

ANALYSE DIDACTIQUE DE TESTS VISANT A EVALUER LES COMPETENCES MATHÉMATIQUES DE BASE DANS LE CADRE SCOLAIRE OU DU DIAGNOSTIC DE LA DYSCALCULIE

PETEERS* Florence

Résumé – Nous cherchons à concilier les différentes approches (didactique et cognitive) de la dyscalculie pour une meilleure compréhension du trouble et présentons une méthodologie d'analyse de tests visant à évaluer les compétences mathématiques de base dans le cadre scolaire ou d'un diagnostic médical. Cette méthode permet d'identifier ce qui est évalué et de mettre en évidence certains biais grâce aux cadres didactiques mobilisés. Nous illustrerons cela par l'analyse du Tedi-Math (test diagnostique francophone).

Mots-clefs : dyscalculie, didactique, cognition numérique, diagnostic, tests

Abstract – We seek to reconcile the different approaches (didactic and cognitive) of dyscalculia for a better understanding of the disorder and present an analysis methodology for tests which are designed to evaluate basic mathematics within the framework of school or medical diagnosis. This method enables to identify what is evaluated in each test and to highlight some biases thanks to mobilized didactics frameworks. We illustrate that by the analysis of the Tedi-math (francophone diagnostic test).

Keywords: dyscalculia, didactics, numerical cognition, diagnosis, tests

I. CONTEXTE ET OBJECTIFS DE LA RECHERCHE

Nous présenterons dans cet article une partie de nos recherches réalisées dans le cadre d'une thèse en cours co-financée par la Communauté d'Agglomération de Châlons-en-Champagne et l'Université de Reims Champagne-Ardenne. Dans cette première partie, nous décrirons quelques éléments de contexte ainsi que les objectifs de notre travail

1. La dyscalculie : définitions et approches

La frontière n'est pas évidente entre ce qui relève de difficultés d'apprentissage et ce qui constitue réellement un trouble, pouvant donc être reconnu comme un handicap¹ : c'est le cas de la dyscalculie. La recherche à ce propos (que ce soit en didactique des mathématiques, en psychologie ou en sciences cognitives) présente, à l'heure actuelle, de nombreuses lacunes et incertitudes (comme le fait remarquer Fischer, 2007). Aucune définition du « trouble » ne fait consensus parmi les chercheurs. Le terme même de dyscalculie pose question car il n'est pas employé universellement (certains parleront plutôt de *learning disabilities in mathematics* ou encore de *arithmetic disabilities*, INSERM, 2007). De plus, les critères utilisés pour établir un diagnostic (voir DSM-V² (*American Psychiatric Association*, 2015)) sont flous ce qui rend l'identification des enfants dyscalculiques par le corps médical extrêmement subjective.

Différentes disciplines s'intéressent à la dyscalculie et développent chacune des modèles et des hypothèses propres à leur domaine de connaissance (Giroux, 2011). On retrouve deux approches distinctes du trouble. L'une est centrée sur le fonctionnement cognitif et les caractéristiques propres à l'individu. Elle repose principalement sur les travaux issus des sciences cognitives pour lesquelles les difficultés spécifiques en mathématiques sont liées à

* LDAR – France – florence.peteers@etudiant.univ-reims.fr

¹ Selon la loi du 11 février 2005, « Constitue un handicap (...) toute limitation d'activité ou restriction de participation à la vie en société subie dans son environnement par une personne en raison d'une altération substantielle, durable ou définitive d'une ou plusieurs fonctions physiques, sensorielles, mentales, cognitives ou psychiques, d'un polyhandicap ou d'un trouble de santé invalidant ». Cette définition inclut donc les troubles des apprentissages au sens où ils résultent d'un dysfonctionnement cognitif.

