

VERS UNE EPISTEMOLOGIE COMMUNE POUR L'ETUDE DIDACTIQUE DES DEMARCHES D'ENQUETE ET D'INVESTIGATION EN MATHEMATIQUES ET EN PHYSIQUE ?

OUVRIER-BUFFET* Cécile

Résumé – Cet article interroge les fondements épistémologiques des pratiques des chercheurs et leurs transpositions à la classe. Une modélisation de pratiques déclarées de chercheurs contemporains en mathématiques et en physique est proposée. Une analyse d'entretiens permet d'envisager des enrichissements des démarches d'enquête et d'investigation pour la classe.

Mots-clefs : démarches d'investigation, épistémologie contemporaine, conceptions, mathématiques, physique

Abstract – This paper tries to explore the underlying epistemological backgrounds of contemporary researchers in the fields of mathematics and physics. A modelling of the conceptions of some researchers is developed on the basis of interviews with mathematicians and physicians. New perspectives for the teaching of inquiry in the classroom are proposed.

Keywords: inquiry-based education, contemporary epistemology, conceptions, mathematics, physics.

I. CONTEXTE, QUESTIONNEMENT ET POSTURE EPISTEMOLOGIQUE

Les démarches d'investigation existent depuis longtemps au niveau international : objets d'étude pour la recherche en didactique, mais aussi pratiques de classe, nous pouvons et devons (ré)interroger leur épistémologie. Nous utiliserons le sigle générique DEI (Démarches d'Enquêtes et d'Investigations) afin d'englober toute pratique basée sur une activité/démarche scientifique en classe, et ainsi éviter la forte connotation curriculaire véhiculée par l'expression « démarches d'investigations ». L'évolution de la science qui se pratique peut nécessiter un changement de posture épistémologique pour les chercheurs en didactique, et c'est là notre hypothèse de travail. Les relations entre les sciences sont à décrire et se diversifient, voire se complexifient, au fil du temps. En effet, de nouveaux domaines scientifiques apparaissent, générant non seulement des nouveaux types de problèmes, et de nouveaux concepts, mais aussi de nouveaux modes de raisonnements ou de modélisations. L'intégration de ces nouvelles connaissances à l'enseignement pose de multiples questions en lien avec la transposition didactique. Ainsi, dans le cas des DEI, dont les fondements épistémologiques utilisés par les didacticiens sont du siècle dernier (notamment via les textes de Bachelard, Poincaré, Dewey par exemple), une question d'actualité se pose : Comment faire évoluer l'épistémologie des didacticiens ? (en faisant l'hypothèse que nous devons le faire !). Par ailleurs, dans une visée comparatiste, comment comparer les DEI de différents champs scientifiques ? Quelle diffusion de cette évolution de la science dans les classes (quelle nécessité, quelles modalités, avec quels fondements épistémologiques) ?

Pour traiter ces questions, nous faisons le choix de nous placer au sein de l'épistémologie contemporaine pour analyser le savoir scientifique d'aujourd'hui, savoir « en construction ». L'adjectif contemporain renvoie ici à la référence particulière que nous souhaitons donner de notre étude, à savoir la pratique des chercheurs *in statu nascendi*. Pour des raisons méthodologiques, nous ne conduirons pas une étude de chercheurs en train de chercher (ce qu'a fait par exemple Gardes (2013) dans sa thèse auprès d'un chercheur « en action » et d'un autre chercheur à partir de ses publications), mais réaliserons des entretiens avec des mathématiciens et physiciens sur leurs pratiques déclarées. Nous nous inscrivons dans un

* LDAR – France – cecile.ouvrier-buffet@u-pec.fr

mouvement récent au niveau international en didactique des mathématiques, prenant appui sur des entretiens avec des chercheurs en mathématiques pour enrichir l'épistémologie mobilisée dans les travaux en didactique¹. A titre d'exemple, citons Rasmussen et al. (2005) sur *l'avancing mathematical activity*, Weber & Mejia-Ramos (2011) et Alcock (2010) qui mettent l'accent sur l'intérêt d'études de pratiques expertes à la fois pour produire de nouvelles situations d'apprentissage mais aussi pour identifier les spécificités de compétences transversales mobilisées dans ce qui relève du *problem-solving* et plus particulièrement la preuve. Cela va de pair avec l'idée d'un enseignement proche de pratiques expertes.

