

LES PRATIQUES DES ENSEIGNANTS DANS LA RÉOLUTION DES SYSTÈMES D'ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ A DEUX INCONNUES EN CLASSE DE 3^E

OHOUNI AREREY*¹ Larissa

Résumé – Dans notre mémoire, nous avons étudié les pratiques des enseignants accomplissant des tâches de résolution des systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues en classe de 3^e. L'analyse de leurs pratiques, à partir d'un questionnaire et d'un entretien semi-directif, nous renseigne sur le choix de la méthode de résolution utilisée par ceux-ci, méthode qui n'est pas en conformité avec celles prescrites.

Mots-clefs : Pratiques des enseignants, systèmes d'équations, méthodes de résolution, apprentissage des élèves.

Abstract – We have studied in our research work, teaching methods used by some teachers dealing with systems of equation of the first degree tasks with two unknowns in 3^e classes. The analysis of their practices on the basis of a questionnaire along with a semidirective interview has revealed us their choices of the method of resolution used, which is not in accordance with the applied ones.

Keywords: Teaching methods, systems of equation, methods of resolution, students' learning process.

I. INTRODUCTION : CONTEXTE ET PROBLÉMATIQUE

Depuis de nombreuses années, en Côte d'Ivoire, les élèves de 3^e (élèves de 15-16 ans) arrivent en 2^{nde} en maîtrisant très peu les méthodes de résolution des systèmes d'équations. Ces erreurs se rencontrent encore pour certains dans les classes supérieures quelquefois nuisant à l'utilisation ou l'installation de nouveaux savoirs sur ce thème.

Par ailleurs, plusieurs auteurs se centrent essentiellement sur des difficultés d'élèves débutants en algèbre mais peu s'intéressent directement à l'activité du professeur sur ce chapitre. Quelques chercheurs comme Altet (2002), Robert (2005) et Coulange (2000), analysent à travers leurs travaux, les pratiques des enseignants sous divers angles.

Cependant, depuis plus d'une vingtaine d'années, les recherches portant sur les pratiques des enseignants ont pris une importance grandissante en didactique des mathématiques. Ainsi, avons-nous choisi d'étudier les pratiques des enseignants dans la résolution des systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues en fin de collège.

C'est l'importance des systèmes d'équations au secondaire comme outil de base de l'algèbre linéaire qui a été le principal élément qui nous a amené à nous intéresser à ce thème. Il est par conséquent primordial que l'enseignant réussisse la transmission du savoir relatif à cette notion.

Les questions de recherche que nous nous sommes posées sont les suivantes : quelles sont les méthodes de résolution des systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues que les professeurs de 3^e enseignent et utilisent ? Quels impacts ont ces pratiques sur les apprentissages mathématiques des élèves ? Quelles sont les contraintes qui pèsent actuellement sur l'activité du professeur de 3^e, lorsqu'il envisage la résolution des systèmes d'équations ? Quelles sont les solutions que nous proposons pour améliorer ces pratiques ?

Nous faisons les hypothèses de recherche suivantes : dans le système scolaire ivoirien, les professeurs n'utilisent pas les méthodes en vigueur qui sont la méthode par combinaison, par substitution et la méthode graphique pour la résolution des systèmes d'équations : ils ont leurs

¹ * École Normale Supérieure d'Abidjan - Côte d'Ivoire – ohouniarereylarissa@yahoo.fr

propres conceptions, leurs expériences et leurs histoires en tant qu'étudiants qui influencent leurs pratiques. Ils sont contraints par des habitudes sociales ou locales.

II. CADRE THÉORIQUE

En nous inspirant de travaux existants, nous avons été conduite à adopter un regard sur les pratiques des enseignants. Celles-ci se définissent selon Robert (1999) comme un « ensemble des activités de l'enseignant qui aboutissent à ce qu'il met en œuvre en classe ». Le terme « pratique » désigne donc tout ce que fait l'enseignant avant, pendant et après la classe, en tenant compte de ses préparations, de ses conceptions et connaissances en mathématiques et de ses décisions instantanées, sans oublier les contraintes sociales et institutionnelles qui peuvent peser sur lui.

