

ANALYSE DE L'ENSEIGNEMENT DE LA MESURE ET DES GRANDEURS A TRAVERS LES PROGRAMMES MATHÉMATIQUES MAROCAINS DE L'ENSEIGNEMENT FONDAMENTAL

EL ABBADI* Salwa

Résumé : Cette étude en quatre parties aborde l'image de grandeurs et de la mesure proposée par les programmes mathématiques marocains de l'enseignement fondamental afin de comprendre leurs traitements. Nous abordons dans une première partie, les éléments composant la problématique de notre recherche, puis présentons notre cadre théorique incluant deux aspects d'analyse (conceptuel et didactique) ; nous abordons ensuite le cadre méthodologique à travers l'analyse de contenu et concluons par les résultats obtenus.

Mots-clés : Grandeurs et mesures – enseignement fondamental – grandeurs mesurables et réparables – unité de mesure – mesurage.

Abstract: This four-part study examines the size and measurement offered by Moroccan mathematics programs in basic education in order to understand their treatments. The first part exposes the elements composing the problematic of our research. The second part presents our theoretical framework including two aspects of analysis, conceptual and didactic. The third part deals with the methodological framework. Content analysis is the technique we selected to carry out our study.

Keyword: Sizes et mesures – basic education – measurables and identifiable quantities – unit of measurement – measurement

I. INTRODUCTION

Notre mémoire porte sur l'enseignement des grandeurs et des mesures en Primaire et en collège au Maroc ; le cycle primaire dure de la classe de CE1 jusqu'à celle de CE6 et accueille des élèves âgés de 6 à 12 ans, et le cycle collège accueille pendant trois années les élèves de 13 à 15 ans issus de l'école primaire, titulaires du certificat d'études primaires. Nous exposons dans une première partie notre problématique, puis afin de répondre aux questions de notre recherche, nous définissons un cadre théorique qui englobe deux types d'analyses, conceptuelle et didactique, attachées aux notions de grandeurs et de mesures ; nous poursuivons notre propos avec la méthodologie et l'analyse des documents afin d'explicitier l'outil adopté pour l'analyse des programmes. Nous concluons enfin avec les résultats obtenus à partir de l'étude des programmes de mathématiques pour chaque cycle d'enseignement fondamental.

II. PROBLEMATIQUE DE RECHERCHE

Les systèmes éducatifs de la majorité des pays s'accordent sur l'importance du domaine de la mesure et des grandeurs dans l'enseignement des mathématiques. Cependant, cette importance ne se traduit pas de la même façon dans chacun des programmes. D'ailleurs, tout curriculum fait appel dans l'élaboration à un ensemble critères et de choix qui justifient la conception, l'organisation et l'efficacité des contenus de ces programmes.

La majorité des notions mathématiques se sont construites pendant plus de deux mille à partir de relations entre les grandeurs et les nombres et entre les grandeurs et la géométrie ; ce qui a suscité notre intérêt pour ce domaine d'enseignement. De plus, les grandeurs et la mesure occupaient une place importante dans les programmes d'enseignement des mathématiques avant les années soixante-dix et surtout avant l'introduction des

* Ecole Normale supérieure, UCA- Marrakech, Maroc- salwaelabbadi@gmail.com

mathématiques modernes dans tous les programmes d'enseignement. Les derniers programmes marocains de l'enseignement fondamental intègrent les grandeurs et la mesure sous forme de domaine mathématique au primaire et comme objet d'étude en géométrie et en lien avec des activités numériques en enseignement secondaire collégial.

De ces différentes considérations, notre intérêt pour ce domaine n'a cessé de croître et nous avons cherché à cerner et expliciter la place occupée par les grandeurs et la mesure dans ces programmes, ce qui nous a amenée à considérer la question suivante : comment les grandeurs et la mesure sont-elles traitées dans les programmes mathématiques de l'enseignement fondamental marocain ?

Pour traiter cette question, nous avons mené deux types d'analyse :

- une première, conceptuelle, sur les différentes grandeurs présentes dans les programmes à savoir la longueur, la masse, le temps, la contenance, l'aire, l'angle et le volume. Il s'agit de cerner tous les aspects fondamentaux caractérisant les grandeurs et la mesure en répondant aux questions suivantes : quelles sont les différentes approches utilisées pour définir les grandeurs et la mesure ? Quels sont les aspects fondamentaux de chaque grandeur traités par l'enseignement fondamental ?