² *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders*

un dysfonctionnement sur le plan neurologique (voir par exemple Dehaene, 2010). La seconde approche, caractéristique de la didactique des mathématiques, s'intéresse, quant à elle, aux spécificités du savoir ainsi qu'aux caractéristiques didactiques des situations d'apprentissage. Selon cette approche, les difficultés ne sont pas uniquement dues à un dysfonctionnement propre à l'individu mais il faut également chercher ce qui, dans le rapport de l'élève au savoir et aux situations didactiques, empêche ou favorise l'accès des élèves à la connaissance. Cette multiplicité et ce cloisonnement des approches n'est pas sans conséquences sur le terrain. En effet, de nombreux acteurs gravitent autour des enfants/élèves dyscalculiques et tous ne s'appuient pas sur les mêmes approches du trouble, les professionnels médicaux et paramédicaux se situant plutôt du côté des sciences cognitives et les enseignants du côté de la didactique. Le dialogue entre ces acteurs est donc parfois difficile, d'autant plus que le secret médical empêche la diffusion de certaines informations. Cela est particulièrement problématique en ce qui concerne les échanges entre enseignants et orthophonistes qui sont les intervenants majeurs auprès de l'enfant/élève dyscalculique.

2. Objectifs

Les recherches concernant les troubles d'apprentissage (et en particulier la dyscalculie) étant, à l'heure actuelle, principalement axées sur l'approche cognitive, nous nous posons la question de la place de la didactique dans ces recherches et de la façon de concilier les différentes approches pour une meilleure compréhension de la dyscalculie.

Nous disposons cependant de contraintes pratiques. En effet, la thèse étant cofinancée par la Communauté d'Agglomération de Châlons-en-Champagne, nous sommes tenus de produire des résultats pour/sur le terrain. Au vu de ces contraintes, nous envisageons donc la coordination des approches à travers la création d'un dispositif de repérage de difficultés en mathématiques pouvant être utilisé à la fois par les enseignants et par les orthophonistes. Ce dispositif faciliterait ainsi les échanges entre ces deux types de professionnels en proposant un inventaire commun des difficultés de l'enfant qui puisse être exploité par chacun (en vue d'un diagnostic pour l'orthophoniste et en vue d'adaptations pédagogiques pour l'enseignant).

Pour mettre au point ce dispositif, nous avons réalisé une analyse de différents tests destinés à évaluer les compétences de base en mathématiques en fin de maternelle ou à l'entrée à l'école fondamentale. Afin d'assurer la diversité des fondements théoriques, nous avons sélectionné des tests à visée diagnostique utilisés par les professionnels médicaux (tests issus majoritairement de la recherche en cognition numérique) mais également des tests permettant l'évaluation de l'enfant dans le cadre scolaire élaborés sur base d'éléments issus de la didactique des mathématiques. Nous présentons ici la méthodologie employée et nous l'illustrerons par l'analyse d'un test diagnostique francophone : le Tedi-Math (test élaboré en France par Van Nieuwenhoven, Grégoire et Noël (2001), dont la langue d'origine est le français et destiné aux professionnels médicaux tels que les orthophonistes).

II. METHODOLOGIE

Afin de définir nos critères d'analyse, nous avons effectué un état de l'art concernant la construction du nombre et les premiers apprentissages numériques en didactique ainsi qu'en cognition numérique. Nous avons ainsi mis en évidence différentes tâches relatives au nombre et les variables pouvant jouer sur la complexité de ces tâches ou sur les stratégies de résolution. Ce sont ces variables qui constituent nos critères d'analyse. Du côté de la didactique, la théorie des situations didactiques de Brousseau (1998) et certains travaux y référant (Briand, 1993 et Tempier, 2013) nous ont permis d'identifier les situations donnant

sens au nombre ainsi que leurs variables didactiques. De plus, grâce à la théorie des champs conceptuels de Vergnaud (1990), nous avons pu dégager des critères d'analyse relatifs aux problèmes additifs. Du côté de la cognition numérique, nous avons identifié les caractéristiques des représentations numériques en fonction des différents modèles de traitement du nombre (notamment le modèle du triple code de Dehaene³, 1992, le modèle de McCloskey, 1985, et le modèle développemental de Von Aster et Shalev, 2007). Nous avons également dégagé des critères d'analyse relatifs au fonctionnement cognitif des activités mathématiques (sur base de modèles comme le modèle de choix stratégiques de Shrager et Siegler, 1998, pour le calcul, par exemple, ou le modèle de Barrouillet, Camos, Perruchet, et Seron, 2004, pour le transcodage). Enfin, nous avons étudié l'impact de certaines fonctions cognitives sous-jacentes (mémoire de travail, fonctions attentionnelles, habiletés visuo spatiales et gnosies digitales) dans les activités mathématiques.