Par ailleurs, comme objet d'enseignement, un système d'équations est un ensemble d'équations utilisant les mêmes variables ou inconnues ; une solution est l'affectation d'une valeur à chacune de ces variables, de telle façon que toutes les équations du système soient satisfaites simultanément.

Cependant, la résolution des systèmes d'équations a connu une évolution dans le temps présentée par le tableau ci-dessous (extrait des principales évolutions de l'enseignement des systèmes d'équations en France selon Coulange, 2000) :

Période	Classique (1902-1959)	Transition (1960-1971)	Réforme (1972-1979)	Contre-réforme (1980-1988)	Contemporaine (1989 à nos jours)
Systèmes d'équations au sein de l'algèbre enseignée					
Résolution algébrique	substitution et élimination ou réduction	substitution et addition ou combinaison	combinaisons linéaires et substitution	combinaison ou addition et substitution	substitution et combinaison ou addition
	(solution unique)	(solution unique)	(3 cas)	(3 cas)	(solution unique)
Résolution graphique	forme réduite $y = ax + b$	forme réduite $y = ax + b$	Forme cartésienne $ax + by + c = 0$ (visualiser 3 cas)	forme cartésienne $ax + by + c = 0$ et réduite $y = ax + b$ (3 cas)	forme réduite $y = ax + b$ (solution unique)

Tableau 1 – Évolution de l'enseignement des systèmes d'équations

Pendant les périodes dites classiques et de transition l'accent est mis sur la résolution algébrique de systèmes d'équations à coefficients numériques admettant une solution unique. Parallèlement, l'étude de la résolution graphique est quasi-inexistante.

La réforme des années 1970 marque l'avènement d'une algèbre moderne dès le début du secondaire. On note que les trois cas de résolution (solution unique, infinité de solutions ou aucune solution) qui ont joué un rôle important dans l'histoire de l'algèbre linéaire (Dorier 1990, Coulange 2000), sont « visualisés graphiquement ».

Pendant la période de contre-réforme, l'accent est mis sur les trois cas de résolution, associés aux trois positions possibles de deux droites dans le plan. Une place plus importante est donnée à la résolution algébrique effective de système.

Au cours de la réforme contemporaine 1989 à nos jours, la résolution algébrique des systèmes à coefficients numériques et à solution unique redevient un enjeu central, qui nourrit de nouveau la résolution de problèmes concrets. La résolution graphique redevient similaire à celle présente avant la réforme des maths modernes avec un passage obligé par les « équations réduites ».

Le programme éducatif ivoirien, au niveau de l'enseignement des systèmes d'équations, n'a pas échappé à ces évolutions. De nos jours, les méthodes en vigueur en classe de 3^e, pour la résolution des systèmes d'équations sont : la méthode par combinaison, la méthode par substitution et la méthode graphique. Par ailleurs, une autre méthode d'enseignement, dite « méthode hybride » est développée de plus en plus par les professeurs leur permettant de résoudre plus aisément les systèmes d'équations. Elle consiste à trouver l'une des inconnues par combinaison linéaire et l'autre par substitution comme nous le montrons ci-dessous.

On veut résoudre le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 2x + 3y + 1 = 0 & (1) \\ 4x - 5y + 2 = 0 & (2) \end{cases}$$

Résolution

1^{ère} étape : élimination de x

On multiplie chaque membre de l'équation (1) par 2 on obtient : $4x + 6x + 2 = 0$.

On multiplie chaque membre de l'équation (2) par -1 on obtient : $-4x + 5y - 2 = 0$.

On additionne membre à membre les équations obtenues on obtient : $0 + 11y + 0 = 0$

$$y = 0$$

2^e étape : détermination de la valeur de x .

