

COLLABORATION ENTRE ENSEIGNANTS À L'UNIVERSITÉ ET ÉMERGENCE D'IDÉES

TRIGUEROS* María – LOZANO** María Dolores

Résumé – Cet article présente les résultats du travail collaboratif d'un groupe constitué de didacticiens des mathématiques et d'enseignants universitaires en mathématiques. Ce groupe collabore depuis trois ans au sein d'un séminaire. Il cherche à développer de nouvelles façons d'enseigner l'algèbre linéaire à des étudiants de première année. Nous examinons, dans cet article, les conditions de cette collaboration qui ont modifié la pratique en enseignement des mathématiques des enseignants. Nous nous appuyons sur la notion d'énactivisme qui nous permet d'étudier la relation entre travail collaboratif et processus de changement.

Mots-clefs : algèbre linéaire, travail collaboratif, modélisation, énactivisme, enseignement universitaire

Abstract – This paper presents about collaborative work of a team formed by mathematics educators and mathematics teachers at the university. They worked together for three years in a seminar to develop new ways to teach linear algebra to first year students. We examine the collaboration conditions which can modify teachers' practices using an enactivist perspective which enables us to study the relation between collaboration and the change process.

Keywords: Linear algebra, collaborative work, modeling, enactivism, university teaching

La littérature sur le travail collaboratif a principalement traité de ses effets sur le travail des étudiants. Les résultats des études ont montré que le travail collaboratif est un moyen efficace d'apprendre des tâches qui nécessitent un raisonnement et de favoriser une participation équitable (Phelps, et al., 1989). Ils ont également montré que le travail collaboratif stimule la participation active des étudiants et qu'il en résulte une différence statistiquement significative dans l'apprentissage et la compréhension profonde des concepts. Ces différences ont été trouvées dans des groupes expérimentaux dans différentes classes de sciences et de mathématiques, avec un nombre différent d'étudiants et d'enseignants différents (Freeman, et al., 2014).

Certaines études ont montré que la collaboration entre les étudiants n'est pas suffisante pour promouvoir l'apprentissage, et que la conception des activités utilisées joue un rôle essentiel dans la possibilité de focaliser l'attention des étudiants et de stimuler le raisonnement mathématique (Mullins, et al., 2011). D'autres études (Fuchs, et al., 2000) montrent que le succès du travail collaboratif réside dans ses possibilités de promouvoir la discussion et les conflits cognitifs entre les étudiants, et la possibilité de trouver des moyens d'y faire face. Il y a peu d'ouvrages consacrés au travail collaboratif des professeurs d'université, et sur leurs résultats par rapport aux changements qui peuvent impliquer dans leur travail quotidien. Dans une étude en rapport avec celle présentée ici, Trigueros et Lozano (2015) ont montré de possibles transformations dans l'activité des professeurs à partir du travail collaboratif effectué dans un séminaire pour concevoir des activités didactiques basées sur la modélisation et le travail collaboratif des étudiants. Ce travail reprend les résultats des recherches précédentes pour analyser les caractéristiques de la collaboration qui permettent aux enseignants de faire évoluer leur façon d'enseigner. Les questions de recherche qui ont guidé ce travail étaient : Quelles sont les principales caractéristiques du travail collaboratif parmi les enseignants qui contribuent à l'évolution des pratiques pédagogiques au niveau universitaire ? et comment les pratiques des enseignants changent-ils lorsqu'ils participent à un projet

* ITAM– México – trigue@itam.mc

** Universidad de las Américas-Puebla – México – lolis.lozano@gmail.com

impliquant des idées d'enseignement des mathématiques et une réflexion sur les pratiques d'enseignement ?

I. UNE PERSPECTIVE ECLAIRÉE PAR L'ÉNACTIVISME

Nous considérons qu'une perspective théorique appropriée pour étudier la relation entre le travail collaboratif et les processus de changement est l'énactivisme, une théorie issue du travail des biologistes Maturana et Varela (Maturana et Varela 1992). Cette perspective, qui met l'accent sur l'inséparabilité de l'individu et du monde, peut éclairer nos idées émergentes sur le travail collaboratif et ses effets sur les pratiques des enseignants.