Afin d'articuler nos critères au sein d'une grille d'analyse fonctionnelle, nous avons identifié, sur base de nos deux revues de littérature, quatre grandes catégories de tâches (tâches où le nombre est utilisé pour exprimer une quantité ou une position, tâches de résolution d'opération, tâches portant sur les codes numériques et le transcodage et tâches visant à évaluer la représentation mentale du nombre). Nous avons ensuite répertorié, dans les tests, les tâches relatives à ces quatre catégories et repris les critères identifiés dans nos revues pour les analyser. Les grilles d'analyse relatives à nos quatre catégories de tâches sont décrites dans la suite de cette section.

1. Tâches où le nombre est utilisé pour exprimer une quantité ou une position

Le nombre permet de désigner des quantités (aspect cardinal) et des positions (aspect ordinal). Nous avons donc recherché dans chacun des tests si ces deux fonctions étaient présentes. Pour ce qui est de l'utilisation du nombre pour désigner une quantité, nous avons analysé plus en détails les quatre procédures de quantification que nous avons pu identifier dans les deux revues de littérature (didactique et cognition numérique) : la correspondance terme à terme, le dénombrement, l'estimation et le *subitizing*. La figure suivante résume les différents critères retenus pour ces types de tâches (critères didactiques, cognitifs et commun aux deux champs disciplinaires) :

³ Ce modèle postule l'existence de trois systèmes de représentation des nombres : le code oral, dans lequel les nombres sont représentés par des ensembles de mots (par exemple : « trois » prononcé \tʁwa\), le code arabe, dans lequel les nombres sont représentés par des chiffres arabes (par exemple : « 3 ») et le code analogique non symbolique permettant d'appréhender le sens du nombre (par exemple : o o o).

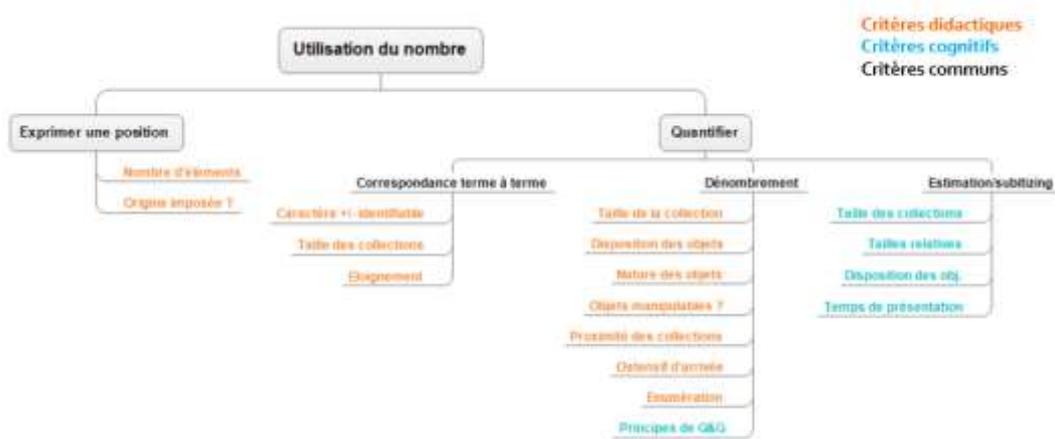


Figure 1 – Critères d'analyse des tâches dans lesquelles le nombre est utilisé pour exprimer une position/quantifier

2. Tâches visant à évaluer les représentations du nombre

Il existe différentes théories en cognition numérique relatives à la nature des représentations de la magnitude des nombres (Noël, 2005). Dans chaque test, nous avons donc recherché les types de représentation (décimale ou analogique) évalués et la façon dont ces représentations sont évaluées. Nous avons identifié 3 grands types de tâches permettant d'évaluer les représentations analogiques : les tâches de comparaison analogique, les tâches de comparaison faisant intervenir le code oral ou arabe ainsi que celles de placement sur une ligne numérique. En ce qui concerne l'évaluation des représentations décimales et de la compréhension de notre système de numération, nous avons considéré deux grands types de tâches : les tâches relatives aux écritures des nombres et les tâches faisant intervenir des collections matérielles. La figure suivante présente les différents critères utilisés pour l'analyse de ces différents types de tâches.

