QUELLE PLACE POUR LA DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES DANS LA FORMATION CONTINUE DES ENSEIGNANTS DE MATHÉMATIQUES EN AFRIQUE SUBSAHARIENNE?

Alexandre MOPONDI BENDEKO MBUMBU
Professeur Ordinaire, Université Pédagogique Nationale, UPN, RDC

RÉSUMÉ

Il est à constater qu'aux indépendances des pays africains au sud du Sahara, l'enseignement a, d'une façon générale, continué à fonctionner dans l'esprit et la conception d'avant l'indépendance, notamment dans la formation « des agents d'exécution » pour les différentes institutions du pays, de niveau de formation rudimentaire, qui dépassait difficilement le Collège ou le Lycée. Selon le type de colonisation, certains pays, comme la République Démocratique du Congo, avaient à peine une dizaine d'universitaires formés à l'indépendance. C'est dans ce contexte que les autochtones étaient appelés à prendre la relève.

Les efforts de rattrapage des organismes internationaux, comme l'UNESCO, de la Coopération internationale et des gouvernements locaux donnent des résultats mitigés. Les sous-qualifications, notamment des professeurs du secondaire pour ce qui nous concerne, sont toujours au centre des préoccupations au niveau national. Et dans l'entrain-temps, des nombreux politiciens africains lèvent la voix pour souhaiter la prise en charge des besoins du milieu social dans la formation des jeunes.

Entre la formation à l'étranger des jeunes africains, qui n'a pas toujours une réalité locale, et la formation locale de ces jeunes, qui est généralement très théorique, il faut trouver ce qu'il faut pour répondre présent à l'appel de ces politiciens africains.

Est-il qu'à ce jour, l'Afrique peine à mettre en place des structures permettant de fournir les conditions de fonctionnement efficace. Le contexte fait que les hommes et les femmes qui acceptent d'assurer la continuité ne sont pas nécessairement armés pour le faire : ils (elles) n'ont pas toujours la maîtrise du contenu à enseigner et la conception efficace de l'enseignement. Comme ils (elles) sont sur terrain, la formation continue reste un des moyens efficaces permettant d'alléger leur tâche d'enseignant.

Alors, poser la question de la place de la didactique des mathématiques dans la formation continue revient à poser la question des éléments de solution aux problèmes qui se posent, **contenu à enseigner** et **conception de l'apprentissage**. Nous pensons que la didactique des mathématiques, associée à l'ethno-mathématique, a des éléments de réponse, notamment dans la préparation de la fiche de leçon, **l'analyse a priori**, et pendant le déroulement d'une leçon en classe, **la négociation didactique.** Nous essayerons d'illustrer nos propos par des exemples.

MOTS CLÉS

Formation continue - Enseignant de mathématique – Sous-qualification – Didactiques des mathématiques - Théorie des situations – Analyse a priori – Négociation didactique

SUMMARY

It is to be noted that, at the independence of African countries south of the Sahara, education generally has to continue to function in the pre-independence spirit and conception, particularly in the formation of enforcement agents "for the different institutions of the

country. Rudimentary level of education, which was difficult to overcome the College or High School. Depending on the type of colonization, some countries, such as the Democratic Republic of Congo, had barely a dozen academics trained for independence. It was in this context that Aboriginal people were called to take over.

The catching up efforts of international organizations, such as UNESCO, International Cooperation and local governments, have mixed results. The under-qualifications, especially secondary school teachers for us, are still at the center of the national concerns. And in the pastime, many African politicians raise their voices to wish to take charge of the needs of the social milieu in the training of young people.

Between the training of young Africans abroad, which does not always have a local reality, and the local training of these young people, which is generally very theoretical, it is necessary to find what it takes to answer the call of these African politicians.

Is it so far that Africa is struggling to put in place structures to provide the conditions for efficient operation. The context is that men and women who agree to ensure continuity are not necessarily equipped to do so: they do not always have the mastery of the content to teach and the effective design of teaching. As they are in the field, continuing education remains one of the effective means to lighten their teaching duties.