Dans l'équation (1), on remplace y par sa valeur : $2x + 3 \times 0 + 1 = 0$

$$x = -\frac{1}{2}$$

3^e étape : vérification :

$$\begin{cases} 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 3 \times 0 + 1 = -1 + 1 = 0 \\ 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 5 \times 0 + 2 = -2 + 2 = 0 \end{cases}$$

Donc le système a pour solution le couple : $\left(-\frac{1}{2} ; 0\right)$.

III. MÉTHODOLOGIE DE LA RECHERCHE

L'analyse des pratiques des enseignants s'est faite à partir d'un questionnaire et d'un entretien semi directif.

Voici les questions qui composent le questionnaire :

Q1. Avant l'année scolaire 2016-2017, avez-vous déjà enseigné les systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues en 3^e ?

Q2. Quelle est votre ancienneté en tant qu'enseignant ?

Q3. Pensez-vous que vos élèves vont développer des aptitudes dans la résolution des systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues en fin de collège?

Q4. Pour vous, en tant qu'enseignant, quelles sont les méthodes de résolution des systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues ?

Q5. Quelles sont les méthodes de résolution en vigueur en 3^e ?

Q6. Quelle méthode préférez-vous ?

Q7. En dehors des méthodes en vigueur, utilisez-vous d'autre méthode de résolution du système d'équations du premier degré à deux inconnues en classe ? Si oui, laquelle et dites pourquoi ?

Q8. Parmi ces méthodes, laquelle est la mieux comprise par vos élèves ?

Q9. En précisant la méthode de votre choix, résoudre le système d'équations (S1) suivant :

$$(S1) : \begin{cases} 3x + 4y - 32 = 0 \\ 7x + 6y - 58 = 0 \end{cases}$$

Nous avons ensuite proposé un entretien semi-directif piloté par les questions suivantes : comment débutez-vous votre enseignement sur les systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues ? Pourquoi ? Quel est pour vous l'intérêt des systèmes d'équations en mathématiques ?

Outre le fait d'avoir des renseignements sur les divers « profils » des enseignants interrogés : âge, statut (stagiaires-professeur ou enseignants), les objectifs consistaient à vérifier l'application des méthodes de résolution en vigueur.

La méthode d'analyse a consisté à regrouper les données dans des tableaux selon les « types » de réponses obtenues et les commenter.

La population de cette étude se compose de 30 enseignants de mathématiques dont 20 professeurs de l'enseignement « public », 8 professeurs de l'enseignement « privé » et 2 stagiaires professionnels de l'École Normale Supérieure d'Abidjan (ENS). À cause des grèves répétées des enseignants, à la négligence de certains professeurs et à l'oubli d'autres, nous avons pu recueillir 19 réponses des professeurs au questionnaire et à l'entretien.

IV. RÉSULTATS ET DISCUSSION

1. Présentation et analyse des résultats

Nous faisons apparaître les principaux « types » de réponses obtenues dans les tableaux ci-dessous :

		Professeurs	Pourcentage
Ancienneté	entre 5 et 9 ans	3	16%
	plus de 10 ans	16	84%

Tableau 2 - Réponses recueillies à la question Q2

Pour l'ancienneté, nous remarquons que la majorité des professeurs interrogés ont plusieurs années d'expérience.

Types de réponses	Questions	Effectif	Pourcentage
-------------------	-----------	----------	-------------

Type A « oui »	<i>Avant l'année scolaire 2016-2017, avez-vous déjà enseigné les systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues en 3^e ?</i>	19 réponses	100%
	<i>Pensez-vous que vos élèves vont développer des aptitudes dans la résolution des systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues en fin de collège ?</i>	19 réponses	100%
	<i>En dehors des méthodes en vigueur, utilisez-vous d'autre méthode de résolution du système d'équations du premier degré à deux inconnues en classe ? Si oui, laquelle et dites pourquoi ?</i>	14 réponses	74%
Type B « non »	<i>En dehors des méthodes en vigueur, utilisez-vous d'autre méthode de résolution du système d'équations du premier degré à deux inconnues en classe ? Si oui, laquelle et dites pourquoi ?</i>	5 réponses	26%