- une seconde, didactique, sur l'enseignement de ces différentes grandeurs et de leurs relations d'intégration dans les différents domaines des programmes. Nous analyserons le développement des grandeurs et mesure en termes de progression dans le cadre des programmes et leurs utilisations dans les différents domaines. Cela nous permettra d'examiner les choix institutionnels et didactiques opérés au niveau des programmes : comment traiter la progression de l'enseignement des grandeurs et de la mesure au sein des programmes mathématiques marocains pour chaque cycle de l'enseignement fondamental ? Quels sont les différents aspects d'utilisation de la grandeur et de la mesure en tant qu'outils de traitement et de résolution des problèmes dans les différents domaines mathématiques ?

III. CADRE THEORIQUE

Dans une première partie, nous montrons la façon dont l'analyse conceptuelle permet de définir et caractériser les grandeurs et mesures et nous illustrons notre propos par l'étude d'une grandeur particulière, l'aire. Dans une seconde partie, l'analyse didactique traitera de l'introduction, de la progression de l'enseignement, et enfin de l'utilisation des grandeurs et de leurs mesures : il s'agit de voir ce qui caractérise la progression des apprentissages au sein de ce domaine, le rôle et le statut des grandeurs et de la mesure dans les autres domaines.

1. Analyse conceptuelle

Dans ce paragraphe, nous définissons la mesure et la grandeur selon deux angles : métrologique en rapport aux sciences expérimentales, et abstrait en rapport aux mathématiques.

En métrologie, selon le dictionnaire VIM (2012), la grandeur est une caractéristique physique qui caractérise une propriété d'un phénomène, d'un corps ou d'une substance, que l'on peut exprimer quantitativement sous forme d'un nombre et d'une référence. La référence peut être une unité de mesure, une procédure de mesure, un matériau de mesure ou une de leurs combinaisons.

En mathématique, la grandeur est une relation d'équivalence définie sur un ensemble d'objets comparables. Cette relation d'équivalence est issue d'un critère de comparaison.

Ces deux définitions conduisent à deux introductions potentielles des grandeurs : la première met l'accent sur le procédé de mesure auquel on s'intéresse, à l'acte de mesurer, et la deuxième renvoie au principe de comparaison sans faire appel au procédé de quantification. Par conséquent, nous pouvons nous interroger sur le choix fait par les programmes de mathématiques de l'enseignement fondamental : s'orientent-ils vers la quantification de la grandeur ou vers son principe de comparaison ?

En métrologie, la mesure se base sur un principe physique fondé sur un procédé physique expérimental ; afin d'identifier le résultat issu de ce procédé, sont déterminées une grandeur unité prise comme étalon, des techniques et du savoir-faire liés à des instruments.

En mathématique (Lebesgue 1975, Rouché 1991), la mesure est une application d'un ensemble d'objets vers l'ensemble des réels positifs et sa définition mathématique nécessite plusieurs conditions :

- l'ensemble des objets doit être muni d'une relation d'équivalence dont l'ensemble quotient est muni d'une structure totalement ordonnée ;
- tout sous ensemble de ces objets est mesurable. Toute composition ou décomposition de certains de ces objets est mesurable ;
- un principe de quantification : la mesure de tout sous ensemble d'objets est un nombre réel positif ou nul ;
- un principe d'additivité : la mesure d'un sous ensemble d'objet est égale à la somme des mesures de chacun de ses éléments.

Ainsi, la grandeur et la mesure apparaissent comme deux notions étroitement liées au niveau de leur définition, l'une renvoyant à l'autre. Par conséquent, nous pouvons nous demander ce qui doit être retenu comme élément primitif : la mesure ou la grandeur ?

Chaque grandeur a sa relation d'équivalence (son principe de comparaison) ou son procédé de mesurage qui la représente, un vocabulaire associé, et un traitement expérimental qui la distingue. D'un point de vue épistémologique, on peut souligner la présence de deux types de catégorisation des grandeurs : la première distingue les grandeurs mesurables de celles qui sont repérables, et la deuxième distingue les grandeurs géométriques des grandeurs physiques. Dans ce cadre, les grandeurs de base sont : la longueur, l'aire, le volume/la contenance, l'angle, la masse et la durée.

Pour chacune de ces grandeurs fondamentales, l'analyse conceptuelle vise à : définir cette grandeur en mettant l'accent sur le vocabulaire associé, établir le principe de comparaison et déterminer le principe de la mesure, l'instrument et les unités. Nous expliquons, à l'aide d'un exemple de la grandeur de l'aire, comment s'organise cette analyse (Annexe 1). Cette analyse conceptuelle nous oriente par la suite dans l'analyse didactique de l'enseignement.

