

RECHERCHE COOPERATIVE SUR L'INTRODUCTION DE LA GEOMETRIE DYNAMIQUE EN SEGPA

ATHIAS^{1*} Francine – LE BORGNE^{2**} Philippe

Résumé – Notre recherche s'intéresse à l'enseignement de la géométrie en SEGPA. Elle est organisée au sein d'un collectif de professeurs et de chercheurs. Ce collectif cherche à élaborer, à tester en classe puis à améliorer dans un processus itératif, des situations mobilisant à la fois des instruments usuels et la géométrie dynamique. Pour rendre compte des échanges dans le collectif et dans les classes, nous nous appuyons sur des éléments issus de la théorie de l'action conjointe en didactique.

Mots-clés : géométrie, géométrie dynamique, processus itératif, difficultés d'apprentissage, didactique.

Abstract – The research process gathers teachers and researchers through a common project. We try to elaborate geometrical situations using instruments for geometry (compass, ruler...) and dynamic geometry for students with learning difficulties (SEGPA's students). We try to show how this joint action enables to build and rebuild in an iterative way some interesting situations to teach geometry.

Keywords: geometry, dynamic geometry, iterative way, learning difficulties, didactic.

I. INTRODUCTION

1. Géométrie

Nous avons envisagé l'usage de la géométrie dynamique au cycle 3, comme moyen d'explicitation des propriétés de géométrie (Athias, 2014.b, Athias et Le Borgne, 2017). Les résultats de ces recherches portent sur les pratiques des professeurs, qui intègrent un logiciel de géométrie dynamique. Une description et une analyse de cette intégration mettent ainsi au jour des liens entre l'environnement papier-crayon et l'environnement dynamique. Dans les tâches de description et de reproduction, les professeurs conduisent les élèves à travailler avec une figure matérielle (Celi et Perrin-Glorian, 2014), c'est-à-dire un dessin géométrique que l'on peut décrire ou reproduire en utilisant les instruments de géométrie de manière à mettre en évidence ses caractéristiques géométriques. Par ailleurs, certains élèves ayant des difficultés en géométrie se sont révélés être très intéressés par la géométrie dynamique.

2. Contexte de la recherche

En nous appuyant sur ces résultats antérieurs, nous proposons d'introduire en lien avec l'environnement papier-crayon un logiciel de géométrie dynamique, dans des classes de SEGPA³. Au collège, ces classes accueillent des élèves présentant des difficultés scolaires graves et persistantes auxquelles n'ont pu remédier les actions de prévention, d'aide et de soutien. Les instructions officielles concernant ces élèves recommandent de créer un climat de confiance ainsi qu'un contexte pédagogique stimulant. Du point de vue des apprentissages, l'objectif est de permettre à tous les élèves d'acquérir, à l'issue de leur scolarité, la maîtrise d'éléments du socle commun de connaissances, de compétences et de culture du cycle 3. L'adaptation des situations doit porter sur l'organisation des situations et sur la présence du professeur.

¹ * CREAD– France– francine.athias@espe-bretagne.fr

² * LmB– France – philippe.leborgne@univ-fcomte.fr

³ SEGPA : Section d'Enseignement Général et Professionnel Adapté

Les deux professeures ont déjà entendu parler de logiciels de géométrie dynamique. Elles voudraient bien « se lancer » mais seules, elles n'ont pas envie de commencer. C'est que, comme tout logiciel mathématique, le logiciel de géométrie dynamique GeoGebra laisse au professeur une marge de manœuvre considérable pour interpréter comment il peut servir de ressource pédagogique (Ruthven, 2017). C'est dans ce contexte que nous leur avons proposé de monter cette ingénierie coopérative.