L'énactivisme considère que les actions dans le monde, à un instant donné, sont déterminées par les composantes qui constituent un système particulier et leurs relations. L'histoire d'un système ou d'un individu détermine quels éléments du monde peuvent être appréciés et interprétés et, en même temps, les actions suivantes du système ou de l'individu. Les structures d'un système sont très flexibles et changent d'instant en instant. C'est à travers l'interaction que les structures changent et que de nouvelles pratiques peuvent être apprises (Trigueros & Lozano, 2007, 2015). Cependant, ce n'est pas possible de déterminer les résultats des interactions, ne peuvent pas être déterminés de l'extérieur parce qu'ils sont créés par les expériences et la constitution antérieures des individus. Dans les mots de Maturana et Varela : « Ce n'est que lorsqu'une interaction nous déloge - comme si nous étions réinstallés dans un environnement culturel différent et que nous y réfléchissions, que nous produisons de nouvelles constellations de relation [...] » (p.242). Voir dans ce contexte englobe, à la fois, la perception et l'interprétation, et son utilisation ; il est lié au fait que différents individus peuvent « voir » des choses différentes en regardant le « même phénomène ».

Dans cet article, nous cherchons à découvrir comment, à travers le travail collaboratif, les enseignants remarquent certains aspects en relation à leur façon d'enseigner et comment, en interaction avec d'autres enseignants, ils sont capables de « voir » ce qu'ils ne pouvaient voir auparavant : D'une part l'apprentissage des élèves et leur apprentissage en tant qu'enseignants, et d'une autre part leur rôle en tant que concepteurs d'activités de modélisation et didactiques innovantes.

II. MÉTHODOLOGIE

Le groupe qui a participé au séminaire était composé de sept mathématiciens, dont trois didacticiens des mathématiques. Tous les participants étaient enseignants des cours d'algèbre linéaire et étaient intéressés à l'enseignement et l'apprentissage de l'algèbre linéaire. Le séminaire a été réalisé dans une université au Mexique où les stratégies d'enseignement sont pour la plupart traditionnelles. Il y avait des réunions hebdomadaires au cours desquelles des problèmes mathématiques et des activités conceptuelles basés sur des structures de la Théorie APOS (Action, Processus, Objet, Schéma) ont été développés et discutés. Des idées d'éducation mathématique ont été introduites, des observations en classe, des travaux de classe et des entrevues ont été analysées.

Pour explorer les interactions pendant le séminaire et leur effet sur les possibles processus de changement des participants on a utilisé des idées de l'énactivisme décrites ci-dessus où, les chercheurs et les enseignants sont perçus comme des individus développant leur apprentissage dans un contexte particulier (Reid, 1996). Cette recherche concerne l'analyse des interactions entre les chercheurs et leur objet d'étude (les contenus d'un cours d'algèbre

linéaire), afin de proposer des explications sur le changement des enseignantes adéquates et utiles. Pour cette raison, nous, en tant que chercheurs, avons formulé des résultats provisoires qui ont été discutées avec tous les membres du groupe. Ceci est en lien avec des approches participatives et fondées sur la recherche.

Nous avons pris des notes détaillées pendant les réunions et nous avons enregistré quelques séances. Nous nous sommes concentrés sur les types de sujets abordés pendant les réunions, tels que les concepts mathématiques, les idées théoriques sur l'apprentissage des mathématiques, les stratégies d'enseignement et les réflexions sur les descriptions de changements dans l'enseignement des participants. Nous avons essayé de relier les expériences des participants avec leur parcours en tant qu'enseignants et de la façon dont ils voient leur rôle dans le contexte de la classe. Nous avons contrasté leur perspective avec les observations de ses leçons. Dans les enregistrements vidéo tirés des leçons, nous avons cherché les changements du travail des enseignantes au début et au fur et à mesure du déroulement du séminaire. Nous avons décrit comment ils organisaient les activités de modélisation et comparaient les stratégies utilisées par les étudiants. Nous avons utilisé un système de codage simple qui faisait référence à l'utilisation de problèmes développés dans le séminaire et au type de participation des étudiants et des enseignants pendant son usage dans la salle de classe. Ensuite nous avons discuté des résultats individuels et négocié différents points de vue comme moyen de triangulation (Cohen & Manion, 2000). Nous présentons ici les résultats sur la collaboration et les processus de changement des participants.