So to ask the question of the place of didactics of mathematics in continuing education is to ask the question of the elements of solution to the problems that arise, content to teach and design of learning. We believe that didactics of mathematics, associated with ethno-mathematics, has elements of answer, especially in the preparation of the lesson sheet, the analysis a priori, and during the course of a lesson in class, the didactic negotiation. We will try to illustrate our words with examples.

KEYWORDS

Continuing education - Mathematics teacher - Under-qualification - Didactics of mathematics - Theory of situations - A priori analysis - Didactic negotiation

INTRODUCTION

Il est à constater qu’aux indépendances des pays africains au sud du Sahara, l’enseignement a, d’une façon générale, continuer à fonctionner dans l’esprit et la conception d’avant l’indépendance, notamment dans la formation « des agents d’exécution » pour les différentes institutions du pays. De niveau de formation rudimentaire, qui dépassait difficilement le Collège ou le Lycée. Selon le type de colonisation, certains pays avaient à peine une dizaine d’universitaires formés à l’indépendance. C’est dans ce contexte que les autochtones étaient appelés à prendre la relève.

Il faut signaler les efforts de l’UNESCO dans la création de certaines institutions de formations, comme l’Institut Pédagogique National, dans les pays où le manque était vraiment criant (la RDC et les autres). Les différents gouvernements ont octroyé des bourses d’études pour l’étranger, tout en créant des conditions pour la formation de la majorité qui reste au pays. Le résultat reste mitigé. Les sous-qualifications, notamment des professeurs du secondaire, sont toujours au centre des préoccupations au niveau national. De nombreux politiciens africains lèvent la voix pour souhaiter la prise en charge des besoins du milieu social dans la formation des jeunes.

Entre la formation à l’étranger des jeunes africains, qui n’a pas toujours une réalité locale, et la formation locale, qui est généralement très théorique, il faut trouver ce qu’il faut pour répondre présent à l'appel des politiciens africains. La réalité est qu'il y a très peu d'éléments de réponse de la part des acteurs de terrain africains, chercheurs en l'occurrence. Les quelques rares projets, pour citer le projet d'harmonisation des Programmes de Mathématiques (HPM), restent inachevés faute des financements et surtout de volonté des africains de se prendre en charge.

Est-il que l'Afrique, à ce jour, peine à mettre en place des structures permettant de fournir les conditions de fonctionnement efficaces. Elle continue, pour exister, à suivre les traces « des autres ». Le contexte fait que les hommes et les femmes qui acceptent d'assurer la continuité ne sont pas nécessairement armés pour le faire : ils (elles) n'ont pas toujours la maîtrise du contenu à enseigner (la sous-qualification scientifique) et de la conception de l'enseignement efficace (sous-qualification pédagogique).

Comme ils (elles) sont sur terrain, la formation continue reste un des moyens efficaces permettant d'alléger leur tâche d'enseignant. Donc, poser la question de la place de la didactique des mathématiques dans la formation continue revient à poser « *la question de quelle mathématique* » dans la formation continue. Ce qui suppose des connaissances de ce qui se passe sur terrain : est-ce que les enseignants maîtrisent le contenu à enseigner? Ont-ils la formation pour exercer ce métier ? Est-ce que les conditions sont réunies pour un fonctionnement efficace? Où en est-il de l'efficacité de l'apprentissage ?

La formation continue a donc la mission de s'occuper du « ***contenu à enseigner*** » ***et*** de la « ***conception de l'enseignement*** » de ce contenu; c'est-à-dire d'un « ***contenu didactifié*** ». Elle doit fournir ***« un contenu aux conditions d'utilisation en classe. »***

Les travaux de la Commission Permanente des IREM pour l'Enseignement Elémentaire (COPIRELEM) en France peuvent donner des idées de ce que nous pouvons faire. Elle s'intéresse à la fois aux recherches sur l'enseignement des mathématiques et à la formation des professeurs ; participe à la diffusion des recherches en didactique des mathématiques, notamment aux formateurs de professeurs en organisant colloques et séminaires annuels de formation.

