texte commence par l'exemple 54 et 16, qu'il résout, puis, immédiatement après, l'auteur donne une solution, qu'il dit géométrique (Figure 13)

Or pour faire le mesme en forme Geometrique, sans ayde des diuisions du compas, faites de deux lignes qui vous ont esté données, sçauoit AD, vn rectangle EFGH, lors prolongez les lignes GH & HE à l'infiny, & apres qu'aurez figuré vostre regle en forme d'vn esquierre, en sorte que le costé de dehors NO face vn angle droit, auec la partie interieure MP, puis mettez la partie de dehors sur le poinct E, ainsi que l'angle N vienne en la ligne HI, en-apres haussant & abaissant tousiours vostre compas sur la ligne HI, & sur le poinct E, faites en sorte que vous coupiez les lignes FG, & HK, deux parties égales FL, & HM: ces parties ainsi couppées, seront les moyennes proportionelles demandées.

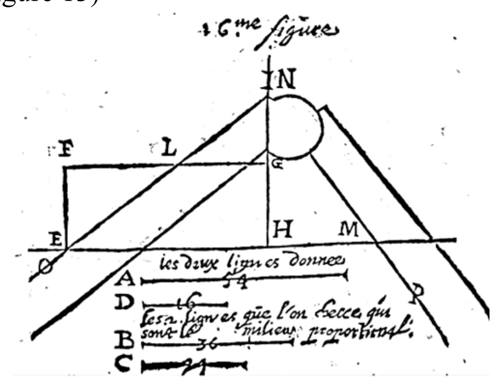
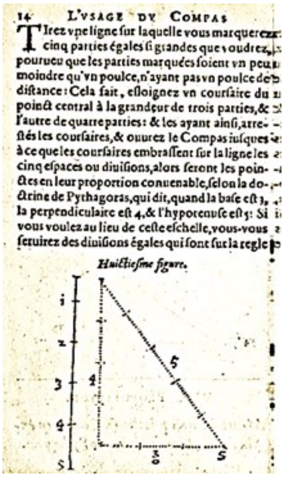


Figure 13. Explication détaillée.

c) pour Mordente, d'après la source 1°, nous nous limiterons à sa construction d'un angle droit car il ne donne pas explicitement la construction d'une double moyenne proportionnelle (Figure 14)



14 L'VSAGE DV COMPAS

TIrez vne ligne ſur laquelle vous marquerez cinq parties égales ſi grandes que voudrez, pourueu que les parties marquées ſoient vn peu moindre qu'vn poulce, n'ayant pas vn poulce de diſtance : Cela fait, eſloignez vn courſaire du poinct central à la grandeur de trois parties, & l'autre de quatre parties : & les ayant ainſi arreſtés les courſaires, & ouurez le Compas iuſques à ce que les courſaires embraſſent ſur la ligne les cinq eſpaces ou diuiſions, alors ſeront les poinctes en leur proportion conuenable, ſelon la doctrine de Pythagoras, qui dit, quand la baſe eſt 3, la perpendiculaire eſt 4, & l'hypotenuſe eſt 5 : Si vous voulez au lieu de ceſte eſchelle, vous-vous ſeruirez des diuiſions égales qui ſont ſur la regle

Huictieſme figure.

Figure 14. Construction d'un angle droit.

« VIII. Proposition. *Mettre les trois poinctes du Compas en angles droicts, selon l'intention de Pythagoras.* »

Bien entendu, cette construction est basée sur le triangle 3-4-5. On trace une ligne de 5 parties égales au choix, puis on éloigne les curseurs de 3 et 4 telles parties et on ouvre le compas de sorte que les curseurs touchent les extrémités de la ligne. Le compas est alors ouvert à angle droit.