III. RÉSULTATS DE L'INTERACTION AU SÉMINAIRE

Dans toutes les sessions, la participation était riche en interventions. Le défi de l'objectif du séminaire et son intérêt pour le projet global ont fortifié son engagement dans cet effort. L'exemple suivant montre un échange d'idées entre les participants (T) lors de la proposition d'un problème de modélisation basé sur le modèle de production de Leontief tel que lui l'a proposé, c'est-à-dire, les élèves avaient des tableaux de données sur la production et la demande externe d'un groupe de trois industries pendant dix mois et ils devaient trouver un modèle qui permettrait de prédire la production nécessaire à tout moment :

T5 - J'ai utilisé deux problèmes que je trouve très intéressants pour les étudiants. L'un est un problème des réseaux, par exemple, des circuits dans la distribution d'électricité ou d'eau dans les villes, et un problème de production qui est une simplification du problème de Leontief.

T4- Je pense que le problème des réseaux est mieux mais, j'enseigne aux étudiants qui étudient l'économie, il serait préférable choisir un contexte moins technique. J'aime la production parce qu'elle est directement liée à l'économie ... mais je ne peux pas imaginer comment le convertir comme un problème ouvert. Que pensez-vous du contexte des rues d'une ville ? Cela apparaît dans certains livres...

T6- Mais sommes-nous intéressés à ce qu'il soit facile à résoudre ? Dans la recherche en didactique des mathématiques, il y a des résultats qui montrent qu'il est préférable que les problèmes représentent un défi pour les étudiants, mais les étudiants devraient être capables d'utiliser des outils qu'ils connaissent déjà pour commencer au moins, et qu'ils ne sont pas frustrés. J'aime le problème suggéré par T5, mais je m'assurerais qu'il ait multiples solutions comme ça, les étudiants peuvent utiliser les méthodes qu'ils connaissent, mais avec suffisamment de variables pour qu'ils aient des difficultés et aient besoin de nouvelles façons de penser ou de repenser dans les systèmes.

T5- Nous pourrions considérer un problème avec 6 équations et 7 inconnues. Nous pouvons leur donner le réseau routier et leur demander si c'est possible en fermer une rue sans provoquer un embouteillage.

T1 - Dans ce problème, je m'attendrais à ce que les étudiants aient des difficultés s'ils essayent de le résoudre d'eux-mêmes ... et alors ils ne pourraient pas interpréter l'ensemble de solutions.

T5- Oui, mais nous pourrions considérer un problème comme j'ai suggéré. Nous pouvons leur donner le réseau des rues et leur demander s'il est possible de fermer l'une d'elles sans provoquer un embouteillage.

T3- Je pense comme T1, les étudiants peuvent avoir des difficultés pour le modéliser et le travailler. On devrait leur rappeler d'abord ce qu'ils ont étudié auparavant et ensuite leur enseigner la nouvelle méthode.

T5- Ce que je ferais, c'est d'utiliser ce problème, mais je discuterais en groupe avec les étudiants, les guiderais et présenterais les nouveaux concepts et techniques nécessaires à ce moment-là. Je pense que les étudiants ont besoin d'être aidés. Il y aurait des restrictions que je ne pense pas qu'ils puissent gérer.

T7- L'idée est que les étudiants travaillent en collaboration. Lorsqu'ils sont en groupe, on peut leur donner une opportunité pour développer des idées intéressantes que nous ne pouvons pas imaginer.

T4- C'est vrai, j'ai vu ça quand j'ai travaillé des activités sur la démonstration des théorèmes.

T2- Je crois aussi que le travail collaboratif est bon, ce qui m'inquiète avec ce type de problème est de savoir comment nous allons gérer le temps, parce que nous avons assez de questions à couvrir.