1. La place de la didactique des mathématiques dans la formation continue

Pour situer la didactique des mathématiques dans cette formation continue, nous proposons de partir du déroulement classique d'une séance de leçon où nous mettons en évidence la place de l'évaluation, pour montrer ensuite la nécessité de la didactique. L'évaluation prise ici dans le sens de diagnostic, d'aide à apprendre et de moyen de vérification que le but est atteint ou pas.

1.1. Séance classique

Dans le déroulement d'une séance de leçon classique, nous avons l'évaluation :

- A. **Avant la séquence d'apprentissage**, à *l'introduction* : nous parlons de **l'évaluation diagnostique.** Elle permet d'établir un état des acquis de l'élève, point de départ indispensable à la définition concertée avec lui de ce qu'il sait ou pas, de ce qu'il sait faire ou pas. *Ce sont généralement des questions / réponses de rappel*.
- B. **Pendant la séquence d'apprentissage** : nous parlons de **l'évaluation formative**.
- Elle permet à l'enseignant de :
- B1. **Faire le point**, un moment donné de l'apprentissage, sur le degré de maîtrise des compétences ;

- B2. **Identifier** les _lacunes_, les _erreurs_ et déterminer les _élèves en difficulté_ ;
- B3. **Réguler** l'action pédagogique, c'est-à-dire corriger le tir - différencier – mettre en place des activités de soutien – prévoir l'aide personnalisée.

L'évaluation formative a donc la fonction régulatrice pour accompagner la réussite des élèves.

C. **Après la séquence d'apprentissage** : nous parlons de **l'évaluation sommative**.

Elle est destinée à faire le _bilan_, la _somme des compétences_ et des _connaissances_ des élèves après une séquence d'enseignement ou après une période donnée (fin de trimestre ou d'année, etc.)

1.2. Observations de type didactique

Nous constatons, dans ce qui précède, que les *objectifs premiers d'une évaluation* sont :

- **Repérer** les élèves qui risquent de ne pas atteindre les objectifs définis par les programmes – **Poser** un diagnostic ;
- **Analyser** les difficultés rencontrées par ces élèves ;
- **Différencier** sa pédagogie ;
- **Mettre en place** des activités d'approfondissement, de soutien-remédiations en classe, d'aide personnalisée.

Nous constatons, malheureusement, que ce travail est presque inexistant, pour ne pas dire inexistant, dans nombre de systèmes d'enseignement secondaire africains.

Nous émettons l'hypothèse selon laquelle la didactique des mathématiques a des éléments de réponse permettant de remédier à la situation.

En effet, en reprenant, étape par étape, les différentes pratiques d'évaluation, nous pouvons établir un parallélisme entre ces dernières et les différentes étapes du déroulement d'une séance selon la théorie des situations. Cela permettra de mettre en évidence ce que la théorie des situations peut apporter comme éléments de réponse aux problèmes qui se posent :

A. **Avant la séquence d'apprentissage** : l'objectif ici est d'établir l'état des acquis des élèves.

- A1. _De façon classique_, nous procédons généralement par des **questions / réponses** où les acquis diagnostiqués relèvent de la **reproduction** des définitions, propriétés, de la mémoire.
- A2. _Selon la théorie des situations_, l'élève doit être en **situation d'action** ; il doit résoudre une situation-problème qui lui est proposée.