2.3 Construire un polygone régulier, en particulier un pentagone

Pour déterminer la corde de 36°, c'est-à-dire le côté du décagone, Ptolémée procède comme suit dans l'*Almageste* : il rappelle *Éléments*, XIII.9 : *Si le côté de l'hexagone et celui du décagone (...) sont composés, la droite entière est coupée en extrême et moyenne raison (...)*, soit : $r^2 = c_{10}.(c_{10} + r)$. Cela peut être aisément démontré à l'aide de la partie gauche de la (Figure 15) $\widehat{GOH} = 36° \Rightarrow \widehat{OHG} = 72°$ et $\widehat{FHO} = 108° \Rightarrow \widehat{OFH} = 36°$. Les triangles GHO et GOF sont donc semblables $\Rightarrow \frac{GO}{GH} = \frac{FG}{GO}$ ou $\frac{r}{c_{10}} = \frac{c_{10}+r}{r}$. On en déduit $c_{10} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}.r$

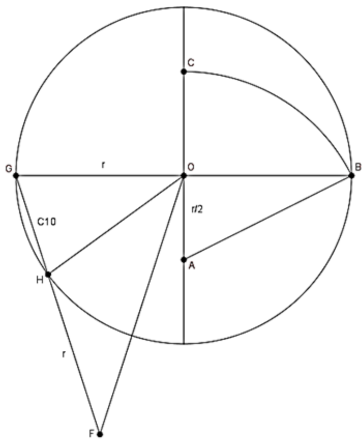
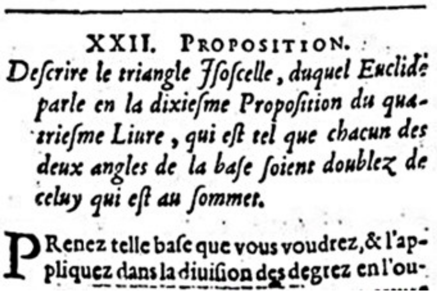


Figure 15. Détermination de la corde de 36°.

Sachant cela, le côté c_{10} du décagone peut être construit de la manière suivante : les points A et B sont sur des diamètres perpendiculaires de sorte que |OA| = r/2 et |OB| = r. On tourne le segment AB autour de A de manière à amener B en C sur le diamètre AO. |OC| est donc la longueur du côté c_{10} cherché. On peut calculer la longueur de c_{10} en fonction du rayon r = 60, en l'exprimant en parties, minutes et secondes de parties comme l'a fait Ptolémée dans sa table de cordes.

a) Coignet d'après la source 1° (Figure 16) « XXII. Proposition. *Descrire le triangle Isoscelle, duquel Euclide parle en la dixiesme Proposition du quatriesme Livre, qui est tel que chacun des deux angles de la base soient doublez de celuy qui est au sommet.* »

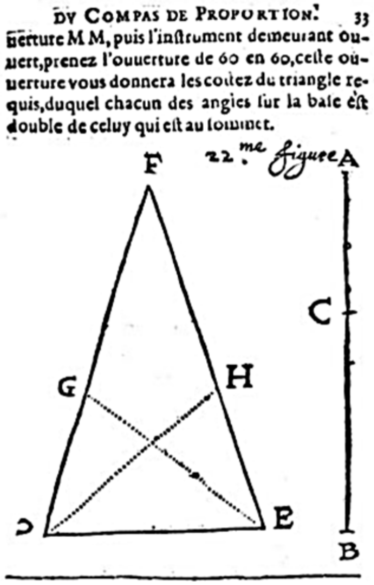
On place la base du triangle cherché entre les divisions M et M (de la face B du compas de proportion en Annexe) et l'ouverture entre 60 et 60 en donnera les deux côtés égaux. (Figure 16 suite)



XXII. Proposition.

Descrire le triangle Isoscelle, duquel Euclide parle en la dixiesme Proposition du quatriesme Liure, qui est tel que chacun des deux angles de la base soient doublez de celuy qui est au sommet.

PRenez telle base que vous voudrez, & l'appliquez dans la diuision des degrez en l'ou-



DV COMPAS DE PROPORTION. 33

uerture M M, puis l'instrument demeurant ouuert, prenez l'ouuerture de 60 en 60, cette ouuerture vous donnera les costez du triangle requis, duquel chacun des angles sur la base est double de celuy qui est au sommet.

Figure 16. Construction du triangle d'or. **Figure 16** suite.

Justification : le triangle isocèle dont les deux angles à la base sont doubles du troisième est dit *triangle d'or* parce que le rapport de sa base sur l'un de ses autres côtés égale le nombre d'or et c'est l'inverse de ce rapport (car $1/\varphi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$) que l'on construit ici en prenant, entre 60 et 60, le rayon d'un cercle dans lequel on peut inscrire un décagone de côté égal à la distance entre M et M. En effet, l'angle au sommet du triangle est 36° et le rapport du côté sur sa base est $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

La solution de cette proposition utilise la division M des règles pantomètres. Il en est de même de la suivante :

b) Mordente, d'après la source 1°

« XXI. Proposition. *Couper une ligne donnée proportionellement* (…) en sorte que toute [la] ligne soit à la grande partie, comme la plus grande portion est à la moindre ». (Figure 17)

32 L'VSAGE DV COMPAS

XXI. PROPOSITION.

Couper vne ligne droicte donnée, selon la moyenne & extresme raison.