3. *Ingénierie coopérative*

Nos recherches ont montré des intérêts et des limites dans l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique. Par exemple, les professeurs ont organisé des orchestrations intéressantes (Trouche, 2005), que les chercheurs n'avaient pas envisagées. Dans le même temps, ils n'utilisent pas toutes les potentialités de la géométrie dynamique (Athias, 2014.a). Nous avons organisé un collectif de deux professeures de SEGPA et de deux chercheurs à la manière d'une ingénierie coopérative (Sensevy, 2015). Une ingénierie coopérative peut se caractériser comme une activité conjointe entre professeurs et chercheurs autour d'un projet commun de conception et d'analyse de séquences d'enseignement et d'apprentissage. Cette enquête commune se centre à la fois sur des savoirs géométriques que l'on veut enseigner et sur la production de dispositifs et de gestes d'enseignement. Les séances sont alors produites par le collectif et sont mises en œuvre par les professeurs. Elles sont ensuite analysées et retravaillées pour être de nouveau réimplantées en classe. Nous postulons ainsi la nécessité de travailler conjointement pour améliorer le curriculum (Sensevy et al., 2013) et pour augmenter la compréhension par les chercheurs et les professeurs des conditions et des contraintes permettant les apprentissages. Cette compréhension est importante dans notre étude avec des élèves de SEGPA, puisqu'il s'agit d'élèves ayant des difficultés persistantes d'apprentissage. Décrire et comprendre ce qui se passe en classe lorsque la géométrie dynamique est introduite dans des séquences de géométrie.

Nous voulons étudier comment le professeur et les élèves prennent en compte la figure matérielle et souhaitons analyser comment cette question est prise en compte par le collectif. Dans le cadre de cette communication, nous faisons le choix de nous focaliser sur les échanges dans le collectif et dans la classe autour de la figure matérielle, dans l'environnement papier-crayon. En effet, le collectif a décidé de faire d'abord travailler les élèves dans cet environnement. Les interrogations autour de la figure matérielle et les éléments géométriques qui la constituent seront retravaillées dans l'environnement dynamique, mais cette étude ne sera pas proposée ici. Il est important de noter que cet arrière-plan de la géométrie dynamique est présent du côté des chercheurs, mais pas encore du côté des professeurs. L'objet de cette ingénierie coopérative à terme est de développer cet arrière-plan commun.

II. ÉLÉMENTS THEORIQUES ET METHODOLOGIQUES

1. *Théorie de l'action conjointe*

Pour l'analyse, nous nous appuyons sur les concepts de la théorie de l'action conjointe en didactique (TACD, Sensevy, 2011). Cette théorie a été conçue pour l'analyse du système constitué du professeur, de l'élève et du savoir. Nous postulons qu'au sein de l'ingénierie coopérative s'actualisent des processus didactiques, au sens où à certains moments les professeurs enseignent aux chercheurs et à d'autres moments, c'est le contraire. Dans les analyses que nous menons, nous avons deux familles de situations didactiques pour lesquelles nous utilisons le modèle du jeu (Sensevy, 2012).

Une première famille de situations didactiques est classiquement celles qui sont vécues par le professeur, les élèves autour d'un savoir. Le jeu consiste à modéliser l'action du professeur et des élèves en classe, où le professeur est soumis à un paradoxe (Brousseau, 1998) : il sait mais il doit laisser les élèves agir et faire ainsi l'expérience de la puissance d'agir. La notion de jeu d'apprentissage permet de rendre compte de l'action effective du professeur sur l'élève et réciproquement, dans une dialectique contrat-milieu, par rapport à un certain enjeu de savoir. Le contrat didactique (Sensevy, 2011) est entendu comme système d'habitudes ou d'attentes du professeur et des élèves (le déjà-là, le déjà-su, ...). Le milieu didactique (Sensevy, 2011) est défini en prenant appui sur la proposition de Brousseau (2010, p.3) : « Tout ce qui agit sur l'élève et/ou sur quoi l'élève agit ». Il rend compte des possibles et des nécessaires qui constituent l'environnement matériel et symbolique de l'action didactique.

Une seconde famille de situations, que nous qualifions également de situations didactiques est celles qui sont vécues dans le collectif professeurs et chercheurs. Le jeu consiste à modéliser l'action des professeurs et des chercheurs, au sein de l'ingénierie coopérative. C'est un jeu particulier dans la mesure où aucun des actants ne connaît la réponse au problème posé. Les chercheurs et les professeurs ont à développer une expertise commune : les chercheurs se rendront progressivement capables d'utiliser certains éléments du langage des professeurs, les professeurs devront se rendre capables de parler certains éléments du langage des chercheurs. Le problème que le collectif a à résoudre est de créer des situations pour des élèves ayant des difficultés d'apprentissage. Tous les échanges dans le collectif des professeurs et des chercheurs ont comme background ce qui pourrait se passer en classe (la première famille de situations).