2. *Analyse didactique de l'enseignement de la mesure et des grandeurs*

L'enseignement de la mesure et de la grandeur occupe une place importante dans les programmes de mathématiques de l'enseignement fondamental. Il traite un ensemble d'éléments : les propriétés des grandeurs, les différentes relations et comparaisons entre les grandeurs, les unités de mesure, le mesurage, les estimations et le calcul. Notons que la notion de grandeur prend naissance à partir d'activités de rangement et de classement d'objets physiques à travers des réalisations de tâches, de comparaison (Perrin-Glorian, 1999). D'un point de vue curriculaire, nous considérons trois parties de l'enseignement des grandeurs et mesures : l'introduction, la progression et l'utilisation dans d'autres domaines.

L'introduction porte sur la façon dont sont introduites les grandeurs : soit comme objets mathématiques étudiés par le biais de comparaisons sans passer par la mesure, soit à partir d'activités de manipulation d'objets concrets définissant la grandeur par la mesure et son unité. Par comparaison, il s'agit de définir la grandeur visée sans faire appel au procédé de quantification, de déterminer le type de comparaison (direct – indirect) et les transformations qui conservent la grandeur. Dans le principe de mesure, on s'intéresse à l'acte de mesurer mais aussi à l'estimation de la mesure, à l'utilisation d'instruments et à la quantification comme contexte pour traiter les nombres.

La progression d'enseignement peut être étudiée par grandeur (comment l'enseignement de chaque grandeur est-il réparti dans chacun des cycles d'enseignement ?), par années (comment les différentes grandeurs sont-elles enseignées chaque année ?), par la position d'une grandeur par rapport à l'autre ou encore par l'organisation des grandeurs selon les autres domaines mathématiques.

L'utilisation de la mesure des grandeurs est vue enfin comme écologie du savoir mathématique afin de soutenir le choix de situations d'apprentissages d'autres notions mathématiques, par exemple pour introduire des types de nombres comme les fractions, comme outil de raisonnement en géométrie ou pour traiter des données et des situations de proportionnalité.

IV. METHODOLOGIE ET ANALYSE DES DOCUMENTS

Notre recherche s'inscrit dans une méthodologie d'analyse du contenu, en considérant les aspects conceptuels et didactiques définis précédemment. Rappelons que nous nous interrogeons sur ce que les programmes de l'enseignement fondamental marocains ont retenu comme aspects fondamentaux et comme élément primitif la mesure ou la grandeur. Trois dimensions structurent notre analyse. Une première porte sur la façon dont sont définies les grandeurs et leurs mesures : quelles approches sont utilisées ? quels sont les aspects des grandeurs traités dans cet enseignement ? Une deuxième traite de la progression de l'enseignement par grandeur et par année d'enseignement, et une troisième s'intéresse aux grandeurs et mesures en tant qu'outil de traitement mathématique et de résolution de problème dans différents domaines mathématiques.

Nous fondons cette analyse sur l'étude des documents officiels produits par la direction du curricula du ministère de l'éducation nationale, ainsi que sur les notes ministérielles soutenant son opérationnalisation ; cet ensemble étant considéré comme référence dans les pratiques enseignantes (Annexe 2). Dans notre mémoire, nous complétons cette étude par une analyse de manuels scolaires en termes de praxéologies mathématiques (Chevallard 2003), mais nous ne montrons ici qu'un seul extrait de manuel afin d'illustrer notre propos.

V. ANALYSE ET INTERPRETATION DES RESULTATS

De façon générale, nous avons observé que la progression de l'enseignement des grandeurs et de leurs mesures au cycle primaire est fondée sur une manière graduée d'une année scolaire à d'autre, et sur une progression spiralaire. Les concepts sont introduits par des situations d'apprentissage concrètes fondées sur la manipulation d'objets intermédiaires comme étant des unités données ; ensuite, des unités conventionnelles sont présentées avec leurs multiples et sous-multiples, puis, des opérations arithmétiques interviennent dans la résolution de problèmes associés aux mesures. Par exemple, selon le guide de l'enseignant de la première

année du cycle primaire, l'enseignement-apprentissage de la grandeur de la masse est fondé sur les tâches présentées comme suit:

- comparer des masses d'une manière directe à travers l'observation et l'utilisation de mains ;
- comparer des masses d'une manière indirecte à travers l'utilisation d'unités non conventionnelles données comme les billes ;
- comparer des masses à travers l'utilisation de la balance de Roberval. Dans ce cadre, l'enseignant insiste sur la position de l'aiguille de la balance, qui détermine l'équivalence des objets ;
- classer des objets selon leurs masses par rapport à une unité donnée.