CEste proposition est la 30e du 6e liure d'Euclide. Pour faire cecy, il faut que les deux coursaires exterieurs soient posez sur la regle à la distance de 60 deg. mais les exterieures à la distance de 36, lors sera mis la poincte centrale en M : cela fait, il faut prendre auec les poinctes exterieures des coursaires, qui sont esloignez du centre de 60 deg. l'interuale de la longueur de la ligne AC ; & par ainsi l'ouuerture des interieurs se retranchera de A B, & la ligne sera coupée selon la moyenne & extréme raison, parce que la proportion de toute la ligne AB est à la plus grande partie en AC, comme la plus grande partie AC est à BC la moindre.

Vingt-vniesme figure.

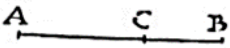


Figure 17. Partage en moyenne et extrême raison à l'aide du compas.

Cela revient, algébriquement, à résoudre $1/x = x/(1-x)$, si x est la « grande partie » et 1 la longueur de « toute [la] ligne ». Cette équation est équivalente à $x^2 = 1 - x$, qui définit le nombre d'or $\varphi = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (voir ci-dessus). Cette construction revient donc à résoudre la *section en moyenne et extrême raison*.

Il faut comprendre 'intérieures' dans le texte. On utilise donc la ligne centrale de la face B des règles pantomètres (Figure 18), qui est en fait une ligne des cordes (puisque 72° correspond au 5, c'est-à-dire au pentagone de la ligne des polygones inscrits dans un même cercle). En plaçant les extérieures à la graduation 60°, on les place à une distance de la pointe égale au rayon du cercle (corde (crd) 60° = r), et les intérieures seront distantes l'une de l'autre de crd 36° (car M est placé à la graduation 36°).

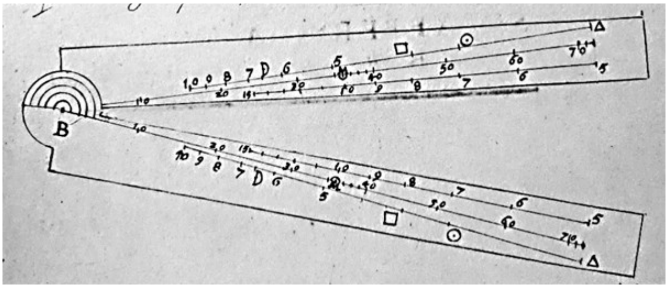
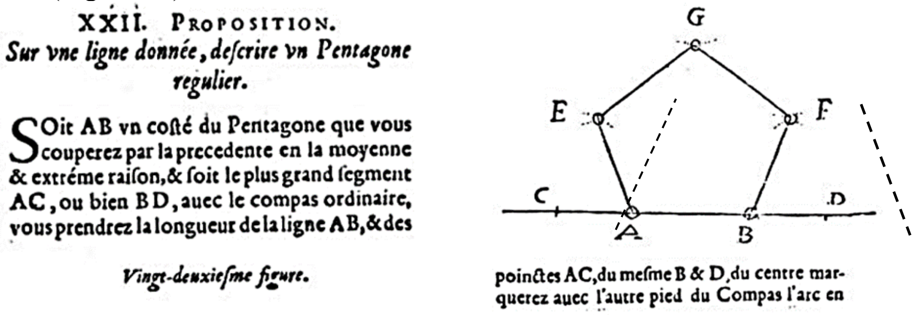


Figure 18. La face B des règles pantomètres.

Or, crd 36° est le côté c_{10} du décagone, qui a la propriété que $\frac{r}{c_{10}} = \frac{c_{10}+r}{r}$. En retranchant l'écart des intérieures de AB, on aura bien $\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{CB}$ car $\frac{AC}{CB} = \frac{r}{r.\frac{\sqrt{5}-1}{2}} = \frac{r.\frac{\sqrt{5}+1}{2}}{r} = \frac{AB}{AC}$, en interprétant « il faut prendre avec les poinctes extérieures des coursaires, qui sont esloignez du centre de 60 deg. l'intervalle de la longueur de la ligne AC » par AC = r.