Nous nous interrogeons sur les deux familles de situations : comment les échanges au sein du collectif de professeurs et de chercheurs conduisent à produire un langage commun sur l'enseignement de la géométrie ? Comment ce langage commun oriente les actions du professeur dans la classe ?

2. *Éléments méthodologiques*

Les séances de travail coopératif et les séances de classe sont enregistrées. Nous nous appuyons sur le film d'étude. Les séances construites collectivement sont discutées ensemble et sont en ligne pour pouvoir les annoter au fur et à mesure de l'avancée dans le temps. Les données sont réduites sous forme de synopsis pour donner à voir l'ensemble de la recherche, à une échelle macro. Les transcriptions permettent ensuite l'analyse à une échelle méso voire micro.

III. EXPERIMENTATIONS

1. *Les séances de travail coopératif*

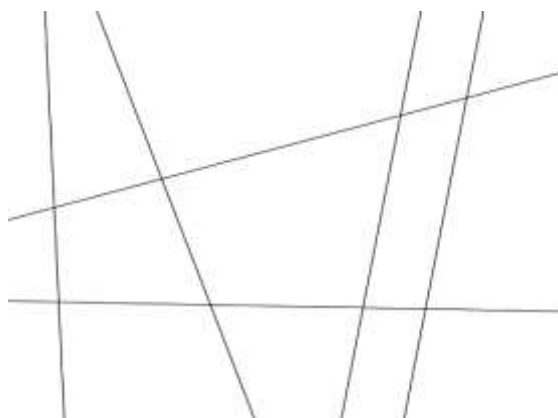
La recherche a débuté réellement en septembre 2017. Nous avons au moment de l'écriture de cette communication trois réunions collectives (R1, R2, R3) et une séquence de classe (S1).

Juin 2017 R1	Sept 2017 R2	Nov 2017 S1	Déc 2017 R3	...
Préparation du travail professeures- chercheurs	Travail professeures- chercheurs	Mise en œuvre en classe	Travail professeures- chercheurs	

Figure 1 – Tableau des séances

2. La première séance de classe, telle qu'elle est prévue

Nous allons présenter la première séance de classe (de la séquence S1). Le scénario est construit collectivement et repose sur la figure ci-dessous. Les professeures proposent aux élèves «d'identifier et de repérer les différents éléments de géométrie qui la composent » (cf. figure 2).

**Figure 2** – la figure proposée aux élèves

Pour analyser la séance prévue, nous (les chercheurs) avons procédé de la manière suivante. Nous présentons une analyse *a priori* (Assude et Mercier, 2007). Elle se décline en trois temps : un premier temps, une analyse descendante qui décrit les savoirs mathématiques en jeu, un deuxième temps, une analyse ascendante qui envisage les techniques d'élèves et un troisième temps qui envisage les difficultés didactiques que le professeur pourrait rencontrer. Nous avons fait le choix de ne pas partager cette analyse avec les professeures.

Analyse des savoirs mathématiques en jeu

Dans la figure envisagée, six droites sont tracées ; certaines sont deux à deux parallèles ou perpendiculaires. L'intersection de deux droites met en évidence des points. Ainsi, la figure permet d'investir les connaissances liées à la position relative de droites et le vocabulaire associé (sécantes, parallèles ou perpendiculaires). En cinquième de SEGPA, ces connaissances géométriques ont déjà été travaillées en sixième et à l'école primaire.

Analyse des techniques possibles des élèves

Pour la figure proposée, une première technique consiste à voir et à reconnaître perceptivement les droites perpendiculaires ou parallèles, les points à l'intersection de deux droites. Une deuxième technique consiste à voir perceptivement puis reconnaître et vérifier en utilisant les instruments usuels de géométrie, si les droites sont parallèles ou perpendiculaires. Aucune technique instrumentale ne permet à l'élève de placer des points.