***Les acquis sont donc vérifiés par l'action, les productions, et non par la reproduction, la mémoire.* Ce sont ces productions qui vont faire l'objet de débat à la mise en commun.**

B. **Pendant la séquence d'apprentissage**

- B1. _De façon classique_, l'évaluation formative est **remplacée par un discours de l'enseignant** sur ce qu'il faut enseigner, ponctué par des questions / réponses, qui se termine par un résumé dans les cahiers des élèves

- B2. *Selon la théorie des situations*, comme les élèves ont agi, ils ont proposé plusieurs façons de résoudre la situation-problème. L'enseignant doit maintenant faire une **mise en commun de productions d'élèves** où chacun a l'occasion de s'expliquer. Ils reçoivent, de l'enseignant et surtout des camarades de classe, une aide précieuse et personnalisée à l'apprentissage. ***C'est dans ces justifications et interactions que l'apprentissage se réalise, que l'évaluation formative, comme aide à apprendre, prend son sens, se réalise***.

Nous pouvons donc constater que la théorie des situations, à travers l'analyse a priori, offre l'occasion de débattre, qui remplace le discours de l'enseignant sur le contenu à enseigner.

C. **Après la séquence d'apprentissage**

L'évaluation sommative est la plus utilisée pour le bilan des compétences et des connaissances des élèves. Signalons seulement qu'il serait souhaitable, dans ce bilan, de prendre en compte la partie théorique, les types de situations-problèmes travaillées en classe et les situations-problèmes proches du milieu social des élèves.

2. Le travail didactique dans le processus de la formation continue

2.1. Structures institutionnelles

La formation continue, notamment d'enseignants de mathématique dans l'enseignement secondaire, ne nous semble efficace que lorsqu'il existe des structures institutionnelles qui garantissent le suivi de l'évolution de la formation. Il en existerait au moins deux : l'une dans l'établissement de formation d'enseignants (ENS, IPN, UPN, etc.) et l'autre au Ministère de l'Education Nationale, précisément à l'Inspection Générale de l'Enseignement (IGE).

La structure institutionnelle de l'ENS (ou IPN), comme par exemple l'IREM, se chargera du questionnement sur l'enseignement des mathématiques, c'est-à-dire de tout ce qui est didactique des mathématiques. Les enseignants-chercheurs de cette dernière feront un travail de groupe constitué d'enseignants de terrain et de chercheurs. C'est dans les groupes constitués qu'il aura la préparation des fiches de leçon qui seront expérimentées dans des classes. Celle de l'IGE, composée d'inspecteurs, se chargera du suivi du travail sur terrain.

Les colloques et séminaires permettront de faire le bilan et d'entrevoir les perspectives d'avenir. Vu l'état de nos moyens de communication, un site internet faciliterait le travail d'enseignants qui auraient besoin d'informations.

2.2. Fiche de préparation de leçon

Le travail didactique dans le processus de la formation continue commence par **l'analyse a priori.** Les pédagogues parlent de la « préparation d'une leçon ».

Elle part de l'expérience de l'enseignant, de travaux de recherches, de l'épistémologie et de l'histoire mathématique de la notion à enseigner pour savoir à quel moment elle apparaît en mathématique, qu'elle est une réponse à quel problème mathématique posé, comment elle a évolué dans le temps, etc. Ce questionnement devrait conduire à préciser l'objectif de l'apprentissage, à identifier ce qui a varié dans le temps (nous parlons de variables) et à mettre en place une progression d'apprentissage où ces variables sont gérées.

Une fois que le travail d'analyse a priori est fait, la situation didactique formulée, tout est consigné dans une fiche. C'est dans le déroulement que le travail didactique de l'action, négociation didactique et d'institutionnalisation se met en place.

2.3 Exemples d'analyse a priori

2.3.1 Thème de formation « Les parallélogrammes »

Nous supposons qu'il est question des élèves de Secondaire Général (Collège en France) qui ont attendu parler de parallélogramme, rectangle, carré, losange, trapèze. Comme nous demandons de parler de parallélogrammes au pluriel, il est certainement question de les recenser, de mettre en évidence les propriétés qui les caractérisent.