T6- C'est une question de gestion du temps. Vous n'avez pas à tout faire en classe, vous pouvez laisser une partie comme devoirs, ou vous pouvez utiliser la calculatrice ou l'ordinateur ... même si je préfère qu'ils le fassent d'abord en classe, car ils apprennent mieux.

T7- Je pense de même. Nous pouvons utiliser les activités que nous avons développées pour réfléchir sur les méthodes de résolution des systèmes d'équations linéaires et pour introduire, à partir de cette réflexion, la méthode gaussienne et son interprétation en général. Après, on pourra revenir au problème pour utiliser la méthode et trouver et interpréter l'ensemble de solutions avec les restrictions.

Grâce à ces interactions, on peut observer des aspects de leur parcours au séminaire. La façon dont ils perçoivent leur rôle d'enseignants et celui des élèves et la communication ouverte de leurs conceptions sur l'enseignement montrent qu'il y a des enseignants qui ont déjà utilisé le travail collaboratif, alors que d'autres semblent hésiter à le faire. L'interaction ouverte dans ce cas ouvre la voie à la transformation de leurs stratégies d'enseignement et de l'innovation. Une fois que les problèmes et les activités à travailler ont été conçus, les enseignants ont commencé à les utiliser dans leur classe. Le dialogue dans le séminaire est passé de la conception des problèmes et des réactions des étudiants aux expériences des enseignants lors de leur utilisation en classe. Les exemples suivants montrent quelques caractéristiques des dialogues du séminaire dans cette étape :

T1 - Ce que j'ai fait me permet de guider les étudiants vers les concepts importants du cours Il serait intéressant de voir ce qui se passe si nous permettons aux étudiants d'en faire plus par eux-mêmes ...

T3 - Je suis convaincu que les problèmes sont intéressants, mais je pense toujours que nous devons d'abord enseigner la théorie. Ils peuvent l'utiliser dans la solution du problème. C'est plus efficace.

T7 - Avez-vous essayé de laisser les élèves travailler par eux-mêmes ? Mon expérience est que les étudiants nous montrent toujours qu'ils peuvent faire plus que ce que nous pensons.

T3 - Je ne suis pas sûr que cela fonctionnera ... Je ne pense pas que les étudiants puissent faire, par eux-mêmes, des choses qui ont pris des mathématiciens de nombreuses années. En outre, nous avons tous appris en étant introduits d'abord aux définitions et aux théorèmes, et cela a bien fonctionné.

T6- Mais ce n'est pas ce que nous essayons de faire ici. Bien sûr, les étudiants ne découvriront pas tous les concepts. L'idée c'est de les laisser travailler sur le problème, écouter leurs idées. En plus, nous avons des activités à utiliser avec eux afin qu'ils puissent construire des nouveaux concepts et y réfléchir avant de les discuter avec l'ensemble du groupe et de les institutionnaliser.

T2 - Je sais que l'enseignement des mathématiques est complexe... il y a tellement de choses à prendre en compte ... Il est important d'être conscient de ce que les élèves savent déjà et de la façon dont ils gèrent chaque situation ... La recherche en « éducation mathématique » montre que les étudiants sont capables de faire face aux problèmes et de travailler avec leurs idées. Et nous avons également conçu des activités pour qu'ils travaillent afin qu'ils puissent trouver eux-mêmes des résultats et des définitions. L'idée est de les laisser travailler avec le problème, écouter leurs idées, et utiliser les activités afin qu'ils puissent construire de nouveaux concepts et y réfléchir avant de discuter avec l'ensemble du groupe.