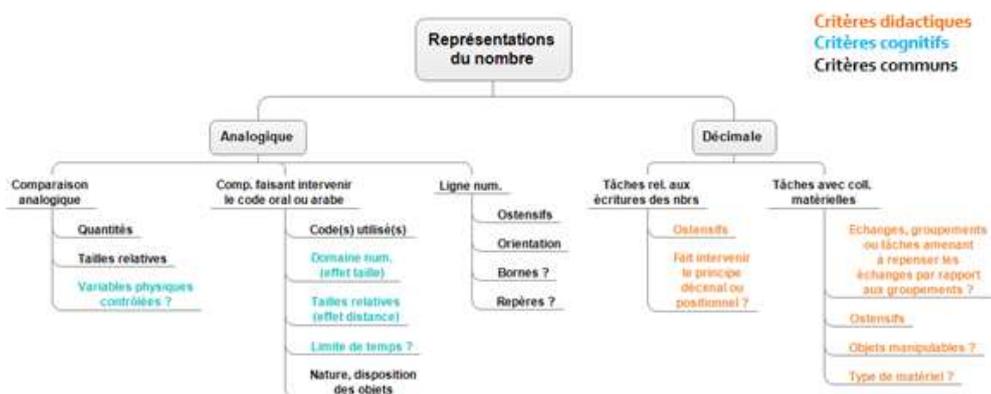


Figure 2 – Critères d'analyse des tâches dans lesquelles interviennent différentes représentations du nombre

3. Tâches portant sur les codes numériques et le transcodage

Nous avons également identifié dans les tests les éventuelles tâches permettant de déterminer la maîtrise du code oral (étendue de la partie stable et conventionnelle de la suite numérique verbale ainsi que son organisation selon le modèle de Fuson et al., 1982). Nous avons également recensé les autres types de tâches visant spécifiquement l'évaluation de la

maîtrise du code oral par l'enfant. Nous avons fait de même pour le code écrit. En ce qui concerne le passage d'un code à l'autre, nous avons retenu les critères suivants :



Figure 3 – Critères d'analyse des tâches de transcodage

4. Tâches de résolution d'opérations

Enfin, nous avons identifié parmi les tâches proposées dans les tests, trois catégories de tâches nécessitant la résolution d'une opération : les opérations analogiques faisant intervenir un support matériel (de type boîte noire, par exemple), les opérations symboliques (par exemple, « $2+3= \dots$ ») faisant intervenir le code écrit ou oral et les opérations à énoncé verbal consistant à résoudre un problème faisant intervenir une opération. Les critères utilisés pour l'analyse de ces différentes catégories de tâches sont résumés dans la figure suivante :

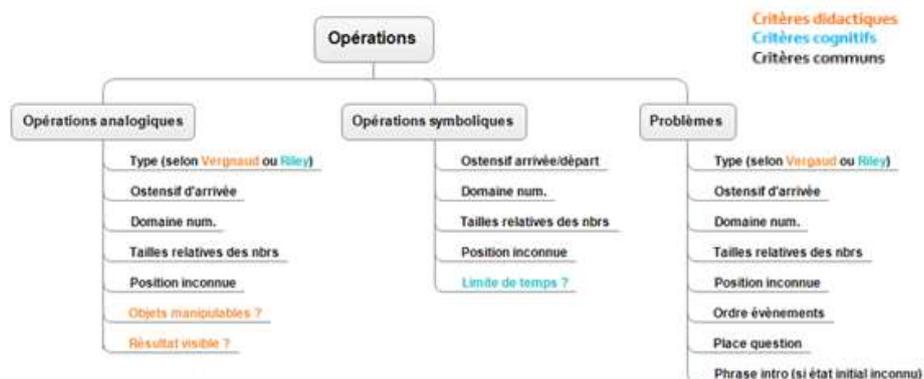


Figure 4 – Critères d'analyse des tâches de résolution d'opérations

III. ANALYSE DU TEDI MATH

La batterie de test Tedi-Math (Van Nieuwenhoven et al., 2001) a été mise au point en 2001 sur la base de fondements théoriques issus de la théorie piagétienne du nombre mais également de connaissances plus récentes en neuropsychologie et sciences cognitives. Il s'agit d'une batterie « papier-crayon » en français dont l'utilisation est destinée à divers professionnels médicaux (orthophonistes, psychologues, ...) dans le but de diagnostiquer les composantes déficitaires des compétences numériques. Elle s'adresse à des enfants de la moyenne section maternelle au CE2 (c'est-à-dire entre 4 et 9 ans) et a été étalonnée sur 583 enfants français et belges francophones.