- a. Je commence par définir un parallélogramme : « un quadrilatère qui a des côtés opposés parallèles deux à deux. »
- b. Le parallélogramme a 4 côtés, 4 angles et 2 diagonales.
- c. Ce qui peut changer dans ces composantes :
- Côtés : la longueur, la position,
- Les angles : droits, obtus, aigus,
- Les diagonales qui se coupent en leur milieu : longueur des diagonales (même ou non), position des diagonales (perpendiculaires ou non).

Il faut maintenant savoir gérer ce qui change (variables) pour un objectif à atteindre. Comme il est question ici de les caractériser, il faut arriver à identifier le changement pertinent (variable pertinente) pour y arriver. Nous remarquerons que les variables pertinentes pour cet objectif, qui est d'établir le rapport entre les parallélogrammes, sortiront des diagonales et la position des côtés :

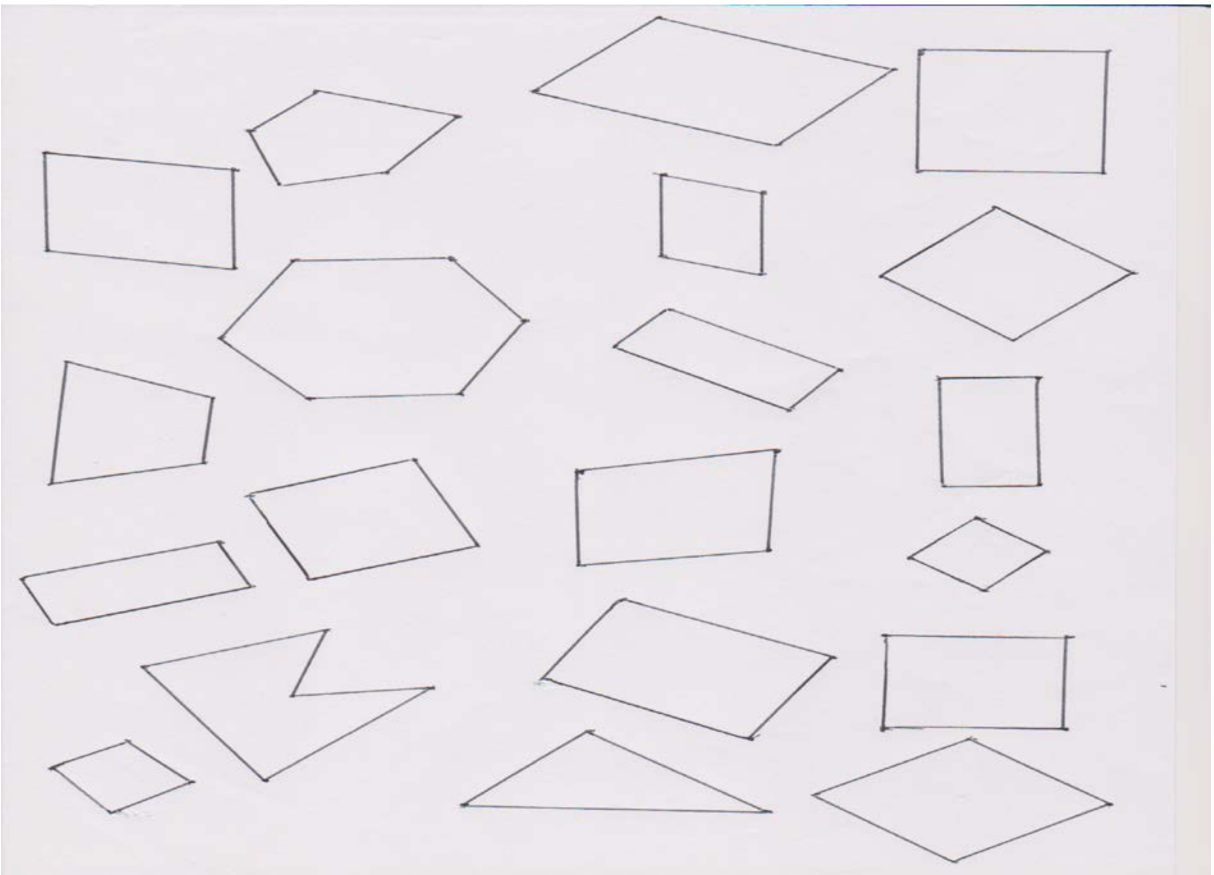
- V1 : position des diagonales - V11 : diagonales perpendiculaires - V12 : diagonales non perpendiculaires,
- V2 : longueur des diagonales – V21 : diagonales de même longueur – V22 : diagonales de longueurs différentes,
- V3 : position du parallélogramme – V31 : parallélogramme sur un côté – V32 : parallélogramme sur un sommet.