Dans cette discussion, nous observons comment, en fonction de leur histoire et, malgré leur volonté de suivre les stratégies de modélisation, les participants ont des doutes qui diffèrent selon leur expérience antérieure. Par exemple, T3 a une grande expérience et est considéré par les étudiants comme un bon enseignant, T1 est plus jeune et, bien qu'il ait enseigné de la même manière, que T1, il est prêt à essayer quelque chose de nouveau. T7, T6 et T2 ont de l'expérience en éducation mathématique, elles ont utilisé la méthode collaborative et connaissent leurs résultats, alors ils essaient de convaincre les autres qu'un changement peut se refléter dans l'amélioration de l'apprentissage des élèves. Les enseignants

discutent, plus tard, les résultats d'utiliser la méthode d'enseignement prévue ; aussi sur l'usage des structures de la théorie APOS peut aider à interpréter les difficultés des étudiants :

T3 - Présenter le problème comme ça prendra beaucoup de temps en classe. Alors que peux-tu faire ? Il serait préférable d'avoir des sessions supplémentaires pour travailler sur les modèles, une fois qu'on leur a enseigné ce qu'on désire ... Mais, dans la salle de classe ? Je ne pense pas que ce soit possible ...

T5- J'ai longtemps utilisé des problèmes de modélisation, vous perdrez peut-être du temps à enseigner de cette façon, mais vous verrez que vous gagnez du temps, parce que les étudiants ont mieux appris.

T2- J'ai vu que les étudiants utilisent généralement des actions pour résoudre les systèmes. Ils peuvent trouver si le système a ou pas une solution, mais ils ne réfléchissent pas vraiment sur leurs actions, ils ne peuvent pas prendre la solution rencontrée comme un objet qui a des propriétés ... les activités aident, mais, on a besoin de les faire réfléchir chaque fois, ils doivent développer cette habitude.

Ces interactions montrent comment les enseignants ont changé et utilisent la méthodologie collaborative. Pour certains d'entre eux, comme T3, le changement est plus difficile. Pour d'autres comme T1 et T5, même s'ils ont une histoire différente, l'acceptation de l'innovation est plus facile car ils sont intéressés à innover équipés par de nouvelles idées, ou par leur croyance sur la valeur des situations de modélisation dans l'apprentissage.

À la fin de la première année, les participants avaient aussi des discussions sur les limites du modèle :

T2- Certains étudiants reviennent à des méthodes mémorisées ou inadéquates qu'ils ne comprennent pas vraiment ... Utiliser l'approche de modélisation était bon pour certains élèves ... Mais d'autres restent coincés. La situation de modélisation ne suffit pas ..., c'est là où je considère que l'introduction d'activités spécifiquement conçues joue un rôle important. Nous devons discuter à propos de l'APOS afin de pouvoir rédiger plus d'activités ...

T3 - Je suis d'accord, d'après ce que nous avons discuté ici, je pense que les étudiants peuvent avoir des problèmes avec les variables mais ... On peut considérer nouvelles activités. ...

T1- C'est intéressant ... les activités sont conçues pour amener les élèves à réfléchir sur des détails spécifiques du concept que je n'avais pas jugés importants auparavant ... nous pouvons essayer de rendre les ensembles d'activités plus complets.

Cette interaction montre que parfois les enseignants considéraient que des changements de stratégies étaient nécessaires. Ils ont estimé que plus d'activités conceptuelles conçues dans le cadre du séminaire pourraient être utiles aux étudiants pour réfléchir, en particulier sur les activités concernant les actions algébriques nécessaires à la solution des problèmes.

Une autre situation intéressante illustrant une caractéristique importante du travail collaboratif a eu lieu lors d'une session de planification :

T5- Je pense qu'au lieu d'utiliser le problème de production de Leontief pour introduire des systèmes d'équations, nous pourrions l'introduire comme Léontief l'a fait mais, à plus petite échelle, pour introduire l'indépendance linéaire.

T3- Mais comment ? À moins que nous leur donnions les données et qu'ils doivent comprendre les paramètres, mais cela reste un système d'équations ...

T5- Oui, en fait plusieurs systèmes mais nous pouvons introduire des tableaux de données qui sont linéairement dépendantes et voir ce qui se passe, je pense que ça pourrait marcher, puisque j'ai fait quelque chose comme ça dans ma classe le semestre dernier.