1. Utilisation du nombre

Le Tedi-Math ne comporte pas d'épreuves dans lesquelles le nombre est utilisé dans son aspect ordinal. Quant aux procédures de quantification, seul le dénombrement est évalué et

cela à travers différents types de tâches. Certaines évaluent la procédure en elle-même (principes de Gelman et Gallistel) : l'enfant doit dire combien d'éléments comporte une collection donnée (avec variation de la disposition et de la nature des éléments). D'autres cherchent à évaluer le recours spontané au dénombrement : l'enfant doit construire une collection équipotente à une collection donnée.

Concernant les variables utilisées dans ces tâches, deux éléments peuvent être soulignés. Tout d'abord, lors de la construction de collection équipotente, la collection modèle reste accessible, ce qui ne favorise pas l'utilisation de procédures faisant appel au dénombrement, la correspondance terme à terme restant possible. Pourtant, la tâche ne sera considérée comme réussie que si l'enfant effectue un dénombrement. Ensuite, les collections qui interviennent dans les tâches de dénombrement sont toujours composées d'objets non manipulables (illustrations sur papier). Or, l'énumération est plus compliquée pour ce type de collection (Briand, 1993). En effet, la séparation entre objets comptés et non comptés doit se faire mentalement, l'enfant ne disposant pas de quoi effectuer un marquage. Des difficultés d'énumération peuvent donc avoir des répercussions sur les tâches de dénombrement du test et celles-ci ne seront pas identifiées puisqu'aucune tâche ne permet l'évaluation de cette compétence particulière qu'est l'énumération.

2. Représentations du nombre

D'après ses auteurs (Van Nieuwenhoven et al., 2001), le Tedi-Math permet d'évaluer les représentations analogiques (comparaison de collections) ainsi que l'accès aux représentations analogiques via les codes symboliques (comparaison de nombres oraux et arabes). Il ne contient, en revanche, pas de tâche de placement sur une ligne numérique.

En ce qui concerne la représentation en base 10, on retrouve une seule tâche mettant en jeu le code arabe : l'enfant doit entourer, dans un nombre donné, le chiffre des unités ou le chiffre des dizaines. C'est donc la connaissance des conventions concernant le nom donné au chiffre suivant sa position dans le nombre qui est évaluée.

Les autres tâches consistent à dénombrer oralement une quantité (inférieure à 40) représentée par du matériel proportionnel⁴ (bâtonnets et paquets de 10 bâtonnets) ou non-proportionnel (petits jetons de 1€ et grands jetons de 10€) ou inversement à produire la quantité correspondant à un nombre donné. Il est aussi demandé à l'enfant s'il est nécessaire d'ouvrir un fagot si on veut retirer un certain nombre de bâtonnets d'une collection évoquée oralement (par exemple, si on a 15 bâtonnets et qu'on en retire 7). Ce qui est évalué ici ce n'est pas la compréhension de la signification des chiffres en fonction de leur position dans l'écriture du nombre puisque le code écrit n'intervient pas mais la représentation mentale d'un nombre donné oralement (conception dizaine/unité basée sur la numération verbale).

3. Codes et transcodage

Le Tedi-Math évalue, d'après ces concepteurs (Van Nieuwenhoven et al., 2001), la reconnaissance du code oral et arabe à travers une épreuve reconnaissance de chiffres arabes parmi d'autres symboles et de nombres lus parmi d'autres mots ainsi qu'à travers une épreuve de jugement grammatical d'expressions numériques (peut-on dire : « J'ai quinze onze billes » ?). L'étendue de la chaîne numérique et son organisation sont également testées.