On voit plus clairement M, ainsi que la correspondance cordes-côtés des polygones, sur les dessins des règles pantomètres du ms. KBR, II-769 (Bruxelles) de Coignet (voir, ci-dessus, la figure 11).

« XXII. Proposition. *Sur une ligne donnée, descrire un Pentagone regulier* » (Figure 19)



XXII. PROPOSITION.
Sur vne ligne donnée, descrire vn Pentagone regulier.

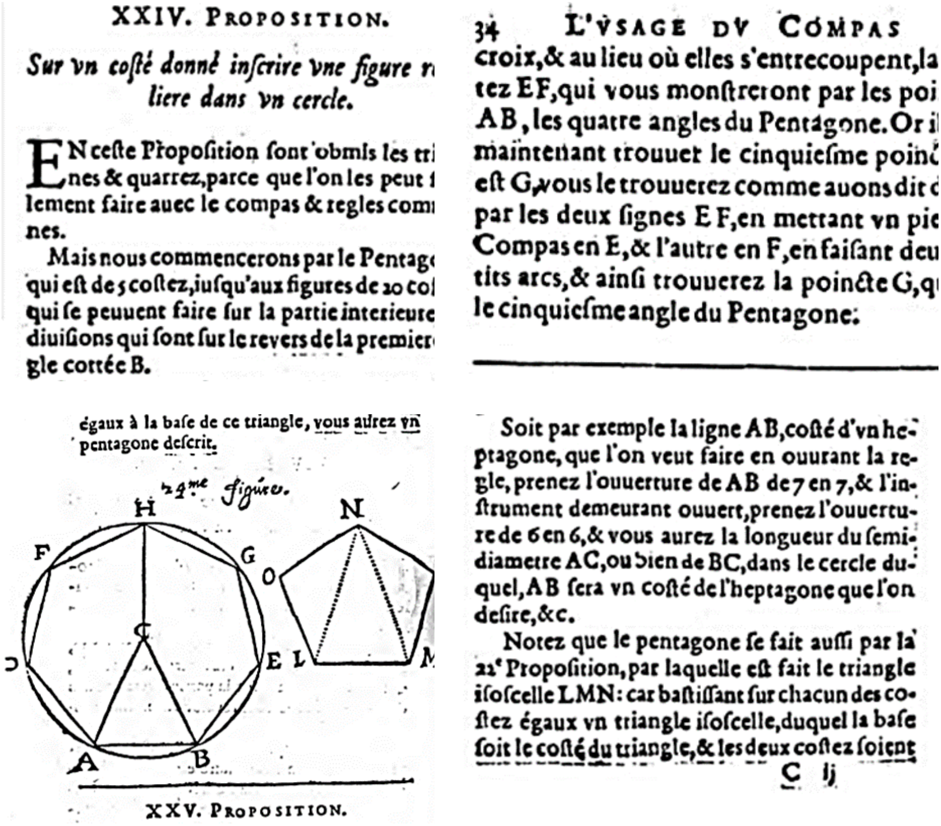
SOit AB vn coſté du Pentagone que vous couperez par la precedente en la moyenne & extréme raiſon, & ſoit le plus grand ſegment AC, ou bien BD, auec le compas ordinaire, vous prendrez la longueur de la ligne AB, & des

Vingt-deuxieſme figure.

poinctes AC, du meſme B & D, du centre marquerez auec l'autre pied du Compas l'arc en

Figure 19. Construction du pentagone régulier.

c) Coignet, d'après la source 1° (Figure 20). On coupe AB en moyenne et extrême raison et o porte sur la droite AB le plus grand segment, depuis A (AC) ou depuis B (BD). On reporte la longueur |AB| depuis C et A, puis depuis B et D, cela donne les sommets E et F. On fait de même depuis E et F, ce qui donne G. Pour la clarté, nous avons ajouté à la figure de Mordente les segments CE et DF, ce qui fait apparaître les triangles d'or CAE et BDF.


XXIV. PROPOSITION.

Sur vn costé donné inscrire vne figure r
liere dans vn cercle.

EN ceste Proposition sont obmis les tri
nes & quarrez, parce que l'on les peut f
lement faire auec le compas & regles com
nes.