Après avoir conçu la table T1 et T7 ont testé le problème dans leurs classes. Au lieu de donner toutes les données aux élèves, T7 a donné à certaines équipes des sous-ensembles de données linéairement indépendants et à d'autres des sous-ensembles linéairement dépendants. Après que les élèves (E) ont travaillé avec les données, dans la discussion du groupe les élèves ont découvert qu'ils avaient trouvé différentes solutions avec la calculatrice ou l'ordinateur et que certains calculs ne pouvaient être interprétés dans la situation du problème :

S1- Certains d'entre nous ont trouvé la même solution, qui devrait être la bonne

S2- Mais nous avons vérifié la solution et il n'y a pas d'erreur ... mais le système n'a qu'une seule solution ...

- T7- Pourquoi pensez-vous qu'il existe des différences si vous prétendez avoir trouvé la bonne solution ?
 E1- Ils ne peuvent pas être corrects car ils ont trouvé une très grosse production et cela n'a aucun sens
 E3- Nous avons aussi bien fait les choses, mais nous avons une production négative ...
 T7- Que peut-il se passer ? Pouvez-vous expliquer les différences ? ...

Après quelque temps, les étudiants ont commencé à se concentrer sur leurs données et les relations avec les propriétés des systèmes.

- E4- ... ces données semblent être toutes dans le même plan
 E3- Dans notre ensemble de données il y a un vecteur qui est multiple d'un autre ...
 E2- Ce que je vois, c'est que nous avons des informations redondantes. Des informations qui ne sont pas utiles et c'est pourquoi l'ordinateur a trouvé une très grosse production ... il a, probablement, divisé par un très petit nombre qui devrait être nul.

L'émergence de l'idée de « l'information redondante » a été prise par les étudiants pour expliquer les problèmes avec les ensembles de données. Une situation similaire s'est produite dans d'autres cas où ce problème a été utilisé. Les enseignants ont profité de l'émergence de cette idée pour introduire les concepts de combinaison linéaire, dépendance et indépendance linéaire, et leur interprétation géométrique à travers des activités conçues dans le cadre du séminaire. En retournant travailler sur le modèle, les étudiants ont essayé d'appliquer les nouvelles idées à l'ensemble du tableau de données. Ils ont conclu que toute la table prise comme un ensemble de vecteurs était linéairement dépendant puisqu'il y avait des « informations redondantes » et ils ont conclu :

- E2- ... dans les ensembles où un nombre infini de solutions, ou où nous avons trouvé des « solutions étranges », les ensembles sont linéairement dépendants ... ils contiennent des informations redondantes. Ceux qui ont trouvé une solution unique avaient des ensembles linéairement indépendants. Ces concepts sont utiles pour valider notre modèle pour le problème.
 E1- L'indépendance linéaire est donc nécessaire pour trouver une solution unique, n'est-ce pas ?

La notion d'information redondante a été utilisée tout au long du semestre pour donner un sens à la dépendance et à l'indépendance linéaires, les élèves l'ayant même utilisée pour différencier une base des ensembles du générateur.

Cet épisode montre que les interactions entre les enseignants ont favorisé qu'ils peuvent voir un problème avec lequel ils avaient travaillé à plusieurs reprises dans le passé, dans une perspective différente qui pourrait aider les élèves à rendre les concepts abstraits plus concrets. Cela montre aussi que lorsque l'on travaille en collaboration et que les élèves ont besoin d'expliquer quelque chose qui semble être faux, de nouvelles idées peuvent émerger de l'interaction, et elles peuvent aider les élèves à comprendre de nouveaux concepts abstraits.

On peut observer que tous les enseignants ont changé à la suite des interactions au sein du séminaire et de l'environnement créé dans leurs salles de classe. Leur expérience passée a continué à jouer un rôle dans leur évolution, mais il est également évident que leur participation au séminaire a provoqué des changements similaires chez tous les enseignants.