Nous réduisons notre étude expérimentale et prospective aux mathématiques et à la physique. Ce choix disciplinaire pourra être élargi ultérieurement à d'autres sciences (Sciences de la Vie et de la Terre, Chimie, Informatique ...). Nous reviendrons tout d'abord sur l'épistémologie sous-jacente présente dans les publications en didactiques sur les DEI et recenserons ensuite les points de convergence entre mathématiques et sciences sur les DEI. Nous retiendrons les mathématiques et la physique pour accéder à des éléments caractéristiques de l'épistémologie de chercheurs contemporains grâce à des entretiens. L'outil théorique retenu dans une visée de comparaison des démarches en mathématiques et en physique sera présenté, ainsi que des résultats de cette expérimentation. Des perspectives didactiques en découleront.

II. QUID D'UNE EPISTEMOLOGIE INITIALE ?

1. Aspects dominants dans les travaux en didactique sur les DEI

Pour recenser les aspects dominants communs qui ressortent des travaux portant sur les DEI au sens large en didactique des mathématiques et en didactique des sciences, nous prenons comme référence première les publications issus des projets européens PRIMAS et Fibonacci, les numéros spéciaux de revues en éducation sur la question des DEI (*ZDM – The International Journal on Mathematics Education* (2013) et *Recherches en Éducation* (2015)), et autres articles de synthèse tel que Maschietto (2010). Nous n'allons ici que les citer :

- Travailler « comme les scientifiques » (Fibonacci, PRIMAS).
- Initier la recherche par une question à traiter ou un problème à résoudre (Fabre (2009)).
- Définir différents moments d'une démarche de recherche (PRIMAS, Ouvrier-Bufferet, de Hosson & Bosdeveix, 2016).
- Donner une place (trop ?) prépondérante à l'expérimentation (de Hosson et al., 2010).
- Valider et prouver – la question de la vérité ? (Selden & Selden, 1999).
- Structurer le temps ; utiliser un langage adapté ; écrire et communiquer des résultats ; promouvoir le travail collaboratif (e.g. Maschietto, 2010).
- Expliciter des objectifs et les savoirs visés – mais ne pas oublier l'institutionnalisation de savoirs transversaux (Ouvrier-Bufferet, 2013).
- Caractériser l'activité des étudiants et des enseignants.

Mais alors, quelles différences entre mathématiques et sciences ? Dans le projet Fibonacci, les conclusions soulignent une reconnaissance de similarités entre l'IBME et l'IBSE au niveau des processus et des valeurs. Mais des différences sont également pointées entre sciences et mathématiques : les sources possibles de questions, à la fois externes et internes ; les processus eux-mêmes, et l'impossibilité de définir une forme standardisée d'investigation en

¹ "It is well established that understanding how experts in a given domain think and learn can provide important insights for educational practice (Bransford, Brown & Cocking, 1999)."

mathématiques (pas de schéma comme en sciences); les formes diverses que prend l'expérimentation et ses fonctions ; le caractère fortement connecté et cumulatif de la discipline ; les formes de validation (en distinguant validité interne et externe). Cela étant, « As far as language is concerned, similarities between mathematics and other sciences seem more striking than the differences. » (Sfard, 2001, p. 3).