Avec ces variables, je commence ma première séance où je mets les élèves en action :

Activité : « Identification et comparaison des parallélogrammes. »

Consigne : « Nous vous demandons d'identifier les parallélogrammes parmi les figures ci-dessous et de les comparer.»

Nous remarquerons que nous avons tenu compte de ces trois variables dans la présentation de ces figures. C'est à la mise en commun des productions des élèves qu'il va y avoir un débat, d'explication et justification, de ce qui est parallélogramme ou ce qui ne l'est pas.



2.3.2 Thème de formation : « Introduction de la notion d'équation »

2.4 Constat :

Le plus souvent et cela de façon presque systématique, l'enseignant introduit la notion mathématique d'équation par la définition, « une égalité qui n'est vérifiée que pour certaines valeurs attribuées à l'inconnue », et passe directement aux méthodes de résolution qui conduisent à trouver la valeur de cette inconnue.

2.5 Formulation de l'équation :

Si nous observons de près la façon dont la notion est présentée, c'est-à-dire son expression, nous constatons qu'il y a trois composantes principales : le signe d'égalité (=) et deux polynômes, appelés membres. Nous pouvons alors dire que la désignation et la définition de la notion mathématique d'équation se réfèrent aux composantes de son expression, le signe d'égalité.

En mathématique le signe « = » (égal), placé entre deux termes symbolise la relation d'égalité, ces deux termes désignent exactement le même objet mathématique, en général nombre, ensemble, fonction, etc.

Au-delà de cette signification mathématique soulignée ci-haut, l'égalité peut avoir d'autres représentations mentales : elle peut représenter la combinaison de deux nombres pour obtenir un troisième ; il s'agit de l'égalité du type $a + b = c$. Elle peut aussi signifier le fractionnement d'un nombre en deux nombres différents ; il s'agit d'égalité du type $a = b + c$. L'égalité peut également être une relation d'équivalence qui peut avoir plusieurs dénominations pour un même nombre. Par exemple 0,4 est une autre désignation de $\frac{2}{5}$, « 3 + 4 » serait du point de vue mathématique la désignation de « 5+2 ».[13]

2.6 Notion mathématique d'équation

Mathématiquement, lorsque nous parlons d'équation, nous sous-entendons l'équivalence (réflexibilité, transitivité, symétrie), l'équipotence (cas particulier de l'équivalence ; c'est de l'équivalence quantitative) et l'égalité (cas particulier de l'équipotence). Il existe évidemment des différences fondamentales entre ces trois notions qui cependant correspondent toutes à l'équivalence.

2.7 Observations de classes :

Les observations de classes dans la ville de Kinshasa montrent bien l'existence d'une progression de l'apprentissage de la notion d'équation. En la suivant, nous pouvons mettre en évidence certains sens (significations, interprétations, lectures, etc.) attribués à la notion d'équation, qui se réfèrent tous au signe d'égalité. Nous avons :

- La relation d'équivalence, le premier sens que nous avons retrouvé dans les situations concrètes proposées en maternelle. L'accent est mis sur la relation d'équipotence entre les éléments de deux collections. Aucun code n'est utilisé.
- Au primaire, s'ajoutent, dans l'ordre de la progression, les sens de « l'opération à trou », voire l'addition à trou, de la « décomposition d'un nombre en une somme » ou « fractionnement du nombre », et du « complément d'un nombre ». Une généralisation sur les autres opérations fondamentales, soustraction – multiplication – division clôture le travail de l'école primaire sur l'équation.