En ce qui concerne le transcodage, le test propose une tâche de lecture et écriture de nombres. Parmi les nombres à transcoder (limités à 3 chiffres), on retrouve des primitives

⁴ Nous empruntons cette terminologie à Tempier (2013)

lexicales (les primitives lexicales étant les nombres de 1 à 16, dizaines et puissances de 10), des nombres avec zéros ainsi que des dizaines complexes (70, 80 et 90). Cette tâche rend donc possible une caractérisation précise des difficultés de transcodage.

4. Opérations

Les trois catégories de tâches (opérations analogiques, symboliques et problèmes) permettant d'évaluer la maîtrise des opérations sont présentes dans le Tedi-Math. Les opérations de type analogique testées sont de type composition de mesures avec recherche du tout et transformation de mesures négative avec recherche de l'état final⁵ (selon la classification de Vergnaud, 1990). Elles sont présentées avec un support imagé et un résultat visible et peuvent donc être résolues par dénombrement. Les opérations symboliques (additions et soustractions de nombres inférieurs à 100 et multiplications de nombres inférieurs à 10) sont écrites en chiffres arabes et leur résolution n'est ni chronométrée ni limitée dans le temps, ce qui ne permet pas d'identifier les calculs automatisés ou non. Enfin, pour ce qui est des opérations à énoncé verbal et de la formulation des énoncés, l'ordre chronologique est respecté, la question se situe toujours à la fin et une phrase introduit le problème si l'état final est inconnu. Les problèmes sont uniquement de type transformations positives ou négatives de mesures avec recherche de l'état final, initial ou de la transformation.

Notons également que le Tedi-Math propose diverses tâches visant à évaluer les opérations logiques (sériation, classification, conservation, inclusion) dans des situations numériques uniquement. En revanche, aucune tâche spécifique ne permet l'évaluation de fonctions cognitives sous-jacentes telles que la mémoire de travail ou les fonctions visuo-spatiales.

5. Conclusions de l'analyse

Notre analyse nous permet d'identifier clairement ce qui est évalué par le dispositif et ce qui ne l'est pas. Ces éléments sont synthétisés dans le tableau ci-dessous.

Ce qui est évalué dans le Tedi-math	Ce qui n'est pas évalué dans le Tedi-math
Organisation et étendue de la suite numérique verbale	Aspect ordinal du nombre
Dénombrement (principes de Gelman et Gallistel)	Enumération
Coordination comptage oral/pointage	Estimation et <i>subitizing</i> pour quantifier une collection
Comparaisons analogiques	Représentation sur une ligne numérique
Représentation analogique du nombre via le code oral et le code arabe	Compréhension du système de numération décimal positionnel
Représentation en base 10 d'un nombre oral	Opérations de type comparaison de mesures, composition de transformations, transformation d'une relation et composition de relations
Reconnaissance du chiffre des unités/dizaines	
Reconnaissance du code oral et du code	Faits arithmétiques (tables d'addition et de

⁵ La tâche est réalisée avec un support imagé et les énoncés sont de type « Sur cette image, il y a deux ballons rouges et trois ballons bleus. Combien y a-t-il de ballons en tout ? » (composition de mesures) ou encore « Le monsieur tient cinq balles sur son doigt. Si deux balles tombent, combien restera-t-il de balles sur son doigt ? » (transformation de mesures négative)

arabe	multiplication)
Transcodage des nombres de 1 à 3 chiffres	Fonctions cognitives sous-jacentes
Résolution d'opérations analogiques (composition de mesures positive et transformation de mesures négative), verbales (transformation de mesures) et symboliques (+, -, x)	(mémoire, fonctions attentionnelles/ exécutives, visuo-spatiales et gnosies digitales)
Opérations logiques	

Tableau 1 – Eléments évalués et non évalués dans le Tedi-Math

De plus, l'analyse didactique des variables choisies nous permet de remettre en question certaines tâches. C'est le cas notamment de la tâche consistant à construire une collection équipotente à une collection donnée dans laquelle les variables choisies ne favorisent pas les procédures attendues comme nous l'avons précisé précédemment.