2. *Une posture épistémologique permettant d'engager une comparaison maths-physique*

De la littérature sur les DEI transparaissent des éléments de nature épistémologiques provenant de Dewey, Bachelard, Popper, Kuhn, surtout, mais aussi Polya, Fleck, Hacking, ou encore Lakatos. Des convergences apparaissent clairement dans les travaux des didacticiens des mathématiques et des sciences au niveau de la prise en compte des heuristiques des DEI et de l'importance de la problématisation. Comme le soulignent Calmettes et Matheron (2015, p. 5), des recherches ont été conduites pour étudier « les différences et les écarts entre les démarches en classe et les démarches de recherche en sciences, en technologie ou en mathématiques » avec une recherche de « minimalisation de ces écarts par la définition de critères épistémologiques ». Cela étant, la question de l'explicitation de l'épistémologie demeure, tout comme celle de la transposition (non nécessairement unique) des pratiques de chercheurs dans l'enseignement. Les développements précédents nous conduisent donc à réactualiser les connaissances épistémologiques sur les démarches de recherche, et d'interroger les chercheurs contemporains afin d'évaluer ce qui reste stable et ce qui évolue en termes de pratiques de recherche dans les disciplines scientifiques. Nous engageons donc un changement de posture épistémologique et nous nous situons ainsi dans le cadre de l'épistémologie contemporaine. Nous conservons à l'esprit, dans la continuité des travaux précédents en didactique, l'importance des problèmes dans l'activité de recherche en physique et en mathématiques et de la problématisation, ainsi que l'étude de la place et du rôle de l'expérience dans ces deux disciplines, et les modes de validation possibles.

3. *Nature du recueil de données*

Nous avons procédé par entretiens semi-directifs pour accéder aux « pratiques » déclarées de chercheurs en mathématiques et en physique. Pour la présentation des résultats, nous retenons ici les entretiens conduits avec 7 physiciens (trois dans le champ de la physique théorique ; quatre dans des domaines alliant modélisation et/ou expérimentation (modélisation des matériaux de structure ; spectroscopie)) et 5 mathématiciens (deux dans le champ des mathématiques appliquées et de la modélisation et trois travaillant en mathématiques discrètes (théorie des nombres et théorie des graphes)). Nous faisons l'hypothèse que ces choix nous assurent de trouver, au sein de chaque discipline, mathématiques et physique, des convergences suffisantes. L'entretien était structuré en deux parties, l'une sur la recherche et l'autre sur l'enseignement, et durait entre 55 et 80 minutes. Toutes les questions étaient qualitatives et ouvertes, et portaient essentiellement sur : les problèmes, les hypothèses, la preuve, la place et le rôle des écrits, les démarches de recherche elles-mêmes, la nature et le rôle des interactions entre pairs et la/les référence(s) épistémologique(s) des chercheurs.

III. UN CADRE THEORIQUE A POTENTIALITES TRANSDISCIPLINAIRES ?

1. *Un modèle de conceptions*

Nous cherchons à modéliser des conceptions de référence sur la démarche de recherche de chercheurs contemporains. Nous nous situons ainsi à un certain niveau du savoir (celui des μ -conceptions, Balacheff & Margolinas, 2005), difficile d'accès. Nous retenons le modèle de

conceptions de Balacheff (1995) de par ses potentialités du côté épistémologique, mais aussi du côté didactique et cognitif (ce modèle trouve ses origines notamment chez Vergnaud). Sa construction en fait un outil théorique transdisciplinaire et transdidactique. Balacheff (1995) (voir aussi Balacheff & Margolinas, 2005) développe trois principaux apports aux modélisations antérieures des conceptions : il reprend le triplet de Vergnaud (1991) et ajoute une structure de contrôle (notée Σ) qui s'est révélée nécessaire lors de l'exploration de conceptions dans des EIAH ; il introduit la notion de μ -conception pour accéder à un savoir de référence ; il démontre l'accessibilité à la caractérisation de savoirs et connaissances via la détermination de conceptions. Une conception est définie comme une « modélisation cognitive rendant compte des régularités des conduites d'un sujet relativement à un cadre. » (Balacheff, 1995, p. 228). Deux niveaux d'invariants opératoires interviennent : les opérateurs (R) qui permettent d'agir sur la situation et les structures de contrôle (Σ) qui justifient et valident l'utilisation des opérateurs. Une dialectique forte existe entre opérateurs et contrôles (il n'est pas toujours facile de différencier les deux). Une conception est alors décrite par un quadruplet :