Après la deuxième année, de nouveaux problèmes ont été développés, des vidéos de classes ont été analysées et des recherches ont été menées sur l'expérience didactique, les interactions dans le groupe sont devenues plus fluides et de nouvelles questions ont été soulevées. La discussion suivante montre ces changements :

- T4 - Nous pouvons voir à partir de ces vidéos que ce problème aide vraiment les élèves à apprendre des concepts abstraits tels que l'ensemble de base et l'ensemble ... et je peux voir que plus d'étudiants construisent des Processus.
 T6- C'est vrai, nous n'avons pas trouvé les difficultés rapportées dans la littérature, mais très peu d'étudiants construisent des Objets.
 T7- Le problème aide, mais aussi l'utilisation des activités que nous avons conçues pour aider les étudiants à construire ces nouveaux concepts en utilisant la Théorie APOS.

Le travail sur les problèmes a continué, mais des différences dans la discussion ont également été constatées :

T3- C'est un problème qui peut être utile pour l'enseignement de la projection ... Je l'ai utilisé en classe ... après avoir enseigné les concepts ... T4 et T6 m'ont aidé et ensemble nous l'avons conçu comme un problème ouvert ...

T5- Je peux vous aider à concevoir les activités. C'est un concept important, il a de nombreuses applications.

Des changements ont également été remarqués dans le travail des enseignants dans leurs classe :

T5- Je suis d'accord, les activités ont été très utiles, mais j'ai aussi beaucoup appris sur la théorie. Cela m'aide maintenant à comprendre ce que les élèves disent en classe, et souvent j'ai besoin de nouvelles activités ou de dire quelque chose de différent aux élèves et je m'appuie sur la théorie.

T4- Je ressens la même chose, parfois j'ajoute d'autres activités Mais je profite aussi de toute la discussion ici pour poser quelques questions et trouver où les étudiants ont encore des doutes ou des idées fausses que je dois encore travailler avec eux.

T7- Il est vrai que tout ce que nous avons fait ne fonctionne pas parfaitement, mais nos discussions nous ont aidé à trouver des moyens de faire face aux difficultés que nous rencontrons chaque jour.

T3- Mais je sens maintenant que même si je prends des décisions en classe qui ne s'avèrent pas très bonnes, je suis plus confiant de laisser les élèves travailler et parfois ils aident à trouver un moyen de revenir à ce que nous avons décidé de faire préalablement.

T2- J'ai aussi trouvé que l'apprentissage de nouvelles théories didactiques m'a été utile. Mais en classe, je me suis retrouvé coincé dans une situation où je ne pouvais pas utiliser les mathématiques pour expliquer aux élèves ce qui se passait. Nous avons dessiné ce diagramme (dessine le diagramme sur le tableau) et je ne sais pas vraiment comment l'interpréter en termes du problème des rues.

T3- On peut le discuter ici pour que vous puissiez reprendre la discussion la prochaine fois. Qu'est-ce qui se passe avec les voitures ...

L'analyse des interactions dans le séminaire montre d'une part l'évolution des mathématiciens sur la conception des activités de modélisation mathématique comme un outil d'enseignement et d'autre part la pertinence d'avoir un travail collaboratif des étudiants dans la réalisation de ces activités lors de sa mise en œuvre.

IV. DISCUSSION ET CONCLUSIONS

Les exemples présentés montrent comment la participation à un séminaire a influencé tous les participants. Le séminaire est un exemple de travail collaboratif entre mathématiciens, enseignants et didacticiens où l'étude des interactions des participants peut nous aider à trouver ces aspects de la collaboration qui ont un rôle important dans la transformation des participants. Afin de promouvoir des changements positifs, la discussion entre les membres du groupe doit fournir un environnement changeant où chacun d'eux peut trouver des idées riches qui se confrontent aux leurs. Cependant, les interactions et le changement produit sont différents pour chaque membre du groupe, car ils ne partagent pas la même histoire. Mais, grâce au développement du séminaire, des changements similaires chez différents participants ont été observés, liés probablement aux sujets et à des intérêts communs des membres du groupe. Les interactions rendaient possibles des façons communes de se relier, de parler des mathématiques, sur leur apprentissage des mathématiques et des théories d'apprentissage. Dans certains cas, comme T3 et T5, ont pu « voir plus » et sont passés de la discussion des aspects mathématiques du problème et de l'importance de l'explication par les enseignants pour considérer les aspects de l'enseignement et de l'apprentissage qui les aident à s'ouvrir à une méthode d'enseignement innovante. T1 et T4 ont accepté des changements dans leur façon de travailler avec les élèves plus facilement. Leur parcours en tant qu'enseignants leur a montré que les étudiants peuvent travailler seuls, mais ils ont pu ajouter des informations de l'apprentissage des théories à leur prise de décision et concevoir de nouvelles activités. Au