Le processus de l'enseignement-apprentissage du domaine de la mesure au cycle primaire souligne en premier temps qu'il faut baser sur une comparaison d'objets côte à côte pour distinguer ce qui est commun, et sur une catégorisation fondée sur le regroupement d'objets ayant des caractéristiques communes. Des activités proposées dans un manuel pour soutenir la première leçon du domaine de la mesure sont données en Annexe 3.

Nous constatons que les activités du manuel étudié concernant l'introduction de la notion de grandeur sont fondées sur l'observation d'images d'objets. Les différentes consignes consistent à demander à l'élève soit :

- de sélectionner, à partir d'une image contenant des couples d'objets, celui qui est le plus long, ou qui occupe la grande superficie ;
- de relier une pancarte à un groupe d'image selon un critère donné (même longueur, même forme, même volume, même couleur) ;
- de mettre une croix sur les grands objets et un rond sur les petits.

Le programme de mathématiques insiste sur la nécessité de travailler sur le développement des grandeurs et leurs mesures en tant qu'outils de traitement et de résolution des problèmes dans les différents domaines mathématiques. Ainsi, la construction des nombres est abordée à partir des mesures des grandeurs et des opérations arithmétiques sur les mesures. Dans le domaine numérique, les différents ensembles des nombres (nombres décimaux et fractions), les opérations, les relations d'ordre peuvent être construites à l'aide des mesures des grandeurs. La proportionnalité est travaillée à la fois dans le cadre des mesures de grandeurs et dans le numérique. Par conséquent, la grande partie du programme de mathématiques du cycle primaire est consacré à la mesure, plus qu'aux grandeurs indépendamment de leur mesure.

Les activités géométriques se basent sur les connaissances intuitives et spatiales de l'élève, sur des caractéristiques des objets, des polygones, et des figures géométriques, et sur les transformations géométriques. Les grandeurs visées par ces activités sont celles de nature géométrique comme la longueur, l'angle, l'aire et le volume. Elles sont considérées comme étant des caractéristiques géométriques à étudier en rapport aux figures et transformations géométriques. En fait, l'apprentissage des différentes notions géométriques se réalise à partir de situations dans lesquelles interviennent des grandeurs géométriques et leurs éléments associés (le vocabulaire, la mesure, ...). Par conséquent, les savoirs relevant de ce domaine se révèlent être fondamentaux afin produire des raisonnements géométriques pour le cycle secondaire collège.

L'étude des notes ministérielles associées à la fois aux contrôles continus et au cadre du référentiel d'examen régional de fin de cycle primaire nous permet de voir que l'évaluation

n'évalue pas les compétences visées par le programme de mathématiques mais plutôt le contenu mathématique enseigné. L'évaluation du domaine de la mesure se base principalement sur des pratiques de mesurage et de calcul. En fait, d'après les objectifs de l'évaluation de ce domaine, nous avons remarqué que c'étaient principalement des procédures basées sur l'utilisation des formules de calcul, de changements d'unités et d'utilisation d'instruments de mesure qui étaient visées. Par conséquent, l'approche métrologique est l'approche fondamentale adoptée pour évaluer le domaine de la mesure.

VI. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

La méthodologie employée pour étudier les programmes de mathématiques marocains de l'enseignement fondamental fait apparaître l'importance de la mesure au détriment de la grandeur indépendamment de la mesure. La méthodologie que nous avons employée, basée sur la combinaison de l'analyse conceptuelle et de l'analyse didactique des grandeurs et de leur mesure nous permet de construire un outil d'analyse des programmes, mais aussi des manuels scolaires et de l'enseignement dispensé en classe. Nous sommes bien consciente de l'importance de prendre en compte les choix et les décisions de l'enseignant, mais aussi ses interactions et stratégies en classe : les outils que nous avons utilisés pour notre travail peuvent aussi être développés pour étudier de telles questions.