C'est donc à l'école primaire que commence la formulation (ou l'écriture ou encore la présentation) de l'équation comme langage ou comme expression mathématique d'un problème posé. Cela nécessite l'apparition de certains codes : « = » (signe d'égalité) ; « …. » (signe de trou) ; « + » (signe d'addition) ; « - » (signe de soustraction) ; « $\times$ » (signe de multiplication) ; « : » (signe de division).

Les apprenants ne savent nécessairement pas formuler une phrase mathématique avec ces codes. Mais l'enseignant, qui sait formuler une phrase avec ces codes, les utilise pour leur proposer un énoncé mathématique à résoudre. C'est, nous semble-t-il, à cette étape que l'apprentissage de l'équation comme énoncé mathématique échappe aux apprenants. Visiblement, c'est à l'introduction des premiers codes qu'il faut donner le sens de langage à l'équation ; il doit donc précéder la résolution de l'équation.

- Au secondaire général (Collège), il y a le travail de consolidation de ce qui est fait à l'école primaire auquel s'ajoute celui de la généralisation de la présentation (ou formulation) mathématique d'une équation : le signe de trou, « … », qui signifie ce que nous cherchons (l'inconnue), est remplacé par une lettre (les plus utilisées sont x et y). Exemple : $2 + x = 11$.
- Le travail aux Humanités (Lycée) se limite à la définition et à la résolution de quelques formes d'équations proposées.

[13] **Theis**, L. (2005). Les tribulations de signe = dans la moulinette de la bonne réponse. EBD, Québec.

2.8 Proposition d'une progression d'apprentissage :

Une progression qui donnerait une vue globale du travail de l'apprentissage de la notion d'équation comprendrait trois étapes :

- **Étape 01** : traduction d'une situation-problème en énoncé mathématique.
  - L'objectif étant de définir l'équation comme un ***énoncé mathématique*** d'une situation-problème.
- **Étape 02** : différentes traductions d'un même énoncé mathématique en situation-problème.
- L'objectif étant de définir l'équation comme le ***représentant*** d'une catégorie, d'une classe de situations-problèmes.
- **Étape 03** : définition de l'équation comme ***moyen de résolution*** d'une situation-problème.

  L'objectif étant de maitriser les algorithmes des calculs.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

BROUSSEAU, G (1998). Théories des situations didactiques. La Pensée sauvage, Grenoble.

BROUSSEAU, G. (2011). La théorie des situations didactiques en mathématiques. Education et didactique, vol. 6, n° 1| 2011 101-104

BROUSSEAU, G. (2012). Des dispositifs Piagétiens… aux situations didactiques [Texte intégral]. Education et didactique, vol. 6, n°2 | octobre 2012.

MOPONDI, B (1992). Rôle de la compréhension dans l'apprentissage ; notion de proportionnalité en 5ème et 6ème primaire au Zaïre. Thèse de doctorat, Université Bordeaux 1

MOPONDI, B. (2015). Didactique des mathématiques. Eléments de contextualisation de l'enseignement en République Démocratique du Congo. Editions L'Harmattan, Paris.

MUGARU, B. (2012). La notion d'équation de la maternelle à la 6ème année secondaire en République Démocratique du Congo : établissements de la capitale Kinshasa. Mémoire de licence, Université Pédagogique Nationale.

NGONO, B. (2003). Etude des pratiques des professeurs des écoles enseignant les mathématiques en ZEP. Effets éventuels de ces pratiques sur les apprentissages. Thèse de doctorat, Université Paris 7 – Denis Diderot.

POSTIC, M. (1992). Observation et Formation des enseignants. Collection Pédagogie d'aujourd'hui. Presses Universitaires de France.

THEIS, L. (2005). Les tribulations de signe = dans la moulinette de la bonne réponse. EBD, Québec.