- P est un ensemble de problèmes sur lesquels la conception est opératoire (Vergnaud rappelle qu'en mathématiques, les problèmes sont sources et critères du savoir) ; P décrit le domaine de validité de la conception. P est du côté de la sphère de pratique.
- R est un ensemble d'opérateurs. Ceux-ci permettent la transformation des problèmes. Ils sont attestés par des productions et des comportements du sujet.
- L est un système de représentation qui permet d'exprimer les éléments de P et de R. À l'image du modèle proposé par Vergnaud, les éléments de L sont langagiers ou non.
- Σ est une structure de contrôle qui donne et organise les fonctions de décision, de choix, de jugement de validité et d'adéquation de l'action. La structure de contrôle assure la non contradiction de la conception. Les contrôles sont des outils de décision sur la légitimité de l'usage d'un opérateur et sur l'état du problème (résolu ou non).

L'utilisation d'un tel cadre théorique nécessite de caractériser les problèmes. Au niveau des chercheurs, cela implique d'étudier précisément leur activité de recherche *in situ*, ce qui relève d'une recherche conséquente. Nous faisons le choix pragmatique de réaliser des entretiens avec des chercheurs (mathématiciens et physiciens) afin de faire une première étude prospective de leurs pratiques déclarées, de mettre à l'épreuve le modèle retenu (pour décrire une démarche de recherche et pour comparer deux disciplines scientifiques), et d'en tirer des implications pour l'implémentation de DEI dans l'enseignement. Ce choix implique de faire un focus sur les invariants opératoires. Nous faisons le choix d'un niveau de description plutôt macro, et ainsi, nous ne caractériserons pas les problèmes disciplinaires, mais des moments de l'activité de recherche, communs en mathématiques et en physique.

2. Différents moments de l'activité de recherche

Nous avons choisi d'identifier différents moments de l'activité scientifique, à l'image du travail de Ouvrier-Buffet (2013) qui modélise l'activité de définition en mathématiques. La définition de ces moments doit rester cohérente au niveau épistémologique, commune aux mathématiques et à la physique, et compatible avec les contextes institutionnel et didactique dans lesquels nous utiliserons les résultats de notre étude. Nous choisissons donc de nous inscrire dans une vision classique de la méthode scientifique dite traditionnelle et de nous inspirer de la description faite dans des projets européens alliant mathématiques et sciences tel que PRIMAS (2011). Six étapes sont proposées : « Observation and description ; Questioning ; Hypothesis formulation ; Predicting ; Experimenting ; Conclusion » (PRIMAS, 2011, p. 9).

Mais d'autres étapes y sont également présentées sous forme de remarques telles que : procéder par essai/erreur, construire des modèles, faire des tests, se documenter. Insistons sur le fait que le travail sur le problème initial qui génère la démarche est là absent, et pourtant, il est fondamental. Ainsi, si un consensus se dégage de ces travaux sur une démarche scientifique « commune » aux mathématiques et aux sciences en cinq ou six étapes, il est toujours possible d'en ajouter. Prenant en compte la spécificité du modèle théorique cK ϕ et de précédents travaux de nature épistémologique et didactique interdisciplinaires (Ouvrier-Bufferet, de Hosson, Bosdeveix, 2016), nous retenons six moments de la démarche de recherche, communs aux mathématiques et à la physique : Définir un problème ; Interpréter / analyser un problème ; Explorer / Expérimenter ; Formaliser ; Théoriser ; Publier / Diffuser. Soulignons que ces moments sont compatibles avec le canevas de 2005 et les programmes actuels en mathématiques, en sciences, dans le primaire et le secondaire.

IV. QUELS TYPES DE RESULTATS PEUT-ON OBTENIR ?

1. Opérateurs et structures de contrôle du moment « Explorer / Expérimenter »

La modélisation par le modèle de conceptions de Balacheff (1995), en séparant les moments de l'activité de recherche, permet effectivement de comparer les démarches de recherche en mathématiques et en physique (Ouvrier-Bufferet & El Hage, 2018). Dans cet article, nous ne pouvons présenter l'ensemble de la comparaison, mais nous allons donner quelques exemples. Pour cela, nous retenons le moment « Explorer / Expérimenter ».