Mais nous commencerons par le Pentag
qui est de 5 costez, iusqu'aux figures de 20 co
qui se peuuent faire sur la partie interieure
diuisions qui sont sur le reuers de la premier
gle cottée B.

égaux à la base de ce triangle, vous aurez vn pentagone descrit.

XXV. PROPOSITION.

34 L'VSAGE DV COMPAS

croix, & au lieu où elles s'entrecoupent, la
tez EF, qui vous monstreront par les poi
AB, les quatre angles du Pentagone. Or il
maintenant trouuer le cinquiesme poinc
est G, vous le trouuerez comme auons dit c
par les deux signes EF, en mettant vn pie
Compas en E, & l'autre en F, en faisant deu
tits arcs, & ainsi trouuerez la poincte G, q
le cinquiesme angle du Pentagone.

Soit par exemple la ligne AB, costé d'vn heptagone, que l'on veut faire en ouurant la regle, prenez l'ouuerture de AB de 7 en 7, & l'instrument demeurant ouuert, prenez l'ouuerture de 6 en 6, & vous aurez la longueur du semidiametre AC, ou bien de BC, dans le cercle duquel, AB sera vn costé de l'heptagone que l'on desire, &c.

Notez que le pentagone se fait aussi par la 22e Proposition, par laquelle est fait le triangle isoscelle LMN: car bastissant sur chacun des costez égaux vn triangle isoscelle, duquel la base soit le costé du triangle, & les deux costez soient

C ij

Figure 20. Construction de l'heptagone régulier.

RÉFÉRENCES

Camerota, F. (2000). *Il compasso di Fabrizio Mordente: per la storia del compasso di proporzione*. Olschki.

Manesson-Mallet, A. (1702). *La géométrie pratique* (Vol. 2). Paris: chez Anisson.

Ver Eecke, P. (Ed). (1960). *Les œuvres complètes d'Archimède suivies des commentaires d'Eutocius d'Ascalon* (Vol. 2). Vaillant-Carmanne.

Sources primaires

1° *La géométrie réduite en une facile et briefve practique, par deux excellens instrumens, dont l'un est le pantomètre ou compas de proportion de Michel Connette, Ingenieur du feu Serenissime Archiduc Albert, enrichy de huict divisions pardessus le commun & ordinaire : L'autre est l'usage du compas à huict poinctes, inventé par Fabrice Mordente, Mathematicien de feu Alexandre Farnese, Duc de Parme & de Plaisance, &c. Et composé en italien, par Michel Connette. Œuvre tres-utile pour tous curieux des Mathematiques qui desirent estre soulagez de la longue & penible description des figures Geometriques. Traduits en François par P.G.S. Mathématicien*. A Paris, chez Charles Hulpeau, ruë Daulphine, à l'Escharpe Royale, & en sa boutique sur le Pont neuf, proche les Augustins, MDCXXVI (1626)

2° ms. KBR, II-769 (Bruxelles) : *USUS Duodecim Divisionum geometricarum, per quas (et ope Unius circini Vulgaris) fere omnia Mathematicorum Problemata facili negotio resolvunutur* – Opera et Studio Michaëlis Coigneti Antverpiani Seren[m] Belgij Principium Mathematici, ex ipsa numerorum occulta parti (que Algebra Vulgo dicitur) maxima ex parte excogitata ettc[a], 1610

3° ms. Erfgoedbibliotheek Hendrik Conscience B264708 (Anvers) : *De la composicion y uso de las dos Reglas pantometras*, (…) Platicado y compuesto por Miguel Coñietto, natural de la ciudad de Anvers, Mathematico del Serenissimo, muy alto, y poderoso Señor, ALBERTO, Archiduque de Austria, Duque de Borgoña, Brabante, &cs. Conde de Habsburg y Flandes &c., sans date (probablement 1618)

4° ms. BnF, Espagnol 351 (Paris) : *El uso Delas doze divisiones Geometricas puestas en las dos Reglas Pantometras* (…) Platicado y compuesto por Miguel Coñieto, natural de la Ciudad de Anvers y Mathematico del Serenissimo Señor Archiduque Alberto, sans date

Annexe

Les compas de proportion de Coignet, selon la source 1° (entre les p.4 et 5).

Les manuscrits d'Anvers (fol.3v et 4r) et de Paris (fol.2v et 3r) ont des figures semblables.