Tableau 3 - Réponses de type A « oui » et type B « non »

Les données du tableau 3 révèlent que 100% des professeurs interrogés ont déjà enseigné les systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues et pensent que leurs élèves vont développer des aptitudes dans la résolution de ces systèmes en fin de collège. 14 d'entre eux, soit 74% des enseignants, affirment utiliser d'autres méthodes de résolution des systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues notamment la méthode dite « hybride », parce qu'elle est rapide et c'est la méthode la mieux comprise par leurs élèves, disent-ils (voir tableau 5). Ce qui n'est pas le cas pour les 5 autres enseignants qui ont donné une réponse de type B à cette question.

Questions	Types de réponses	Effectif	Pourcentage
<i>Pour vous, en tant qu'enseignant, quelles sont les méthodes de résolution des systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues ?</i>	combinaison, substitution, graphique, hybride, cramer, inversion de matrice	17 réponses	89%
	combinaison, substitution, graphique	2 réponses	11%
<i>Quelles sont les méthodes de résolution en vigueur en 3^e ?</i>	combinaison, substitution, graphique	19 réponses	100%

Tableau 4 - Réponses recueillies aux questions Q4 et Q5

À la lecture du tableau 4, les réponses recueillies montrent que la majorité des professeurs (89%) ont une connaissance mathématique sur les méthodes de résolution des systèmes

d'équations tandis que 11% des professeurs n'ont pas assez d'informations à ce sujet. Les 19 professeurs (donc 100%) sont unanimes sur les méthodes de résolution en vigueur en 3^e.

Pour ce qui concerne les méthodes en vigueur, les données du tableau 5 révèlent que 18 professeurs (soit 95%) préfèrent la résolution algébrique des systèmes d'équations, et un enseignant (donc 5%) la méthode graphique. Aussi, disent-ils que la méthode par combinaison est comprise par leurs élèves.

Types de réponses		Questions	Effectif	Pourcentage
Type C « algébrique »	combinaison	Méthode préférée	15 réponses	79%
		Mieux comprise par élèves	18 réponses	95%
	substitution	Méthode préférée	3 réponses	16%
		Mieux comprise par élèves	1 réponse	5%
	hybride	Mieux comprise par élèves	14 réponses	100%
Type D « géométrique »	graphique	Méthode préférée	1 réponse	5%

Tableau 5 - Réponses de type C « algébrique » et type D « géométrique »

Enfin pour la question Q9, nous avons recueilli 14 productions écrites de professeurs sur les 19 interrogés, en réponse à cet exercice. 79% des enseignants ont utilisé la méthode «hybride» pour résoudre ce système (comme on le voit sur l'exemple suivant) et 21% ont utilisé les méthodes de résolution (algébriques) en vigueur.

Feuille de réponse
EXERCICE

Solution de (S1) Combinaison + substitution

$$\begin{cases} 7x + 3y = 32 \\ 3x + 7y = 58 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & -10y + 50 = 0 \\ & y = 5 \end{aligned}$$

$$3x + 4 \times 5 = 32 \Rightarrow 3x = 32 - 20 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4$$

$$S_{\text{S1}} = \{(4, 5)\}$$

Figure 1:- Résolution du système (S1) par l'enseignant PC16

Dans l'entretien que j'ai mené, le professeur interviewé affirme introduire les systèmes d'équation comme outil de résolution de problèmes concrets. Pour justifier ce choix, il évoque la raison suivante : « Selon l'approche par compétence (APC), il est recommandé à chaque enseignant, pour mieux installer les habiletés en mathématique chez les apprenants, de partir d'une situation de vie courante. Celle-ci à l'avantage de s'appuyer sur le vécu au quotidien de l'élève donc de susciter son intérêt pour la séance d'apprentissage. »