Difficultés didactiques possibles pour le professeur

Ce troisième temps de l'analyse a été largement discuté dans le collectif professeurs-chercheurs. Ce sont les professeurs qui ont proposé cette figure pour leur classe. Le collectif a tenté de répondre aux modalités de mise en œuvre en lien avec les connaissances géométriques visées. L'environnement papier-crayon ou l'environnement dynamique ont été envisagés. Le point de vue des chercheurs sur les apports d'une figure dynamique a été présenté. Le point de vue des professeurs a mis en évidence des conditions de mise en œuvre. C'est ainsi que le topos des chercheurs ou des professeurs était plus ou moins élevé en fonction des contraintes de chacun. Finalement, les professeurs ont choisi l'environnement papier-crayon. Le deuxième choix qui a été discuté concernait la présence de lettres et de codage sur la figure. Les professeurs souhaitent rendre nécessaires les noms des points en établissant des situations de communication. Cette dimension semble importante en classe de SEGPA. De la même manière, les professeurs préfèrent que le codage intervienne plus tard, lorsque les élèves ont utilisé les instruments de géométrie pour attester des propriétés (égalité de longueurs, angle droit...). Les chercheurs ont interrogé les professeurs sur le déroulé de cette mise en œuvre. Cet aspect sera donc spécifiquement étudié lors de la réalisation de la classe *in situ*.

3. La séance de classe mise en œuvre

La séance de classe organisée autour de la figure travaillée par le collectif s'est déroulée finalement en trois séances. Au cours de la première séance, les deux professeurs ont choisi de demander aux élèves de se souvenir des mots du champ sémantique de la géométrie (non filmée). Au cours de la deuxième séance (filmée), elles ont décidé de projeter la figure au tableau, sans utiliser le logiciel de géométrie dynamique. Au cours de la troisième séance, elles ont résumé ce qu'ils avaient vus sur la figure.

4. Les premiers éléments de description et d'analyse de la séance filmée

La séance envisagée par le collectif autour de la figure de géométrie a finalement pris beaucoup plus de temps que prévu. Cette différence de temps mérite d'être interrogée.

L'action en classe est modélisée sous la forme d'un jeu d'apprentissage. Pour gagner à ce jeu, il faut dans un premier temps repérer puis nommer les objets géométriques pour pouvoir expliquer où ils sont dans la figure. Autrement dit, à ce stade, l'enjeu est de repérer puis de nommer les points et les droites. Pour pouvoir jouer à ce jeu, la professeure et les élèves s'appuient sur le « déjà-là », ce « déjà-là » est modélisé sous la notion de contrat didactique, avec une part transactionnelle et une part épistémique. D'une part, les habitudes de classe règlent les manières d'interagir. Par exemple, lorsque la professeure pose une question, l'élève répond. Ou lorsque la professeure explique que les explications sont difficiles à donner, l'élève sait que la question posée n'a peut-être pas de réponse. D'autre part, la professeure et les élèves savent que des éléments géométriques ont déjà été rencontrés. Les élèves savent reconnaître des droites, des droites parallèles, des angles droits.

Les deux professeurs ont défini le jeu. Dans la classe de P1, la professeure demande de faire la restitution de la recherche opérée dans chaque groupe. Dans la classe de P2, la professeure demande d'identifier les éléments géométriques (sans recherche en groupe). Dans les deux classes, la consigne est de ne pas se lever.

Cette consigne est habituelle (elle fait partie des habitudes en géométrie). Elle est claire et les élèves acceptent cette règle du jeu.

Ce qui nourrit le jeu, c'est la figure affichée au tableau, les questions de la professeure, les réponses des élèves. Ce jeu est complexifié par l'impossibilité de se déplacer. Ces éléments sont modélisés par la notion de milieu, en tant que milieu qui pose problème. Lorsque le problème sera résolu, alors les élèves sauront que pour communiquer les éléments géométriques (que l'on a repérés), il est nécessaire de les nommer (dans le cadre de cet exposé, nous focalisons notre analyse sur ce point).