Chercheurs en physique	Chercheurs en mathématiques
Opérateurs (R) 1) Définir la faisabilité de l'expérience (manipulation) [1/7] 2) Inventer une démarche ou de nouvelles techniques [3/7] 3) Définir la nature des résultats attendus [2/7] 4) Conduire des tests préliminaires [3/7] 5) Conduire des premières analyses de premières expérimentations [3/7] 6) Faire des tests où les propriétés locales ne sont pas forcément vérifiées [1/7]	Opérateurs (R) 1) Créer la manipulation [2/5] 2) Expérimenter dans un environnement numérique (exploration du problème et émission de conjectures) [3/5] 3) Identifier des phénomènes [5/5]
Structures de contrôle (Σ) • Refaire des tests et manipulation [3/7] • Contrôler la consistance et la faisabilité de l'expérimentation [1/7] • Vérifier la conformité aux modèles prédictifs et modèles théoriques [2/7] • Tester des hypothèses [1/7]	Structures de contrôle (Σ) • Résistance aux tests (vérifications dans des environnements numériques) [2/5] • Recherche de domaines de validité des résultats [3/5] • Preuves [5/5]
Structure de contrôle commune (Σ) La confrontation à des résultats connus (dans des domaines connexes et/ou via un travail bibliographique) pour les physiciens [2/7] et la confrontation à des problèmes dont on connaît certains résultats pour les mathématiciens [2/5].	

Tableau 1 – Opérateurs et structures de contrôles déclarés par 5 mathématiciens et 7 physiciens

Une comparaison entre les opérateurs mobilisés par les chercheurs de chaque discipline montre une convergence sur deux opérateurs, au vu des entretiens complets :

- « Inventer une démarche » en physique peut se rapprocher de « Créer la manipulation » en mathématiques. Ce physicien explique que : « *Inventer une démarche en lien avec nos*

compétences, en fait il faut qu'on invente à chaque fois une démarche qui soit appropriée justement à nos objectifs (...) Cette démarche change en fonction de nos partenaires (...). » et ce mathématicien précise que : « *Il y a donc une démarche expérimentale de la même façon qu'un physicien expérimentateur sauf que la manip c'est nous qui la créons puisqu'on écrit un programme de calcul et ensuite on essaie d'en produire des propriétés. Je regarde, je regarde, j'essaie d'analyser des résultats et des sorties et j'en déduis ce qui m'intéresse.* »

- « Conduire des premières analyses de premières expérimentations » correspond en fait à « Expérimenter dans un environnement numérique ». Bien que l'outil utilisé n'est pas le même entre les chercheurs des deux disciplines il s'agit du même opérateur.

Remarquons qu'au niveau épistémologique, les opérateurs mobilisés en physique pourraient l'être également en mathématiques et réciproquement. Cette proximité des opérateurs n'est visible que partiellement dans les entretiens, nous ne pouvons donc ici que formuler une hypothèse de recherche.

Dans ce moment « Explorer / expérimenter », des structures de contrôle apparaissent qui ne sont pas nécessairement présentes dans les autres moments de l'activité de recherche, dont certaines sont proches dans les deux disciplines. Nous pourrions, en effet, rapprocher « Refaire des tests et manipulations » en physique de la « Résistance aux tests (vérifications dans des environnements numériques) » en mathématiques ; et « Confronter à des résultats connus (domaines connexes) et bibliographique » en physique de « Confrontation à des problèmes dont on connaît des résultats » en mathématiques. De plus, « Vérifier la conformité aux modèles prédictifs et modèles théoriques » est clairement une spécificité en physique.