REFERENCES

- Chevallard, Y. (2003), Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. Communication aux IIIe Journées d'études franco-québécoises (Université René-Descartes Paris 5, 17-18 juin 2002). Paru dans S. Maury S., M. Caillot (éds), Rapport au savoir et didactiques, Paris : Fabert, p. 81-104.
- Guide d'enseignement des mathématiques efficaces d'Ontario de la maternelle à la 3ème année-Mesure (2010)
http://www.atelier.on.ca/edu/resources/guides/GEE_math_M_3_Mesure.pdf
- Guide d'enseignement des mathématiques efficaces d'Ontario de la 4ème à la 6ème année – Mesure (2010) http://www.atelier.on.ca/edu/resources/guides/GEF_math_4-5-6_Mesure.pdf
- Guide d'enseignement des mathématiques efficaces d'Ontario pour les attributs de mesure – longueur, aire, volume, capacité, angle, masse, temps, température
- Lebesgue, H (1975) La mesure des grandeurs. Réédition A. Blanchard.
- Perrin-Glorian M-J (1999) Le problème de l'enseignement des mesures des grandeurs géométriques à partir de l'exemple des aires. Repéré à <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01385025/document>.
- Rouche, N. (1991) Le sens de la mesure. Didier-Hatier : Bruxelles.

ANNEXE 1 – ANALYSE CONCEPTUELLE DE LA GRANDEUR AIRE

Définition : l'aire est une grandeur géométrique caractérisant toute surface plane. L'aire d'une figure plane est l'aire de sa surface intérieure limitée par sa frontière.

Principe de comparaison : notons que le principe de comparaison des surfaces par la superposition ne s'applique que pour celles ayant la même forme. Pour les cas des surfaces de formes différentes, on applique le principe de découpage-recollement.

Mesure : la mesure de l'aire d'une surface nécessite la mise en œuvre d'un ensemble d'unités, pouvant être conventionnelles et non conventionnelles. L'unité de mesure universelle est le mètre carré. D'autres unités agraires existent comme l'are (cent mètres carrés), le centiare (un mètre carré) et l'hectare (dix mille mètres carrés). Par ailleurs, les carrés d'un quadrillage sont considérés comme étant des unités de mesure non conventionnelles.

ANNEXE 2 - LISTE DES DOCUMENTS OFFICIELS RETENUS POUR L'ANALYSE

Cycle	
Primaire	Le guide pédagogique de l'enseignement primaire – 2009-
	Les programmes et les orientations pédagogiques de l'enseignement primaire – Septembre 2011
	Le programme révisé pour les quatre premières années de l'enseignement primaire – 10 Septembre 2015 : - Le cadre d'orientation général - Les programmes et les orientations pédagogiques
	Mise à jour du curriculum pour l'enseignement primaire – 20 Aout 2018 : les matières de la langue arabe, la langue française, les mathématiques et la science pour les quatre première années de l'enseignement primaire.
	La note ministérielle numéro 179 de suivi des contrôles continus
	Le cadre de référence de l'examen régional commun pour l'obtention du certificat d'études primaire – 2007 – les mathématiques
	La note ministérielle numéro 63 définissant le cadre de référence de l'examen régional commun pour l'obtention du certificat d'études primaire – 2011- les mathématiques
Secondaire collégial	Les programmes et les orientations pédagogiques des mathématiques du cycle secondaire collégial – Aout 2009
	La note ministérielle numéro 192 de suivi des contrôles continus
	Le cadre de référence de l'examen standard régional pour l'obtention du certificat d'études collégial - 2010

ANNEXE 3 : ACTIVITÉS PROPOSÉES POUR INTRODUIRE LA MESURE

1 أحيط بخط أحمر كل شكل كبير كما في المثال : 	1-les apprenants cernent chaque objet de grande forme en rouge. On s'intéresse par la propriété du volume pour ces objets. En fait, ces objets ont des formes différentes, cependant, ils ont de volume commun.
2 أحيط بخط أخضر كل شكل صغير كما في المثال : 	2-cerner en vert les objets petits. Malgré les objets se différent, ils ont un volume commun, c.-à-d. ils ont tous petits.
3 أحيط بخط كل شيء طويل كما في المثال : 	3-cerner chaque objet long. Dans ce cas, la longueur est considéré la propriété commune de ces objets.
4 لاحظ وأصن بخط : 	4-les apprenants observent des images, et ils relie chaque ligne de ces images avec les propriétés communes de ces objets. Les chemises de la première ligne ont la même forme, et les cartables de la deuxième ligne ont le même volume. Cependant, les chaussures de la troisième ligne ont la même couleur, et les objets de la quatrième ligne ont la même longueur.