Dans la classe 1, un élève explique que les droites sont là-bas, puis à droite. Le jeu se déroule donc sur un « dessin », pris au sens d'une image (on est dans le paradigme 1 de Houdement & Kuzniak, 1999). Les élèves s'appuient sur leurs habitudes de l'espace, en utilisant le vocabulaire de la vie quotidienne. Le milieu n'offre aucune résistance. La professeure choisit à ce moment-là de montrer au tableau. Elle laisse de côté momentanément l'enjeu. Elle y revient, un peu plus tard en demandant aux élèves de nommer un segment, toujours sans le montrer. Un élève répond en s'appuyant sur les habitudes de classe de géométrie, soulignant ainsi l'importance de ces habitudes. Le segment est nommé [AB], sans qu'à aucun moment la notion de point soit évoquée.

Dans la classe 2, un élève parle des droites qui « sont là, là et là ». Il voudrait se lever pour aller les montrer. La professeure l'en empêche. À ce moment-là, il s'appuie sur ses habitudes en géométrie mais cette fois s'interroge sur l'absence de notation. Ici, le milieu résistant (ne pas pouvoir communiquer) active le contrat (les habitudes de nommer en géométrie).

IV. CONCLUSION-DISCUSSION

1. *De la nécessité de travailler avec les professeurs*

Notre questionnement porte sur les deux niveaux de jeu.

Comment les échanges au sein du collectif de professeurs et de chercheurs conduisent à produire un langage commun sur l'enseignement de la géométrie ? Comment ce langage commun oriente les actions du professeur dans la classe ?

Le problème posé aux élèves, à savoir nommer les éléments géométriques, se superpose au problème de décrire les éléments géométriques. La nouvelle règle du jeu qui empêche le déplacement des élèves, ne garantit pas de mettre en évidence la nécessité de repérer les objets géométriques et des relations entre eux (parallélisme ou perpendicularité), ni de nommer ces objets. Dans les deux classes, cette question du nom des objets apparaît, mais assez tardivement (15 min dans la classe 1 qui en comptent 18; 17min dans la classe 2 qui en comptent 42). Les seuls objets nommés sont les droites, par exemple la droite (a) ou les segments, par exemple le segment [AB], sans préciser ce que représentent A et B.

La séance a été élaborée par le collectif et a fait l'objet d'échanges, avant sa mise en œuvre. La figure proposée aux élèves ne comporte aucun nom. Le problème proposé aux élèves consiste à analyser la figure (P1 : « si les gamins analysent. Il y a deux droites parallèles »), et à exprimer la nécessité de nommer les objets géométriques (P1 : « Il faut qu'on sache de quelles droites on parle »). La question de la reconnaissance de points est également évoquée dans le groupe (C : « Pour faire émerger les points », confirmé par les deux professeurs). Comme nous l'avons vu, l'analyse de la figure conduit les élèves à nommer les droites. Dans une classe, la dénomination des droites est à l'initiative d'un élève, dans l'autre classe, elle est à l'initiative de la professeure. Les points ne sont pas du tout évoqués. Ainsi, le collectif a évoqué la question des points dans une figure avant la séance de classe. Pourtant, lorsque les élèves n'évoquent pas les points de la figure, les professeurs n'éprouvent pas la nécessité de le faire. Après l'analyse de la séance de classe au sein du

collectif, elles expliquent qu'elles n'avaient pas pensé que le repérage des points dans une figure posait problème à leurs élèves. La suite des séances a montré que ce n'était pas le fait de nommer les points qui était difficile, mais plutôt de les repérer. Cette nouvelle connaissance pour les professeures et les chercheurs devrait donc permettre d'aborder la géométrie dynamique. Par ailleurs, la séance autour de la figure va être retravaillée dans le collectif, prenant ainsi en compte les résultats de cette première année.

L'hypothèse initiale concernant l'introduction de la géométrie dynamique (cette intégration permettra aux élèves d'explicitier les propriétés géométriques) nous apparaît finalement trop large. Elle porte maintenant sur la mise en évidence d'objets invisibles aux élèves. Voir le point d'intersection de deux droites sécantes n'est pas immédiat pour les élèves dans notre étude. Nous nous interrogeons de savoir si c'est une spécificité de ces élèves ou si elle concerne d'autres élèves. Ce que nous pouvons avancer, c'est que le logiciel peut rendre visible ce point (la croix et le nom). Il reste donc à créer une situation rendant nécessaire ce point d'intersection. C'est l'objet de la suite de notre travail, en appui sur l'environnement dynamique.