Par ailleurs, la structure de contrôle « Recherche de domaine de validité de résultats » en mathématiques pourrait également être considérée comme un opérateur. Pour le moment étudié ici, nous sommes bien davantage du côté du contrôle. Cela étant, la perméabilité opérateur- contrôle est un avantage du modèle cK Φ car elle permet de rendre compte de différents points de vue sur un objet ou un processus. Pour cette structure de contrôle, « Recherche de domaine de validité de résultats », nous trouvons un analogue en physique dans un moment plus théorique de la démarche de recherche (dans le moment que nous avons appelé « Théoriser »). Les structures de contrôle « Tester des hypothèses » et « Faire des preuves » ont des interprétations spécifiques suivant la discipline sur lesquelles nous ne reviendrons pas ici tout comme sur les différents niveaux d'interprétation que les termes « manipulation », « expérimentation », « hypothèses », « preuve », « démonstration » peuvent revêtir. Il serait fondamental de les définir dans une étude plus poussée sur la démarche expérimentale en physique et en mathématiques (qui n'est pas notre propos dans cet article).

2. Validation et processus de preuve en mathématiques et implications pour la physique

En mathématiques, la preuve apparaît comme un processus alliant contrôle et validité. Selden et Selden (1999) soulignent la nécessité de conduire des études spécifiques de la validation de preuves mathématiques. Pour eux, le processus de validation est en partie un processus mental permettant notamment aux mathématiciens d'analyser un texte mathématique (une preuve en l'occurrence) et de le « valider » en faisant des inférences, en posant des questions intermédiaires et en y apportant des réponses, en important des connaissances externes, en construisant des images et représentations, en développant des sous-preuves etc. Nous retrouvons dans les entretiens conduits avec les mathématiciens (dans cette étude et dans Ouvrier-Buffet, 2013) ces aspects, la preuve étant guidée par deux opérateurs principaux et essentiels : le *design* d'une structure globale de la preuve ; et la preuve de « conjectures de travail » qui sont en fait des conjectures locales dans la structure globale de la preuve. Dans l'étude présentée ici, les structures de contrôle relèvent d'une

validation logique de la preuve et de « méta-contrôles » (voir ci-dessus). Si maintenant nous tentons de faire des liens avec la physique, nous retenons les entretiens conduits avec des mathématiciens plutôt orientés vers les expérimentations, qui utilisent peu le terme de « preuve » et préfèrent argumenter sur la différence entre « validation » et « validation numérique d'une conjecture ». Ces mathématiciens mobilisent deux types d'opérateurs : « utiliser une simulation numérique » et « utiliser des tests pour valider une méthode ». Leurs structures de contrôle peuvent être résumées ainsi : « comparer à des résultats connus », « évaluer l'erreur entre la solution exacte et la solution approchée », et « vérifier la conformité de l'approximation avec le modèle physique ». Cela nous ramène à la question de la place et du rôle des expérimentations dans un processus de recherche, et ici, nous nous rapprochons des opérateurs et structures de contrôle utilisés par les physiciens lorsque le terme de « preuve » est interprété comme une « validation expérimentale » (comme le souligne ce physicien : « *C'est la guerre entre les preuves numériques et les preuves mathématiques* »). Ainsi, en faisant un focus sur des moments puis sous-moments, la caractérisation d'opérateurs et de structures de contrôle devient de plus en plus précise et des points de convergence entre mathématiciens et physiciens apparaissent.

V. QUELS IMPACTS POUR L'ENSEIGNEMENT ?

Le travail présenté très partiellement ici a pour principal objectif d'actualiser les connaissances épistémologiques en termes de DEI pour de futures recherches en didactique, et de faire de nouvelles propositions pour l'enseignement. Les entretiens réalisés avec des chercheurs ont montré une grande richesse et complexité quant à la comparaison entre mathématiques et physique, mais aussi au sein d'une même discipline scientifique. Nous pouvons, grâce à l'analyse *via* les opérateurs et les structures de contrôle, pointer des compétences majeures communes, pouvant être renforcés dans la formation des enseignants et lors d'implémentations de DEI en classe. Certaines de ces compétences apparaissent déjà dans des publications en didactique, mais la présente étude les met en avant et souligne leur dynamique, en tant qu'opérateur ou structure de contrôle. Cette caractérisation par invariants opératoires permet également d'apporter des leviers à l'enseignant pour la conception et la gestion de DEI en classe.