IV. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Les cadres didactiques que nous avons mobilisés (théorie des situations didactiques et des champs conceptuels), en plus de nous servir d'outil d'analyse nous permettant de structurer notre grille, nous apportent également un autre regard sur les tests issus de la cognition numérique qui ne sont pas destinés au milieu scolaire. Ils fournissent ainsi un cadre d'analyse critique permettant de mettre en évidence certains biais de ces tests au regard de ce qui est enseigné et des connaissances en didactique (éléments non évalués comme l'énumération ou remise en question du choix des variables dans certaines tâches). Ces éléments confortent donc l'intérêt de la didactique des mathématiques dans la recherche concernant la dyscalculie, en particulier en ce qui concerne le diagnostic.

Par la suite, nous avons dégagé un ensemble de tâches pouvant être exploitées par les différents professionnels concernés (en particulier, par les enseignants et les orthophonistes). Les caractéristiques de ces tâches ont été déterminées en regard de notre analyse des tests et de l'ensemble de l'état de l'art réalisé (en didactique et cognition numérique). C'est sur cette base que nous avons conçu un dispositif de repérage de difficultés en mathématiques dont l'étude expérimentale est actuellement en cours.

REFERENCES

- American Psychiatric Association. (2015) *Manuel diagnostique et statistique des troubles mentaux (DSM-5)*. Paris, France : Elsevier Masson.
- Barrouillet P., Camos V., Perruchet P., & Seron X. (2004) ADAPT: a developmental, asemantic, and procedural model for transcoding from verbal to arabic numerals. *Psychological review* 111(2), 368-394.
- Briand J. (1993) *L'énumération dans le mesurage des collections. Un dysfonctionnement dans la transposition didactique*. Thèse. Université de Bordeaux-I.
- Brousseau G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Dehaene S. (1992) Varieties of numerical abilities. *Cognition* 44, 1-42.
- Dehaene S. (2010) *La bosse des maths : Quinze ans après*. Paris : Odile Jacob.
- Fischer J.-P. (2007) Combien y a-t-il d'élèves dyscalculiques ? *ANAE Approche neuropsychologique des apprentissages chez l'enfant* 93, 141-148.

- Fuson K. C., Richards J., & Briars D. J. (1982) The acquisition and elaboration of the number word sequence. *Children's logical and mathematical cognition* 1, 33- 92.
- Giroux J. (2011) Pour une différenciation de la dyscalculie et des difficultés d'apprentissage. In V. Freiman, A. Roy & L. Theis (Éd.) *Actes du colloque du Groupe de Didactique des Mathématiques du Québec* (pp. 148-158).
- Institut National de Santé et de Recherche Médicale (2007) *Expertise collective. Dyslexie, dysorthographe, dyscalculie. Bilan des données scientifiques*. Paris : Éditions INSERM.
- Ministère de la Santé et des Solidarités (2005) *Loi n° 2005-102 du 11 février 2005 pour l'égalité des droits et des chances, la participation et la citoyenneté des personnes handicapées* (JO n°36 du 12 février 2005). Repéré à <https://www.legifrance.gouv.fr/affichTexte.do?cidTexte=JORFTEXT000000809647&categorieLien=id>
- McCloskey M., Caramazza A., & Basili A. (1985) Cognitive mechanisms in number processing and calculation : evidence from dyscalculia. *Brain Cognition* 4, 171-196.
- Noël M. P. (2005) La représentation sémantique du nombre : son développement et ses troubles. In M. P. Noël (Éd.), *La dyscalculie. Trouble du développement numérique de l'enfant* (pp. 105-137). Marseille : Solal.
- Shrager J., Siegler R. S. (1998) SCADS: A model of children's strategy choices and strategy discoveries. *Psychological Science* 9(5), 405- 410.
- Tempier F. (2013) *La numération décimale à l'école primaire. Une ingénierie didactique pour le développement d'une ressource*. Thèse de doctorat. Université Paris-Diderot-Paris VII.
- Van Nieuwenhoven C., Grégoire J., & Noël M.P. (2001) *Tedi-Math. Test diagnostique des compétences de base en mathématiques*. Paris : ECPA.
- Vergnaud G. (1990) La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 10/2-3, 133-170.
- Von Aster M., Shalev R. S. (2007) Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine & Child Neurology* 49, 868–873.