2. La poursuite de l'expérience

Cette première année de recherche n'est que le premier pas, dont les attendus portent sur une meilleure compréhension de l'enseignement de la géométrie en SEGPA, pour les chercheurs et les professeures. Cette meilleure compréhension a pour finalité de rendre accessibles des connaissances géométriques aux élèves, et en particulier aux élèves ayant des difficultés d'apprentissage. Nous faisons l'hypothèse que la géométrie dynamique peut aider à la conceptualisation des notions géométriques, en appui sur le déplacement. Les élèves vont découvrir le logiciel de géométrie dynamique avec leurs professeures. Ils vont être confrontés à de nouveaux problèmes. Les connaissances instrumentales sont-elles des freins à l'apprentissage pour des élèves ayant des difficultés d'apprentissage ? Au contraire, peuvent-elles permettre de rendre compte de propriétés mathématiques, devenues invisibles dans l'environnement papier-crayon ? Pour tenter d'y réfléchir, il est nécessaire, d'une part de mener de nouvelles enquêtes dans le collectif de professeures et de chercheurs et d'autre part, de mettre en œuvre des séances, pour lesquelles les enjeux de savoir et les moments-clés de l'apprentissage ont été partagés. Collectivement, nous nous interrogeons sur l'élaboration de situations permettant à ces élèves ayant des difficultés d'apprentissage de travailler sur les figures matérielles, qu'elles soient dans l'environnement papier-crayon (avec les instruments usuels) ou dans l'environnement dynamique (avec les connaissances instrumentales).

REFERENCES

- Assude T., Mercier A. (2007) L'action conjointe professeur-élève dans un système didactique orienté vers le mathématiques. In G. Sensevy & A. Mercier (Éd.). *Agir ensemble. L'action didactique conjointe du professeur et des élèves* (pp. 153-185). Rennes : Presses Universitaires.
- Athias F. (2014.a) *La géométrie dynamique comme moyen de changement curriculaire*. Thèse de doctorat, Marseille.
- Athias F. (2014.b) La géométrie dynamique pour éclairer l'usage du compas. *Éducation et didactique* 9 (3), 109-125.
- Athias F., Le Borgne P. (2017) Comparer deux séances de géométrie en cycle 3. *Colloque InterIREM*, Poitiers.
- Brousseau G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La pensée sauvage.

- Brousseau G. (2010) *Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques*. Disponible sur Internet à l'adresse : http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf (consulté le 02 janvier 2019).
- Celi V., Perrin-Glorian M-J. (2014) Articulation entre le langage et traitement des figures dans la résolution d'un problème de construction géométrique. *Spirale* 54, 151-174.
- Houdement C., Kuzniak A. (1999) Un exemple de cadre conceptuel pour l'étude de l'enseignement de la géométrie en formation des maîtres. *Educational Studies in Mathematic* 40, 283-312.
- Ruthven K. (2017) Constructing dynamic Geometry: insights from a study of teaching practices in English schools, In G. Kaiser et al. (Éds.), *Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education*, ICME-13 Monographs, 521-539.
- Sensevy G. (2011) *Le sens du savoir. Éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. De Boeck.
- Sensevy G., Forest D., Quilio S. & Morales G. (2013) Cooperative engineering as a specific design-based research. *ZDM, The International Journal on Mathematics Education* 45(7), 1031-1043.
- Sensevy G. (2012) Le jeu comme modèle de l'activité humaine et comme modèle en théorie de l'action conjointe en didactique. Quelques remarques. *NPPS* 7(2), 105-132.
- Sensevy G. (2015) Le collectif en didactique : quelques remarques. In Y. Matheron, G. Gueudet, V. Celi, C. Derouet, D. Forest, M. Krysinska, S. Quilio, M. Rogalski, T. Angels Sierra, L. Trouche, C. Winslow & S. Besnier (Éds.), *Enjeux et débats en didactique des mathématiques, XVIII école d'été de didactique des mathématiques* (pp.223-253). Brest.
- Trouche L. (2005) Construction et conduite des instruments dans les apprentissages mathématiques : nécessité des orchestrations. *Recherches en Didactique des mathématiques* 25(1), 91-138.