début, T2, T6 et T7 étaient convaincus de l'efficacité de l'expérience d'enseignement basée sur leurs connaissances en éducation mathématique. Elles changeaient leurs méthodes d'enseignement pour inclure également des espaces où les étudiants pouvaient réfléchir individuellement. Elles pouvaient « voir plus » en discutant de différentes théories d'apprentissage qui aident à aborder les problèmes sous différents angles et à approfondir leurs connaissances mathématiques.

Le partage des expériences d'enseignement, l'analyse du matériel écrit des élèves et l'enregistrement vidéo ont joué un rôle important dans cette collaboration. Les discussions découlant de ces activités ont induit des changements dans les stratégies d'enseignement. Mais l'expérience a également changé le groupe du séminaire en tant qu'un espace commun où l'exploration et le partage des idées a été créé. Les conversations qui consistaient au départ en un échange d'expériences individuelles et d'anecdotes ont changé au fur et à mesure que le séminaire progressait. L'intérêt s'est concentré sur les perspectives partagées sur les mathématiques et leur enseignement et sur la discussion approfondie des résultats obtenus grâce à l'utilisation de la nouvelle méthodologie d'enseignement.

Les résultats de cette étude montrent que la discussion et la réflexion continues sur la pratique ainsi que la volonté de faire face à une innovation ont aidé les participants à transformer leurs pratiques d'enseignement. Les changements étaient profonds et étroitement liés à leurs besoins. Nous avons également la preuve que la transformation des participants et les produits du séminaire axés sur les concepts clés de l'algèbre linéaire et sur l'apprentissage des étudiants ont aidé les étudiants à apprendre des concepts abstraits (Trigueros et Possani, 2013).

REFERENCES

- Cohen, L., & Manion, L. (2000). *Research methods in education*. Routledge. p. 254. (5th edition).
- Freeman, S., Eddy, S. L., McDonough, M., Smith, M. K., Okoroafor, N., Jordt, H. & Wenderoth, M. P. (2014). Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics. *Proceedings of the National Academy of Sciences USA*. 111 (23) 8410–8415.
- Fuchs, L. S., Fuchs, D., Kazdan, S., Karns, K., Calhoon, M. B., Hamlett, C. L. & Hewlett, S. (2000). Effects of Workgroup Structure and Size on Student Productivity during Collaborative Work on Complex Tasks. *The Elementary School Journal*. 100(3), 183-212.
- Maturana, H., and F. Varela 1992. *The Tree of Knowledge: The Biological Roots of Human Understanding*. Revised Edition, Boston, Shambala.
- Mullins, D., Rummel, N. & Spada, H. (2011). Are two heads better than one? Differential effects of collaboration on students' computer-supported learning in mathematics. [*International Journal of Computer-Supported Collaborative Learning*](#). 6, 421-443.
- Phelps, E., & Damon, W. (1989). Problem solving with equals: Peer collaboration as a context for learning mathematics and spatial concepts. *Journal of Educational Psychology*, 81(4), 639-646.
- Reid, D. (1996). Enactivism as a Methodology. In *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, edited by L. Puig and A. Gutierrez, Vol. 4, 203-209. Valencia, Spain: PME.
- Trigueros, M. & Lozano, M.D. (2007). Developing resources for teaching and learning mathematics with digital technologies: an enactivist approach. *For the learning of mathematics*, 27, 2, pp. 45-51.

- Trigueros, M. & Lozano, M.D. (2015). Teacher change: ideas emerging from a project for the teaching of university mathematics. *Teaching in Higher Education*, 20 (7) 699-710.
- Trigueros, M. & Possani, E. (2013). Using an economics model for teaching linear algebra. *Linear Algebra and its Applications*. 438, 1779-1792.