- La « Recherche bibliographique » est un opérateur jouant aussi le rôle de contrôle.
- L'opérateur « Écrire et communiquer des résultats de recherche » joue également le rôle d'un contrôle par les pairs.
- « Expliciter une théorie locale » est un opérateur en mathématiques qui trouve son équivalent en physique « Étudier le domaine de validité d'un modèle ».
- Un opérateur en mathématiques « Étudier l'impact de résultats (par exemple à des domaines connexes) », formulé en physique sous la forme « Étudier la reproductibilité d'une méthode ». Cet opérateur peut lui aussi devenir une structure de contrôle. Il est en lien possible avec la structure de contrôle « Recherche bibliographique » (où agissent des opérateurs tels que « Comparer à des résultats connus de domaines connexes », « Comparer à des problèmes dont on connaît les solutions »).
- Plusieurs opérateurs et structures de contrôle traduisant la « validation » et la « preuve » (voir la discussion ci-dessus §IV-2).
- Il existe également une structure de contrôle d'un autre ordre, « méta », comportant de nombreux implicites et difficile à caractériser. Nous renvoyons pour cela le lecteur à Robert et Robinet (1996). Nous comprenons le terme « méta » par ce qui a trait à une réflexion sur l'activité scientifique, et qui peut référer à des compétences méthodologiques, des connaissances épistémologiques voire métacognitives. Cette réflexion « méta » sur l'activité comprend également toute analyse réflexive sur la construction de concepts, de preuves,

d'expérimentations, sur ce que l'on manipule, comment on réorganise ses connaissances, etc. Cela dépend ainsi de l'individu et de sa connaissance plus ou moins diffuse, plus ou moins explicitée comme telle, de ses propres processus de production de savoirs et de méthodes scientifiques, et donc de ses propres processus de contrôle. C'est ce que l'on retrouve dans cette phrase de ce physicien : « Savoir utiliser en fait ce qu'on sait ou ce qu'on devrait savoir », ou de ce mathématicien : « Par exemple, le truc qui peut arriver, c'est que tu as un problème et tu vois une stratégie pour le démontrer (...) tu as encapsulé des propriétés, des sous-propriétés (...) tu découpes en morceaux, tu transformes ton problème (...) c'est la méta-preuve. »

VI. PERSPECTIVES

Ce travail d'exploration et de modélisation des démarches de recherche met en avant un outil théorique fonctionnel et transdisciplinaire. Il présente cependant certaines limites. En effet, nous n'avons pas travaillé sur la caractérisation des problèmes des chercheurs ni sur leur évolution au fil de la démarche de recherche. La seule donnée des entretiens ne le permet pas. Cependant, nous pouvons tout de même noter des origines de problèmes semblables entre les mathématiques et la physique, ainsi qu'un travail sur le problème initial (moments Définir un problème et Interpréter/Analyser un problème) similaire (par exemple quand il s'agit de « réduire un problème »). La dépendance au champ scientifique et l'aspect local et ponctuel des entretiens nous amènent à relativiser les analyses. Cela étant, ce travail ouvre de nouvelles perspectives, tant au niveau de la recherche en didactique à un niveau épistémologique, que pour de nouvelles propositions d'enseignement. L'épistémologie de chercheurs contemporains pourrait être explorée à une autre échelle, *in situ*, à l'image du travail de Gardes (2013). La modélisation engagée dans cet article sous forme de conceptions constitue une première étape pour rendre compte de processus de recherche. Une telle modélisation a également un avantage de nature didactique : les conceptions, de par leurs caractéristiques (Problèmes, opérateurs, structures de contrôles, systèmes de représentation), permettent le calcul de situations didactiques, et en particulier donnent des clés de compréhension et d'anticipation de processus en classe. C'est dans cette direction que nous souhaitons poursuivre l'étude des DEI et interroger les apports d'un travail en didactique fondé sur l'épistémologie contemporaine.