2. Discussion des résultats

La majorité des professeurs interrogés préfèrent la résolution algébrique des systèmes d'équations. La méthode graphique est peu utilisée par ces derniers (parfois pas) car ils sont confrontés à des difficultés dues au manque d'instruments géométriques chez les élèves. De plus, si elle s'avère suffisamment précise pour déterminer exactement le couple solution unique de la majorité des systèmes car ce sont souvent des couples d'entiers « simples » que le graphique permet d'obtenir précisément, elle manque de précision dans le cas d'un couple de solutions avec des nombres entiers « très grands », des solutions de système à coefficients irrationnels sous forme de racines carrées et pour certaines solutions de couple de nombres rationnels.

74% des professeurs pensent qu'on peut introduire dans l'enseignement d'autres types de méthode telle que la méthode « hybride ». Mais cette méthode n'est pas une méthode d'enseignement préconisée en Côte d'Ivoire. Cependant, elle est la plus utilisée par les professeurs dans la résolution des systèmes d'équations. La démarche méthodologique de cette méthode paraît semblable à celle de la méthode de Gauss (méthode d'enseignement en 1^{ère}) mais pour des systèmes d'équations très simples. Nous partageons le point de vue de ces enseignants qui souhaitent l'instauration de cette méthode dans le programme en 3^e.

V. CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Au terme de notre étude, les résultats du questionnaire et des entretiens révèlent que les professeurs connaissent bien les méthodes de résolution en vigueur des systèmes d'équations dans le programme de 3^e ; ils les enseignent mais ne les utilisent pas la plupart du temps dans la résolution de ces systèmes. Cependant, la méthode dite « didactique » (méthode hybride) qui n'est pas une méthode à enseigner dans le programme de 3^e, est celle la plus utilisée par les enseignants.

Pour approfondir cette étude nous recommandons d'intégrer la méthode hybride dans le programme de 3^e ainsi que l'usage des TIC (tels que le logiciel geogebra) pour la résolution graphique des systèmes d'équations. Il faudrait pour cela monter des scénarios d'enseignement de cette notion, les analyser afin d'y apporter des améliorations pour les futurs enseignants.

Par ailleurs, en continuité de cette étude, il serait donc intéressant d'aller observer les pratiques des enseignants dans la résolution des systèmes d'inéquations en classe de 3^e.

La performance des élèves dépend de plusieurs facteurs dont le plus important est la formation pédagogique des enseignants. En effet, les enseignants qui ont bénéficié d'une formation à l'Ecole Normale Supérieure disposent de compétences requises au niveau pédagogique et didactique pour conduire efficacement les apprentissages en mathématiques contrairement à leurs collègues recrutés directement dans les universités. De plus, il importe pour les futurs professionnels de l'éducation de se former afin d'être en mesure de préparer l'élève à affronter les défis de la société actuelle.

RÉFÉRENCES

Altet M. (2002) L'analyse plurielle de la pratique enseignante, une démarche de recherche. *Revue Française de Pédagogie*, 138, 85-93.

- Coulange L. (2000) Étude des pratiques du professeur du double point de vue écologique et économique -Cas de l'enseignement des systèmes d'équations et de la mise en équations en classe de Troisième. Thèse de l'Université Joseph Fourier-Grenoble.
- Coulange L. (2000) Détermination du rôle d'un professeur de Troisième en situation à l'occasion de l'introduction officielle des systèmes linéaires. In M. Bailleul (éd.), Actes de la dixième École d'Été de didactique des mathématiques, Houlgate 1999, (pp. 60 – 68).
- Robert A. (1999) Recherches didactiques sur la formation professionnelle des enseignants de mathématiques du second degré et leurs pratiques en classe. *Didaskalia*, 15, 123-157.
- Robert A. (2005) Des recherches sur les pratiques aux formations d'enseignants de mathématiques du second degré : un point de vue didactique, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, Vol 10, 209-250.
- Robert A. (2005) Sur la formation des pratiques des enseignants de mathématiques du second degré, *Recherches et Formation* n° 50, 75-90.