REFERENCES

- Alcock L. (2010) Mathematicians' perspectives on the teaching and learning of proof. In Hitt F, Holton D, Thompson P (Eds), *Research in collegiate mathematics education VII* (p. 63-92). Providence (RI): American Mathematical Society.
- Balacheff N. (1995) Conception, connaissance et concept. In D. Grenier (éd.) *Séminaire Didactique et Technologies cognitives en mathématiques* (p. 219-244). Grenoble : IMAG.
- Balacheff N. & Margolinas C. (2005) cK ϕ Modèle de connaissances pour le calcul de situations didactiques ». In A. Mercier et C. Margolinas (Eds.), *Balises pour la didactique des mathématiques* (p. 1-32). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Calmettes B. & Matheron Y. (2015) Edito – Les démarches d'investigation : utopie, mythe ou réalité ? *Recherches en Education*, 21, 3-11.
- De Hosson C., Mathé S., Méheut M. (2010) La « démarche d'investigation » dans les collèges français – Démarche d'investigation et formation. In C. Loisy, J. Trgalova, R. Monod-Ansaldi (Eds), *Démarches d'investigation pour l'enseignement des sciences : Quelles ressources pour les enseignants ? Quelle place pour le travail collectif ?* (p. 19-29). INRP.
- Fabre, M. (2009). *Philosophie et pédagogie du problème*. Vrin.

- Gardes M.-L. (2013) *Étude de processus de recherche de chercheurs, élèves et étudiants engagés dans la recherche d'un problème non résolu en théorie des nombres*. Thèse. Université Lyon 1.
- Maschietto M. (2010) Les journées DIES : bilan et questions ouvertes. In C. Loisy, J. Trgalova, R. Monod-Ansaldi (Eds) *Démarches d'investigation pour l'enseignement des sciences : Quelles ressources pour les enseignants ? Quelle place pour le travail collectif ?* (p. 191-199). INRP.
- Ouvrier-Buffet C. (2013) *Modélisation de l'activité de définition en mathématiques et de sa dialectique avec la preuve – Étude épistémologique et enjeux didactiques*. Note de synthèse HDR. Université Paris Diderot (Paris 7).
- Ouvrier-Buffet C., De Hosson C., Bosdeveix R. (2016) Inquiry-based education (IBE): towards an analyzing tool to characterize and analyze inquiry processes in mathematics and natural sciences. In B.R. Hodgson, A. Kuzniak, & J.-B. Lagrange (Eds.) *The Didactics of Mathematics: Approaches and Issues. A Hommage to Michèle Artigue* (p. 191-217). New York: Springer.
- Ouvrier-Buffet C. & El Hage S. (2018) Les démarches de chercheurs en physique et en mathématiques. Enjeux didactiques d'une nouvelle approche épistémologique. *Recherches en Éducation* 34, 106-126.
- Rasmussen C, Zandieh M, King K, et al. (2005) Advancing mathematical activity: a practice-oriented view of advanced mathematical thinking. *Mathematical Thinking and Learning* 7(1), 51–73.
- Robert A. & Robinet J. (1996) Prise en compte du “méta” en didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 16(2), 145-176.
- Selden A. & Selden J. (1999) *The role of logic in the validation of mathematical proofs* (Tech. Report N°1999-1). Tennessee technological university: Department of mathematics.
- Sfard A. (2001) On the dual nature of mathematical conceptions : reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics* 22(1), 1-36.
- The Fibonacci Project (2012) Fibonacci Project. In S. Borda Carula (Ed), *Learning through Inquiry Booklet and Inquiry in Mathematics Education booklet*. En ligne : <http://www.fibonacci-project.eu>
- The PRIMAS Project (2011) *Promoting inquiry based learning (IBL) in mathematics and science education across Europe - PRIMAS guide for professional development providers*. En ligne : www.primas-project.eu/
- Vergnaud G. (1991) La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 10(2/3), 133-169.
- Weber K. & Mejia-Ramos J.P. (2011) Why and how mathematicians read proofs: an exploratory study. *Educational Studies in Mathematics* 76, 329-344.